



# Interférométrie spectrale pour la mesure de dispersion et la géométrie de surface

David Reolon

## ► To cite this version:

David Reolon. Interférométrie spectrale pour la mesure de dispersion et la géométrie de surface. Physique [physics]. Université Jean Monnet - Saint-Etienne, 2006. Français. NNT : . tel-00102813

**HAL Id: tel-00102813**

**<https://theses.hal.science/tel-00102813>**

Submitted on 2 Oct 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

Présentée à l'Université Jean Monnet de Saint Etienne

Pour obtenir le grade de DOCTEUR EN SCIENCES  
Spécialité : Optique, optoélectronique.

## **Interférométrie spectrale pour la mesure de dispersion et la géométrie de surface**

Par

REOLON David

Soutenue publiquement le 12 septembre 2006 devant la commission d'examen :

Aziz BOUKENTER	Professeur, Université de Saint Etienne	Président
Pierre JACQUOT	Professeur, École Polytechnique Fédérale de Lausanne	Rapporteur
Patrick SANDOZ	Chargé de Recherche, H.D.R, Université de Besançon	Rapporteur
Vincent COUDERC	Chargé de Recherche, H.D.R, Université de Limoges	Examineur
Maxime JACQUOT	Maître de Conférences, Université de Besançon	Examineur
Gérald BRUN	Professeur, Université de Saint Etienne	Co-directeur
Isabelle VERRIER	Chargée de Recherche, H.D.R, Université de Saint Etienne	Directrice

Thèse préparée au sein du Laboratoire Traitement du Signal et Instrumentation  
UMR 5516



# REMERCIEMENTS

---

Ce travail de recherche s'est déroulé au sein du Laboratoire Traitement du Signal et Instrumentation de l'Université Jean Monnet à Saint-Etienne dans le groupe TOMO (TOMOgraphie Optique et Neuro-Imagerie).

Je souhaite tout d'abord remercier Monsieur Pierre Laporte, Directeur du Laboratoire, pour m'avoir permis d'effectuer ce travail de thèse. J'ai ainsi eu l'opportunité et le plaisir de « jouer » avec l'ombre et la lumière.

Je voudrais ensuite exprimer toute ma reconnaissance pour l'honneur que m'a fait Monsieur Aziz Boukenter en acceptant le rôle de président du jury. Il a mené cette mission avec brio et simplicité.

C'est avec un profond respect que je remercie à présent Messieurs Pierre Jacquot et Patrick Sandoz pour l'intérêt qu'ils ont témoigné pour ce travail en acceptant d'être rapporteurs. Leurs conseils avisés m'ont été précieux. Avec leur expérience dans le domaine de l'interférométrie, ce travail a bénéficié d'une expertise de grande qualité, et de haut niveau scientifique.

Je suis également très honoré par la participation de Monsieur Vincent Couderc à mon jury de thèse. J'ai particulièrement apprécié la qualité de ses interventions apportant toute sa lumière dans le domaine parfois obscur des sources supercontinuum et des effets non linéaires.

Je remercie aussi et surtout ceux qui m'ont accompagné lors de cette aventure scientifique. Ce paragraphe est donc dédié à la « p'tite équipe » ou plutôt la fine équipe dirigée d'une main de velours par Mademoiselle Isabelle Verrier. Cette dernière m'a accordée toute sa confiance en me proposant ce sujet passionnant et ambitieux. C'est donc ici que je lui exprime ma profonde gratitude pour le cadre serein qu'elle a su instaurer et qui est à l'origine de la réussite de ce travail de thèse. J'exprime également toute ma sympathie à sa colocataire, Colette Veillas, pour sa disponibilité sans limite, pour son aide précieuse lors de la mise en place du dispositif expérimental, ainsi que pour la justesse de ses conseils. Je passe à présent à des remerciements plus viriles, puisque je vais m'attarder à présent sur les deux hommes de l'équipe, en commençant par Maxime Jacquot qui, par son enthousiasme communicatif, son positivisme scientifique, et sa culture toute bisontine en terme de traitement des interférogrammes, a fait évoluer le sujet en lui donnant une autre dimension. Qu'il en soit remercié ici avec toute ma gratitude. Enfin je terminerais ce trop court paragraphe en remerciant comme il se doit celui qui a co-dirigé ce travail de thèse, certain l'appelle fort justement maître, personnellement je me contenterai de Gérard, un doux mélange de qualités humaines et scientifiques. Merci pour ton soutien de tous les instants malgré l'indisponibilité récurrente qui te caractérise. Pour clôturer cette séance de louanges bien méritées, je vous remercie tous les quatre pour votre gentillesse et vos témoignages d'amitiés.

Je ne pourrais oublier ceux qui, dans l'ombre, ont participé à l'aboutissement de ce travail, et ont contribué par leur bonne humeur à établir une atmosphère détendue et conviviale. Je débiterais par le sourire du matin, celui de Jeanine, suivi de la fameuse pause café où les convives viennent inlassablement partager un instant de pure détente. Pour ces petits moments et pour leur bonne humeur quotidienne, je remercie Gérard, Jean-Yves, Stéphanie, Patricia, Yves... J'envoie également un vif remerciement à mes deux voisines de pallier, Janyce et Emilie, pour leurs éclats de rire qui le plus souvent traversent la fine parois qui nous sépare, et qui mettent de la gaieté dans le quartier nord du Laboratoire.

Enfin, je citerais « les anciens » ceux qui sont issus d'un site historiquement connu, mais qui a malheureusement disparu suite au déménagement du Laboratoire au sein du Pôle Optique Vision... Je parle du fameux « Bureau des Thésards » qui regroupait des personnalités multiples et variées, à commencer par la bienveillante Valérie, attachante par sa simplicité et sa générosité, je poursuivrais avec Manu dit « le bourru » qui cache derrière ses « coups de gueules » intempestifs une profonde gentillesse, je finirais enfin par deux compères aux qualités humaines indiscutables, ceux qui m'ont servi de guide spirituel, et qui sont en quelque sorte des modèles à mes yeux, Karim et Stéphane. Merci pour votre amitié tout simplement.

C'est tout naturellement en dernier que je tiens à remercier ma famille, et plus particulièrement mes parents pour m'avoir inculqué les valeurs qui sont les miennes. Et « c'est parfois dans un regard, dans un sourire que sont cachés les mots qu'on n'a jamais su dire » (Yves Duteil)...

Pour finir, je tiens à exprimer tout mon amour à Christelle qui m'a élevé à un grade bien plus important à mes yeux que celui de Docteur, celui de Papa, en m'offrant un cadeau inestimable : la petite Emma. Et comme un bonheur n'arrive jamais seul... XX ou XY... Merci pour ta présence dans les moments difficiles (aussi peu nombreux soient-ils), quand tu es la seule à entrevoir ma détresse.

*" Il n'y a guère au monde un plus bel excès que celui de la reconnaissance. "*  
*La Bruyère*





# SOMMAIRE

## INTRODUCTION GENERALE.....5

## Chapitre 1. POSITION DU PROBLÈME ET ÉTAT DE L'ART .....13

1.1.	INTRODUCTION .....	13
1.2.	OBJECTIF DE L'ÉTUDE .....	13
1.2.1.	Contexte scientifique du projet .....	13
1.2.2.	Cahier des charges .....	14
1.2.3.	Description des composants soumis à l'étude .....	14
1.2.3.1.	Composants asphériques .....	15
1.2.3.2.	Composants à gradient d'indice .....	16
1.3.	ÉTAT DE L'ART SUR LES MÉTHODES DE MESURE .....	20
1.3.1.	Méthodes de l'optique géométrique .....	20
1.3.1.1.	Réfractométrie .....	20
1.3.1.2.	Shack-Hartmann .....	21
1.3.1.3.	Lumière structurée .....	22
1.3.2.	Méthodes de l'optique ondulatoire .....	23
1.3.2.1.	Ellipsométrie .....	24
1.3.2.2.	Interférométrie monochromatique .....	25
1.4.	CHOIX DE LA MÉTHODE DE MESURE : INTERFÉROMÉTRIE SPECTRALE .....	28
1.4.1.	Évolution vers l'interférométrie à faible longueur de cohérence .....	28
1.4.2.	Méthode de mesure mise en œuvre : interférométrie spectrale .....	30
1.4.2.1.	Descriptif de la méthode .....	30
1.4.2.2.	Intérêt du dispositif .....	31
1.5.	CONCLUSION .....	33
	BIBLIOGRAPHIE .....	34

## Chapitre 2. FORMALISME THÉORIQUE DE L'INTERFÉROMÉTRIE SPECTRALE.....43

2.1.	INTRODUCTION .....	43
2.2.	FONDAMENTAUX : PHÉNOMÈNES PROPAGATIFS ET INTERFÉROMÉTRIE .....	44
2.2.1.	Paquet d'ondes - Relation temps-fréquence .....	44
2.2.2.	Phénomènes propagatifs .....	46
2.2.2.1.	Propagation d'une onde plane .....	46
2.2.2.2.	Propagation d'un paquet d'ondes .....	47
2.2.2.3.	Phase spectrale et retard de groupe .....	49
2.2.2.4.	Exemple : propagation d'une impulsion dans un verre homogène .....	51
2.2.3.	Bases de l'interférométrie spectrale .....	53
2.2.3.1.	Phase spectrale .....	53
2.2.3.2.	Franges d'interférences spectrales .....	54
2.3.	MODÉLISATION DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL .....	56
2.3.1.	Présentation du dispositif .....	56



2.3.2.	Réponse du système interférométrique .....	56
2.3.2.1.	Système interférométrique configuré en mesures topographiques .....	56
2.3.2.2.	Système interférométrique configuré en mesure d'indice .....	58
2.3.3.	Réponse spectrale d'un spectromètre à réseau .....	62
2.3.3.1.	Réponse impulsionnelle d'un réseau en réflexion .....	62
2.3.3.2.	Réponse temporelle du réseau en réflexion .....	64
2.3.3.3.	Fonction de transfert d'un réseau en réflexion .....	67
2.3.3.4.	Réponse spectrale du réseau en réflexion .....	69
2.3.4.	Etude du système imageur .....	70
2.3.4.1.	Descriptif .....	70
2.3.4.2.	Intensité recueillie sur le capteur CCD .....	71
2.4.	LIMITATIONS ET CHOIX DU SYSTÈME .....	73
2.4.1.	Définitions liées aux performances du réseau .....	73
2.4.1.1.	Dispersion angulaire .....	73
2.4.1.2.	Dispersion linéique .....	73
2.4.1.3.	Ecart angulaire total .....	74
2.4.1.4.	Ecart spatial total .....	74
2.4.1.5.	Largeur à mi-hauteur d'un pic de diffraction .....	75
2.4.2.	Performances instrumentales du spectromètre .....	76
2.4.2.1.	Pouvoir de résolution du réseau .....	76
2.4.2.2.	Limitations géométriques du système spectrométrique .....	77
2.4.2.3.	Perte de résolution induite par le système fente d'entrée – collimateur .....	80
2.4.2.4.	Résolution du capteur .....	81
2.4.2.5.	Résolution spectrale globale du spectromètre .....	82
2.4.3.	Étude et choix des éléments du dispositif .....	83
2.4.3.1.	Étude de la source .....	83
2.4.3.2.	Étude du spectromètre .....	83
2.4.3.3.	Étude de l'interféromètre de Michelson .....	88
2.4.4.	Choix du dispositif .....	88
2.5.	CONCLUSION .....	89
	BIBLIOGRAPHIE .....	90

### **Chapitre 3. TRAITEMENT BIDIMENSIONNEL DES INTERFÉROGRAMMES SPECTRAUX .....93**

3.1.	INTRODUCTION .....	93
3.2.	FRANGES PÉRIODIQUES : PROFILOMÉTRIE DE SURFACE .....	93
3.2.1.	Introduction : Phase spectrale en profilométrie .....	93
3.2.2.	Prise en considération de l'étalonnage spectral .....	96
3.2.3.	Méthode de Fourier .....	96
3.2.3.1.	Etape 1 : Transformation de Fourier (TF) .....	97
3.2.3.2.	Etape 2 : Filtrage numérique .....	97
3.2.3.3.	Etape 3 : Transformation de Fourier inverse .....	97
3.2.3.4.	Etape 4 : Extraction de la phase non déroulée .....	98
3.2.3.5.	Etape 5 : Déroulement de la phase .....	98
3.2.3.6.	Etape 6 : Détermination du profil de l'objet .....	99
3.2.4.	Traitement par l'algorithme 7 points .....	100
3.2.4.1.	Etape 1 : Application d'un filtre médian .....	101
3.2.4.2.	Etape 2 : Calcul de la phase par un algorithme 7 points .....	101
3.2.4.3.	Etape 3 : Détermination du profil de l'objet .....	104

3.2.5.	Conclusion .....	104
3.3.	FRANGES APÉRIODIQUES : MATÉRIAUX DISPERSIFS .....	105
3.3.1.	Introduitio : Phase spectrale induite par matériau dispersif .....	106
3.3.2.	Méthode par décalage de phase : .....	112
3.3.3.	Transformation en ondelettes.....	115
3.3.3.1.	Définition .....	115
3.3.3.2.	Extraction de la phase : Application sur les modèles .....	116
3.3.4.	Améliorations apportées à la Transformée en ondelettes .....	121
3.3.4.1.	Méthode d'ajustement.....	121
3.3.5.	Recherche de l'information : .....	124
3.3.5.1.	Indice de groupe.....	124
3.3.5.2.	Indice de réfraction .....	125
3.4.	FRANGES APÉRIODIQUES COURBÉES : LES LENTILLES .....	130
3.4.1.	Lentille dépourvue d'aberrations.....	130
3.4.2.	Les différents types d'altérations du front d'onde .....	132
3.4.2.1.	La défocalisation.....	133
3.4.2.2.	Aberrations chromatiques .....	136
3.4.2.3.	Aberrations géométriques .....	139
3.4.2.4.	Conclusion .....	146
3.5.	CONCLUSION.....	146
	BIBLIOGRAPHIE.....	147
<b>Chapitre 4.</b>	<b>RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX .....</b>	<b>151</b>
4.1.	INTRODUCTION .....	151
4.1.1.	Description du dispositif.....	151
4.1.2.	Étalonnage de l'interféromètre spectral .....	153
4.1.2.1	Étalonnage fréquentiel .....	154
4.1.2.2	Étalonnage dimensionnel .....	156
4.2.	PROFILOMÉTRIE DE SURFACE.....	158
4.2.1.	Première mesure.....	158
4.2.1.1	Échantillon : Miroir plan.....	158
4.2.1.2	Traitement numérique.....	159
4.2.1.3	Résultats.....	161
4.2.2.	Deuxième mesure.....	162
4.2.2.1	Échantillon : Sabot.....	162
4.2.2.2	Traitement numérique.....	163
4.2.2.3	Résultats.....	165
4.2.3.	Commentaire sur les résultats et la visibilité des franges .....	166
4.2.4.	Conclusion .....	167
4.3.	MESURES SUR DES MATÉRIAUX DISPERSIFS .....	168
4.3.1.	Échantillon : Lamé de BK7.....	168
4.3.2.	Traitement numérique.....	171
4.3.3.	Résultats.....	173
4.4.	ABERRATIONS : LENTILLES .....	176
4.4.1.	Échantillon : Lentille cylindrique .....	176
4.4.1.1	Mesures .....	176
4.4.1.2	Traitement .....	178
4.4.2.	Échantillon : Doublet achromatique .....	180

4.4.2.1	Mesures .....	180
4.4.2.2	Traitement .....	181
4.4.3.	Échantillon : Lentille à gradient d'indice .....	183
4.4.3.1	Mesures .....	183
4.4.3.2	Traitement .....	184
4.4.4.	Conclusion sur cette étude .....	185
4.5.	CONCLUSION .....	186
	BIBLIOGRAPHIE .....	187
<b>CONCLUSION GENERALE .....</b>		<b>189</b>
<b>ANNEXES.....</b>		<b>197</b>
ANNEXE I. ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DU POUVOIR DE RÉOLUTION.....		199
ANNEXE II. CALCUL DE PHASE.....		205

# ***Introduction générale***

---



## ***INTRODUCTION GÉNÉRALE***

Les concepteurs de systèmes d'imagerie professionnels haute résolution (zooms pour les caméras de télévision ou de cinéma par exemple) sont aujourd'hui en quête de composants optiques à fonctionnalités renforcées permettant de diminuer le nombre de lentilles des dispositifs et de bénéficier ainsi d'un gain de poids, d'encombrement et de coût.

Les composants optiques asphériques ou à gradient d'indice, constituent deux solutions alternatives à l'utilisation de lentilles conventionnelles dans la réalisation de systèmes imageurs pour le domaine visible.

Les enjeux économiques sont importants (parts de marché à consolider dans la concurrence internationale difficile des optiques d'imagerie) et les défis technologiques également puisqu'il convient dans un cas de réaliser une surface non sphérique par usinage diamant et dans l'autre alternative, de contrôler un processus de modification de l'indice avec des exigences importantes de résolution dans l'une ou l'autre des approches.

La métrologie de ces nouveaux composants atteint rapidement un haut niveau de difficulté notamment lorsque les exigences de résolution augmentent, et l'insuffisance ou la complexité des outils conventionnels oblige le développement d'approches spécifiques de caractérisation.

Le travail de cette thèse s'inscrit précisément dans la problématique évoquée ci-dessus, car les objectifs visés sont :

- la qualification d'une part, des surfaces asphériques de dimensions décimétriques, avec des précisions nanométriques, en assurant si possible le contrôle de l'usinage en temps réel.
- la mesure d'autre part, des gradients dont les variations d'indice sont de l'ordre de  $10^{-2}$  sur des dimensions voisines de quelques dizaines de centimètres avec une précision de l'ordre de  $10^{-4}$  à  $10^{-5}$ .

Cette étude a été réalisée dans l'actuel groupe TOMO (TOMOgraphie Optique et Neuro-Imagerie) du LTSI et s'articule dans le contexte du Pôle Optique Rhône-Alpes, plus précisément dans le cadre des plateformes « Surfaces asphériques » et « Composants optiques à gradient d'indice » dans laquelle la société Thalès Angénieux était fortement impliquée. La première problématique de cette thèse s'inscrit plus particulièrement dans le cadre d'un des projets STICOPTO du Pôle Optoélectronique Massif Central intitulé « Métrologie de surfaces asphériques » et impliquant deux autres laboratoires de recherche (LASMEA Clermont-Ferrand et Xlim Limoges). La deuxième problématique de la thèse s'inscrit dans la continuité du travail déjà effectué au sein de la plate-forme « gradient d'indice » du Pôle Optique Rhône-Alpes.

Le travail scientifique présenté s'appuie donc sur une demande industrielle avérée, mais est facilement transposable à d'autres applications, notamment aux mesures de profilométrie de surfaces haute résolution.

Le groupe TOMO décline une activité dans le domaine de l'optique cohérente et de l'interférométrie spectrale, d'abord mis en œuvre dans le cadre de la caractérisation modale des fibres optiques, puis de l'imagerie en milieu diffusant avant de trouver une application dans la caractérisation des composants optiques à gradient d'indice. Une étude, menée quelques années auparavant au laboratoire dans le cadre de la plate-forme « composants optiques à gradient d'indice » du Pôle Optique Rhône-Alpes et en collaboration avec la Société Thalès Angénieux a fait l'objet de la thèse CIFRE de Monsieur Luc FROEHLIY. Elle a conduit au développement de méthodes adaptées de mesure de l'indice de réfraction de gradient d'indice pour une longueur d'onde. Ce travail a en outre mis en évidence les problèmes inhérents aux limites fondamentales induites par la diffraction pour la métrologie de tels milieux, par définition hétérogènes.

En ce qui concerne la métrologie des surfaces asphériques, les moyens de caractérisation actuels mécaniques (capteurs de type Talysurf) ou optiques (tests de Hartmann ou Ronchi, interférométrie monochromatique) souffrent pour les uns d'une dynamique trop faible, pour les autres d'un manque de résolution ou au contraire d'un excès de complexité du dépouillement des mesures, dans le cadre des applications visées par les concepteurs de systèmes d'imagerie.

Il convient maintenant de mettre en œuvre des dispositifs susceptibles de dépasser les actuelles limites pour autoriser une résolution plus grande, et l'interférométrie spectrale apparaît comme une voie intéressante à explorer en vue de cette amélioration.

Nous proposons donc de recourir, pour ces deux applications, à une méthode interférométrique en lumière polychromatique, basée sur l'observation de « spectres cannelés » en lumière blanche. Il s'agit de comparer, section par section, la surface d'onde à tester avec une surface de référence par analyse du champ d'interférences spectrales entre le faisceau de référence et le faisceau sonde, à l'aide d'un spectroscopie situé à la sortie de l'interféromètre de mesure. Les déformations du système de franges spectrales traduisent les écarts entre la surface d'onde à tester et la surface étalon. Cette méthode conduit à une précision de mesure interférométrique. Elle semble ainsi bien adaptée aux contraintes liées à la métrologie des gradients d'indice ou des surfaces asphériques de dimensions décimétriques puisqu'elle conjugue une haute résolution avec une grande dynamique.

Ce travail s'appuie donc sur les compétences du groupe TOMO du laboratoire d'une part en ce qui concerne la mise en œuvre d'outils métrologiques déjà éprouvés sur d'autres sujets d'étude, et du département photonique d'Xlim d'autre part pour la maîtrise des sources adaptées notamment pour la génération d'un continuum de lumière blanche à l'aide de laser picoseconde. Cette étude présente en outre l'avantage d'être en prise directe avec d'importantes préoccupations industrielles et de mettre en œuvre une méthode métrologique originale peu usitée aujourd'hui dans le domaine pourtant très actif de la mesure optique.

Il convient enfin de mentionner que, indépendamment de l'aspect appliqué du travail proposé, les phénomènes de propagation de la lumière dans les milieux non homogènes - gradient d'indice ou matériaux diffusants - restent encore aujourd'hui complexes et soulèvent de très nombreuses interrogations théoriques et fondamentales. L'étude présentée ici, en lien avec les autres préoccupations du groupe, se propose d'apporter des éléments de réponse sur les moyens d'interprétation des phénomènes mis en jeu lors de la propagation lumineuse en milieux complexes.

Ce mémoire de thèse se divise en quatre chapitres.

Le premier permet de préciser le contexte de l'étude, de faire un inventaire des différentes techniques qui s'apparentent aux deux problématiques de ce travail (soit la mesure d'indice, soit la mesure profilométrique) et de décrire le dispositif d'interférométrie spectrale utilisé.

Le second chapitre s'attache à modéliser l'action de chaque élément composant notre interféromètre spectral (source, interféromètre, spectromètre), afin d'en appréhender les limites fondamentales et d'expliquer notre choix pour chacun d'entre eux.

Le troisième chapitre présente les différents traitements numériques à appliquer sur nos interférogrammes spectraux afin d'en extraire les informations qui nous intéressent (soit un profil de surface, soit un indice de réfraction). Une étape de validation de ces outils numériques est également réalisée sur des interférogrammes simulés.

Le quatrième chapitre regroupe les résultats expérimentaux illustrant l'aptitude de notre dispositif à mesurer un profil de surface ou une loi de dispersion. Une dernière étude qualitative de nos interférogrammes consiste à vérifier le comportement de différentes lentilles en identifiant leurs aberrations, de type géométrique et chromatique.





# *Chapitre 1 :*

## Position du problème et état de l'art

---

<b>Chapitre 1. POSITION DU PROBLÈME ET ÉTAT DE L'ART .....</b>	<b>13</b>
1.1. INTRODUCTION .....	13
1.2. OBJECTIF DE L'ÉTUDE .....	13
1.2.1. Contexte scientifique du projet .....	13
1.2.2. Cahier des charges .....	14
1.2.3. Description des composants soumis à l'étude .....	14
1.2.3.1. Composants asphériques .....	15
1.2.3.2. Composants à gradient d'indice .....	16
1.3. ÉTAT DE L'ART SUR LES MÉTHODES DE MESURE .....	20
1.3.1. Méthodes de l'optique géométrique .....	20
1.3.1.1. Réfractométrie .....	20
1.3.1.2. Shack -Hartmann .....	21
1.3.1.3. Lumière structurée .....	22
1.3.2. Méthodes de l'optique ondulatoire .....	23
1.3.2.1. Ellipsométrie .....	24
1.3.2.2. Interférométrie monochromatique .....	25
1.4. CHOIX DE LA MÉTHODE DE MESURE : INTERFÉROMÉTRIE SPECTRALE ..	28
1.4.1. Évolution vers l'interférométrie à faible longueur de cohérence .....	28
1.4.2. Méthode de mesure mise en œuvre : interférométrie spectrale .....	30
1.4.2.1. Descriptif de la méthode .....	30
1.4.2.2. Intérêt du dispositif .....	31
1.5. CONCLUSION.....	33
BIBLIOGRAPHIE .....	34

# **Chapitre 1. POSITION DU PROBLÈME ET ÉTAT DE L'ART**

## ***1.1. INTRODUCTION***

---

L'objet de ce chapitre est de décrire les composants optiques qui s'inscrivent dans le cadre de cette étude, de faire un inventaire non exhaustif des différentes méthodes de mesure existantes, puis d'explicitier la pertinence de notre choix aux vues du cahier des charges que nous nous sommes fixé.

## ***1.2. OBJECTIF DE L'ÉTUDE***

---

Cette étude dédiée à la métrologie de milieux hétérogènes et de surfaces asphériques, s'inscrit dans une thématique de recherche de notre équipe TOMO au laboratoire LTSI initiée quelques années auparavant au sein d'une plate-forme du Pôle Optique Rhône-Alpes et dans le cadre du projet STICOPTO Massif Central.

### **1.2.1. Contexte scientifique du projet**

La conception des objectifs photographiques haute résolution, dédiés à des applications professionnelles dans les domaines du cinéma, de la télévision ou de la prise d'images satellitaires, nécessite l'association de nombreuses lentilles à calottes sphériques et verres homogènes pour combattre les effets des aberrations géométriques induites par les surfaces sphériques et les aberrations chromatiques imputables à la dispersion des verres. Les instruments ainsi réalisés sont complexes, encombrants, lourds et onéreux, et toute solution alternative permettant, à qualité d'image égale, de limiter le nombre d'éléments constitutifs, est attractive pour les concepteurs de ces dispositifs.

Les solutions envisageables sont de trois ordres : remplacer les calottes sphériques par des surfaces asphériques, introduire un gradient d'indice dans le matériau ou remplacer la fonction réfractive par une fonction diffractive en vue de modifier convenablement la surface d'onde. Cette dernière voie d'investigation, hors de notre champ de compétences et ne pouvant fonctionner efficacement que dans l'infrarouge (optiques militaires), n'a pas été appréhendée ici, en revanche les deux autres possibilités ont été analysées.

Le remplacement de certains dioptries sphériques par des profils asphériques permet en effet, en raison des propriétés géométriques intrinsèques des coniques, d'améliorer les performances du système final sans l'alourdir ni diminuer sa transparence. De même, les composants à gradients d'indice (radiaux ou axiaux) présentent des propriétés tout à fait remarquables, puisqu'ils sont potentiellement capables de corriger directement les aberrations sphéro-chromatiques de lentilles à dioptries sphériques et peuvent donc constituer une solution alternative à l'emploi de doublets.

Les fonctionnalités de ces nouveaux composants sont importantes puisqu'elles ouvrent des degrés de liberté supplémentaires aux concepteurs optiques et laissent augurer des gains

d'encombrement, de poids et de coûts significatifs pour les objectifs et zooms professionnels haute résolution. L'intérêt scientifique autant que commercial de ces nouvelles technologies, encore peu exploitées mais prometteuses, est donc particulièrement attractif et justifie l'étude réalisée dans le cadre de cette thèse.

Le projet initial ne prenait en compte que la métrologie des surfaces asphériques, mais en raison de leur proximité applicative avec les gradients d'indice, et parce que les méthodes de mesure préconisées peuvent s'appliquer indifféremment à l'une ou l'autre des technologies, il nous a semblé pertinent de les étudier simultanément.

Dans l'une ou l'autre des technologies mises en jeu (gradients ou asphériques), l'étape de fabrication, qui ne relève pas de cette étude, est suivie d'une étape de caractérisation destinée à contrôler le composant et sa conformité au cahier des charges initial, en vérifiant qu'il possède les caractéristiques physiques lui permettant d'assurer sa fonction optique.

### **1.2.2. Cahier des charges**

L'objectif de cette étude est donc de parvenir à une caractérisation complète de la structure :

- variation spatiale de la topographie de surface,
- ou variation spatiale de l'indice et propriétés de dispersion du gradient,

L'instrumentation optique pour la profilométrie de surface, a pour objectif de proposer une solution permettant la métrologie de surfaces asphériques de dimensions décimétriques, avec des précisions nanométriques. Dans le cadre des applications visées par les industriels concepteurs de systèmes optiques, le souhait émis, porte sur un contrôle de l'usinage en temps réel. Ce projet semble ambitieux puisque la méthode mise en œuvre nécessite d'allier une haute résolution à une grande dynamique sur des grands champs. De plus cette approche ne doit pas être affectée par les rugosités de surfaces. L'écart type de rugosité des surfaces que l'on souhaite examiner est de l'ordre du nanomètre.

La seconde partie de ces travaux consiste en la mise au point d'un dispositif de contrôle de composants dispersifs. La finalité étant la caractérisation des matériaux à gradients d'indice selon un cahier des charges proposant la mesure de gradients d'indice de l'ordre de  $10^{-2}$  sur quelques millimètres avec une précision de l'ordre de  $10^{-4}$ . Là encore, l'objectif à atteindre est audacieux et fait suite à des travaux, réalisés au sein de notre équipe, qui firent l'objet d'une thèse soutenue par Monsieur Luc Froehly en 2000 [1].

Le dispositif expérimental à mettre en place dans le cadre de cette thèse, doit s'adapter sans changement majeur, à la caractérisation de l'une ou l'autre de ces technologies (asphériques ou gradient).

A présent nous nous attardons sur ces deux grandes catégories de composants, que sont les composants asphériques et les gradients d'indice.

### **1.2.3. Description des composants soumis à l'étude**

Avant de présenter les différentes méthodes susceptibles de satisfaire à notre projet, il semble judicieux de décrire les types de composants, gradients et asphériques [2], que notre dispositif

doit être capable d'étudier. Cette partie a pour but d'expliciter les caractéristiques physiques de ces composants leur permettant d'assurer leurs fonctions optiques. Pour ce faire nous nous basons sur le formalisme de l'optique géométrique.

### 1.2.3.1. Composants asphériques

Les lentilles sphériques classiques ont un défaut inhérent à leur conception : le foyer de mise au point pour le centre de la lentille ne correspond pas à celui de la périphérie. Ainsi, une image, observée en dehors de l'axe optique, contient des aberrations qui sont difficilement compensées par des correctrices sphériques. C'est pourquoi les lentilles asphériques ont été développées. Ces composants ont un rayon de courbure variable conçu de façon à atteindre un foyer de mise au point unique. De ce fait, pour un rayon hors axe, le degré de liberté supplémentaire lié à l'asphéricité d'un composant optique aide à corriger les aberrations de sphéricité. Cependant, cette solution n'est pas entièrement satisfaisante, car on ne corrige pas les aberrations chromatiques de la lentille [3-5].

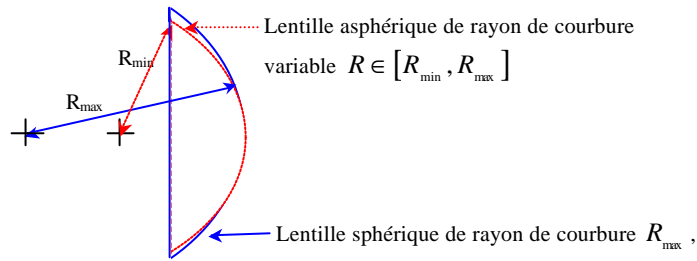


Figure 1.1 : Composant à surface sphérique en traits continus, composant à surface asphérique en pointillés.

Nous nous intéressons à la trajectoire des rayons lumineux lors de leur transmission à travers une surface asphérique, alors les lois de Snell-Descartes suffisent pour décrire le phénomène.

Si nous considérons deux couches homogènes différentes d'indices  $n_1$  et  $n_2$ , alors les angles d'incidence et de réfraction sont reliés par la loi de Snell-Descartes, de telle sorte que :

$$n_1 \cdot \sin(q_1) = n_2 \cdot \sin(q_2) \quad (1.1.)$$

Cette relation est vraie, quelque soit la forme du dioptré, plan ou courbe. Si le dioptré est courbe, celle-ci s'applique localement :

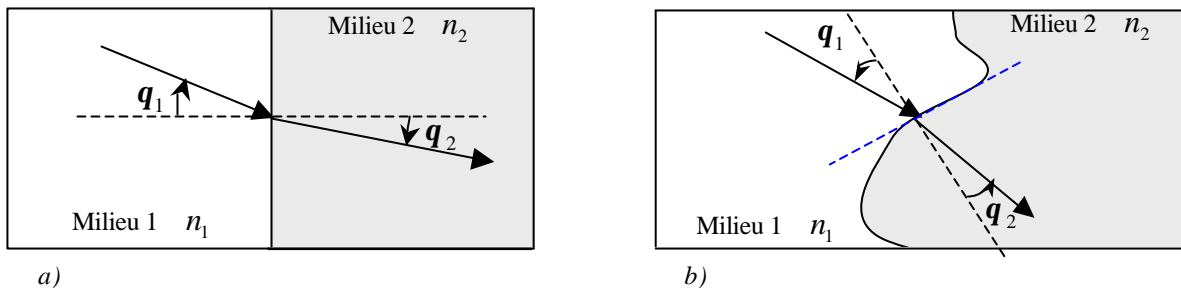


Figure 1.2: Lois de Snell-Descartes : a) dioptré plan ; b) dioptré courbe.

Cette loi nous permet de représenter le trajet de rayons se propageant parallèlement à l'axe optique en entrée d'une lentille asphérique.

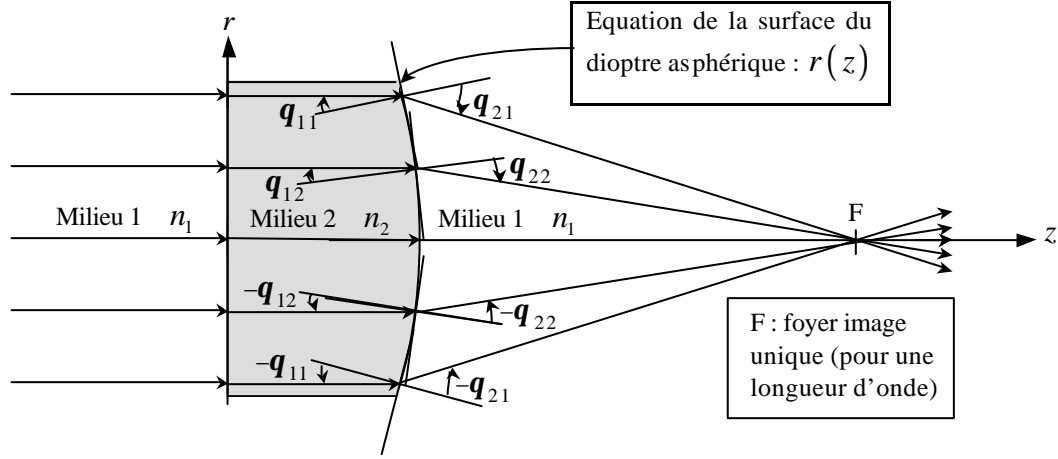


Figure 1.3: Lentille asphérique : fonction optique.

L'angle d'incidence  $q_{1i}$  sur le dioptre asphérique va dépendre de sa forme, et l'angle de transmission  $q_{2i}$ , va dépendre des indices des milieux 1 et 2. Ainsi la trajectoire est complètement définie à partir des paramètres  $n_1$ ,  $n_2$ , et  $r(z)$ . Le choix de ces paramètres donne accès à un foyer image unique pour une longueur d'onde. En réalité, il existe un foyer pour chaque longueur d'onde appartenant au spectre de la source utilisée. En effet, l'indice du matériau varie avec la longueur d'onde, ainsi l'angle de transmission varie également.

### 1.2.3.2. Composants à gradient d'indice

Ces composants trouvent un intérêt indéniable, puisqu'ils corrigent les aberrations d'un système optique. La correction des aberrations par ce type de composant provient du fait que la trajectoire des rayons traversant un gradient d'indice n'est plus linéaire (comme dans les matériaux homogènes) mais courbe. En effet, celle-ci dépend de la variation de l'indice dans le matériau, de plus le gradient diffère en fonction de la longueur d'onde considérée [1, 6].

Il existe deux types de gradients :

- les gradients axiaux ont une variation d'indice suivant l'axe longitudinal  $z$ , c'est-à-dire dans leur épaisseur,
- les gradients radiaux présentent une distribution d'indice suivant la composante radiale  $r$ , c'est-à-dire suivant la hauteur.

Ces deux types de gradients sont représentés sur la figure suivante, sur laquelle l'indice est codé en niveau de gris.

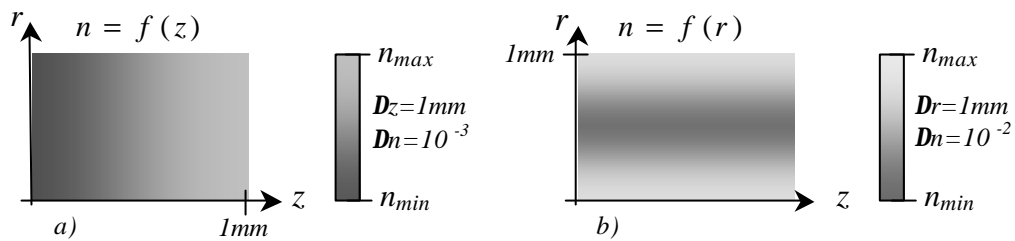


Figure 1.4: Gradient d'indice dans une lame à faces parallèles : a) gradient axial ; b) gradient radial.

La trajectoire d'un rayon est décrite par l'équation de l'eikonale qui s'écrit dans le cas d'un milieu inhomogène sous la forme suivante :

$$\frac{1}{R(s)} = \frac{1}{n(s)} \overrightarrow{e_n} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} (n(s))$$

où :  $s$  est l'abscisse curviligne de la trajectoire du rayon lumineux  
 $R(s)$  est le rayon de courbure de la trajectoire en un point donné,  
 $n(s)$  est l'indice de réfraction du matériau au point d'abscisse  $s$ ,  
 et  $\overrightarrow{e_n}$  est le vecteur porté par la normale principale à la trajectoire au point considéré

Une autre méthode très utilisée consiste à discrétiser le problème. Ainsi, pour modéliser l'effet d'un matériau à gradient d'indice il convient d'approximer la variation continue d'indice par une série de marches d'indice constant, c'est-à-dire par un multicouche. Bien évidemment plus l'épaisseur des couches est petite, plus le modèle du multicouche s'approche du gradient d'indice et donc, plus cette méthode est précise.

Considérons plusieurs couches homogènes dont l'indice croît faiblement avec l'épaisseur du multicouche traversée ( $n_1 < n_2 < n_3 < \dots < n_n$ ), alors selon les lois de Snell-Descartes, nous obtenons la trajectoire du faisceau suivante :

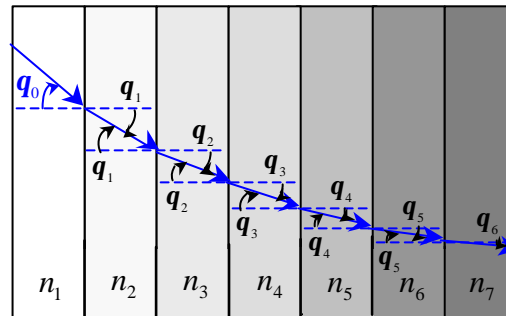


Figure 1.5 : Trajectoire d'un rayon lumineux dans un multicouche.

Cette figure nous fait entrevoir l'effet d'un composant à gradient d'indice sur la trajectoire d'un rayon lumineux. Si on fait tendre l'épaisseur de chaque couche ainsi que la variation d'indice entre chaque couche vers 0, alors on obtient une trajectoire courbe. C'est ce que nous avons représenté sur la figure suivante, dans le cas d'une lentille convergente à gradient d'indice axial ou radial:

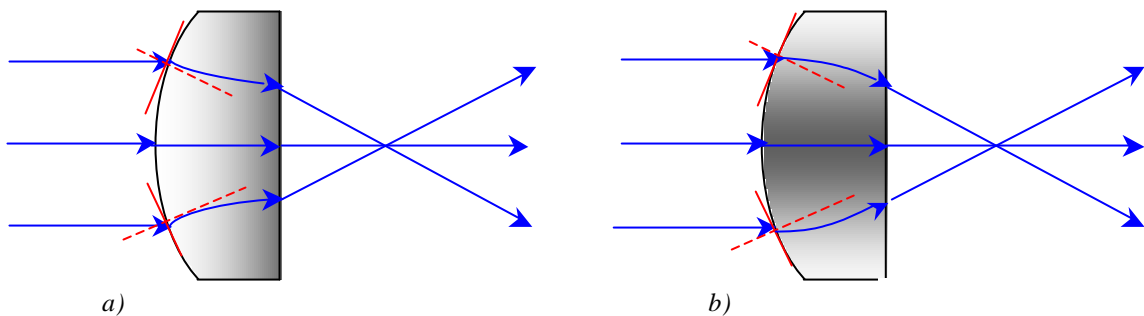


Figure 1.6 : Trajectoire d'un faisceau dans une lentille convergente à gradient d'indice : a) axial ; b) radial.



La trajectoire du rayon lumineux se propageant à travers un matériau inhomogène est assez complexe à définir algébriquement. Cependant en reprenant la modélisation d'un gradient d'indice sous la forme d'un multicouche, l'expression de la trajectoire d'un rayon lumineux se résume à une équation réursive (1.2.), aisément programmable sous n'importe quel logiciel de calcul. Cette équation directement déduite de la relation de Snell-Descartes (1.1.), traduit la propagation d'un faisceau monochromatique de fréquence  $n_0$  dans un multicouche axial dont le dioptré serait plan (*Figure 1.7*).

$$y_n(n_0) = y_{n-1}(n_0) + (z_n - z_{n-1}) \cdot \tan \left[ \arcsin \left( \frac{n_0(n_0) \cdot \sin(q_0)}{n_n(n_0)} \right) \right] \quad \text{avec: } n \in \mathbb{N} \quad (1.2.)$$

où:  $(z_0, y_0)$  sont les coordonnées du rayon à l'entrée du composant à gradient d'indice,  
 $n_0$  est l'indice de réfraction avant le composant,  
 $q_0$  est l'angle d'incidence,  
 $(z_n, y_n)$  sont les points décrits par le rayon lumineux pour les  $n$  couches considérées,  
 $n_n$  sont les indices de réfraction des  $n$  couches constituant le multicouche,

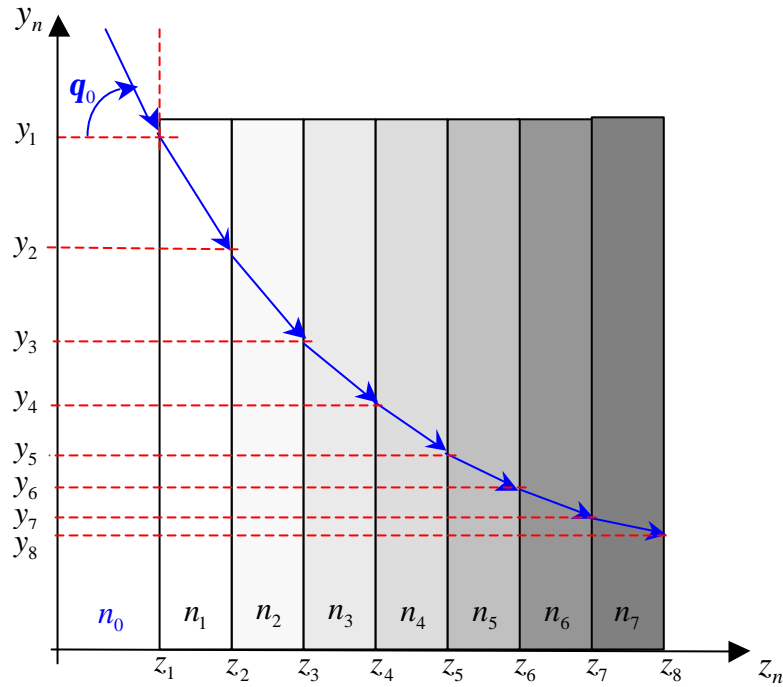


Figure 1.7: Modélisation de la trajectoire d'un rayon lumineux dans un multicouche à dioptré plan : illustration de l'équation (1.2.).

La modélisation d'une lentille à gradient d'indice axial dont le dioptré est courbe reste accessible avec le même formalisme que pour un dioptré plan. Seuls les paramètres  $n_0$  et  $q_0$  deviennent des variables dépendantes de la forme du dioptré, alors que pour un dioptré plan ces deux paramètres sont constants (*Figure 1.8*). Il en est de même pour la modélisation d'une lentille à gradient radial, où les angles considérés subissent une rotation de  $\frac{p}{2}$ .

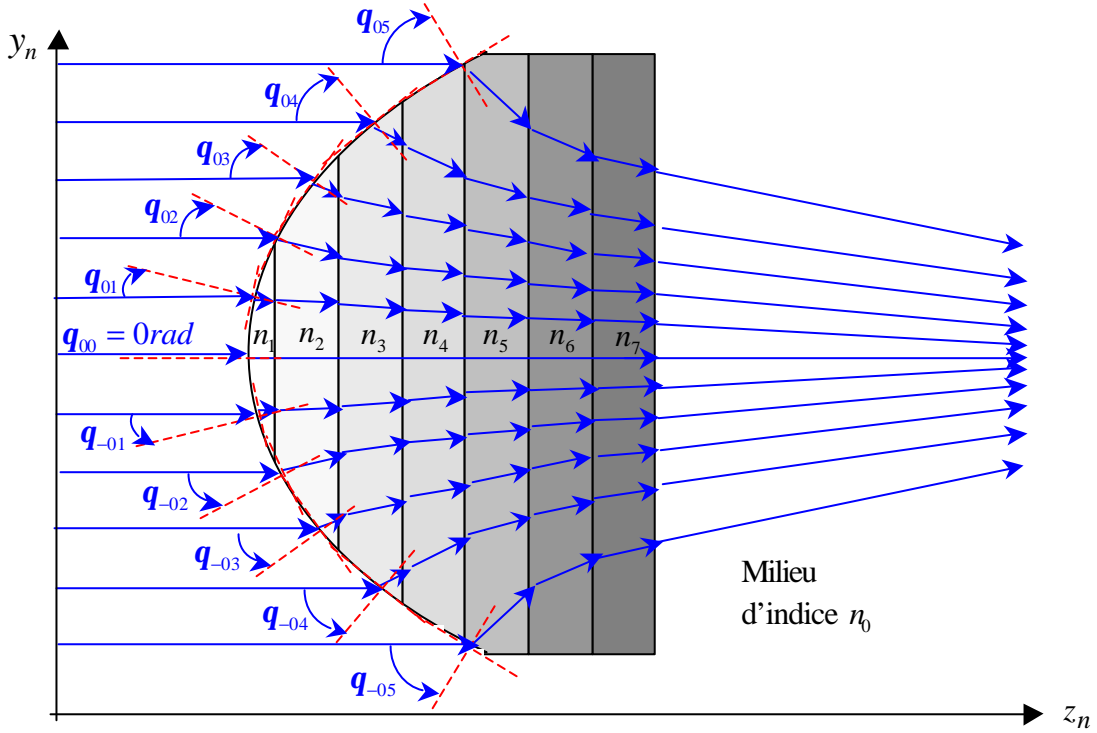


Figure 1.8: Modélisation d'une lentille à gradient d'indice avec un multicouche.

Cette figure nous montre qu'effectivement dans le cas d'un dioptre courbe  $n_0$  et  $q_0$  varient en fonction de la coordonnée  $y_n$ . Et l'équation de la trajectoire donnant  $y_n$  en fonction de  $z_n$ , se détermine en appliquant pour chaque rayon, la relation de Snell-Descartes, sachant que l'équation de récursivité écrite en (1.2.) reste valable.

Finalement, le calcul du chemin optique parcouru par chaque rayon lumineux dans ce multicouche, correspond à la somme des chemins optiques élémentaires parcourus dans chaque couche constituant le multicouche, soit :

$$L(n_0) = \sum n_n(n_0) \sqrt{(y_n(n_0) - y_{n-1}(n_0))^2 + (z_n - z_{n-1})^2} \quad \text{avec: } n \in \mathbb{N}^* \quad (1.3.)$$

Ainsi le déphasage induit par la traversée d'un composant à gradient d'indice pour une fréquence  $n_0$  est :

$$\Delta\Phi = k_0 \cdot L(n_0) = \frac{2\pi n_0}{c} \cdot L(n_0) \quad (1.4.)$$

Cette étude rapide des composants susceptibles d'être analysés par un dispositif d'instrumentation optique, nous conduit à faire une revue brève et non complète, mais exprimant les grandes tendances des différentes méthodes optiques de caractérisation de profil d'indice et de surface.

### ***1.3. ÉTAT DE L'ART SUR LES MÉTHODES DE MESURE***

---

Dans ce paragraphe, nous présentons donc une revue rapide des méthodes de mesure de profil de surface et d'indice. Nous privilégions un classement par principes physiques de ces approches provenant :

- soit de l'optique géométrique,
- soit de l'optique ondulatoire.

#### **1.3.1. Méthodes de l'optique géométrique**

L'optique géométrique explique certaines propriétés simples de la lumière, lorsque celle-ci rencontre de la matière transparente ou réfléchissante. Ces propriétés sont utilisées avec l'objectif de réaliser des instruments de mesure optiques très performants, telles que ceux que nous présentons ici.

##### **1.3.1.1. Réfractométrie**

Cette méthode est dédiée à la mesure d'indice de réfraction, et résulte de l'application directe de la loi de Snell-Descartes rappelée précédemment.

##### **Principe général:**

Cette mesure est généralement réalisée par recherche de la direction du faisceau correspondant à l'angle limite de réfraction lorsque la lumière rencontre un dioptré séparant deux milieux d'indices différents.

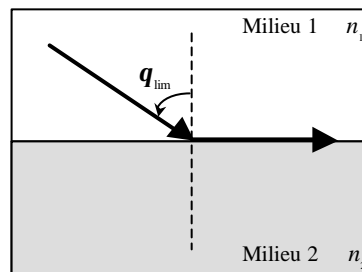


Figure 1.9: Angle limite de réfraction.

La détermination de l'indice de l'un des deux milieux, si on a connaissance de l'autre, est réalisée en appliquant la relation de Snell-Descartes :  $n_1 \sin q_{\text{lim}} = n_2$ .

Ce type de dispositif admet quelques variantes. Mais le principe général reste basé sur la mesure de l'angle limite de réfraction.

##### **Performances :**

L'échantillon testé requiert toutefois quelques exigences, celui-ci doit être homogène et avoir une face plane à l'état de poli optique. Cette méthode est très usitée, notamment par la société Schott, qui utilise un réfractomètre à prisme pour la mesure de l'indice avec une précision

annoncée de  $10^{-5}$  dans l'infrarouge. Cependant cette précision est altérée en fonction de l'état de surface de l'échantillon qui peut engendrer de la diffusion et donc une forte imprécision dans la mesure de l'angle critique.

### 1.3.1.2. Shack-Hartmann

Ce dispositif fut développé par Hartmann pour l'étude des aberrations de miroirs de télescopes, elle entre donc dans la problématique de la mesure de profil de surface. Le Shack-Hartmann est un analyseur de front d'onde (plan équiphase de l'onde) [7]. Cette méthode ne considère pas le front d'onde dans sa globalité, mais comme étant la formation de plusieurs fronts d'onde élémentaires plans.

#### Principe général:

Le faisceau réfléchi par la surface à analyser se propage et est échantillonné par une matrice de microlentilles distante de l'analyseur de la distance focale  $f'$ . Les microlentilles focalisent donc chacune en un point d'un capteur CCD (Figure 1.10).

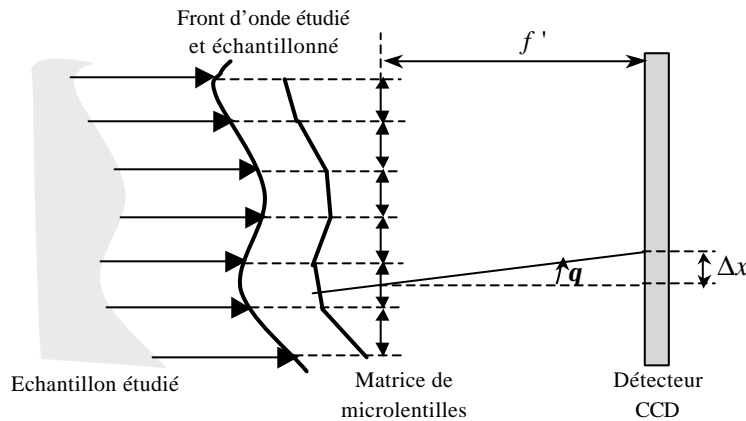


Figure 1.10: Principe du Shack-Hartmann.

La mesure de  $\Delta x$  au niveau du capteur CCD donne accès à la pente locale du front d'onde, et par conséquent au profil de l'échantillon.

#### Performances :

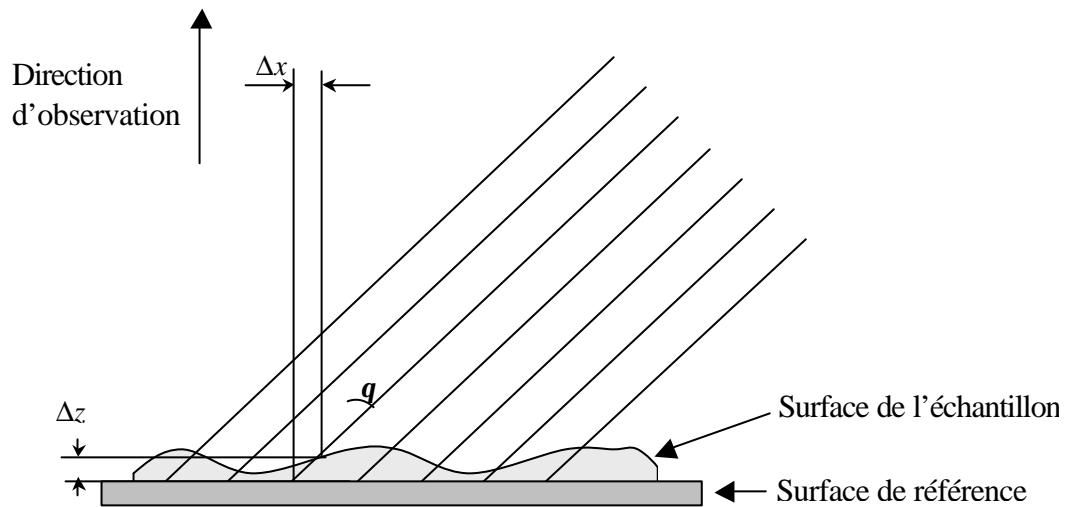
Le Shack-Hartmann offre une très grande dynamique de mesure puisqu'il est capable d'analyser un front d'onde présentant une courbure de  $800\lambda$ . Ce qui lui donne la possibilité de faire des mesures en temps réel, sur des échantillons présentant de fortes hétérogénéités de profil. La précision sur une mesure de profil est de l'ordre de  $\lambda/40$  à  $\lambda = 632.8nm$ . Par contre le champ exploré en une acquisition dépend de la taille du capteur, ce qui limite la taille des composants étudiés. La métrologie de composants grand champ par cette approche reste envisageable par translation de l'objet, et recalage de phase, mais ces opérations ont un coût en temps d'analyse non négligeable.

### 1.3.1.3. Lumière structurée

#### Projection de franges

##### Principe général:

Cette approche se base sur une méthode par projection d'une mire périodique. Ici, le principe est de projeter un faisceau de lumière blanche structurée sous forme de franges à la surface de l'échantillon. La topographie de la surface correspond à la variation de hauteur  $\Delta z$  par rapport à une surface de référence. Cette information est restituée par analyse de la déformation du système de franges dans le plan d'un capteur CCD. La topographie de la surface analysée est par conséquent liée au déplacement  $\Delta x$  de chaque frange projetée. Le principe est donné sur la *Figure 1.11*.



*Figure 1.11 : Principe de la projection de lumière structurée.*

##### Performances :

Cette approche autorise l'inspection de champs décimétriques, avec une précision de l'ordre de  $10\mu\text{m}$ , ce qui reste bien insuffisant par rapport aux exigences fixées par le cahier des charges. Cependant, cette méthode a l'avantage d'être très robuste vis-à-vis de l'environnement extérieur.

#### Moiré

##### Principe général:

Le Moiré est aussi basé sur une méthode de projection et donne accès à la mesure du relief d'un objet. La *Figure 1.12* en illustre le principe. La mesure de la topographie d'un objet s'effectue par projection d'un réseau de traits de pas connu sur l'échantillon. L'image du réseau déformée par la topographie de l'échantillon est observée au travers d'un autre réseau de traits dans le plan d'un capteur CCD. On observe alors un ensemble de franges de Moiré modulée en phase. Le calcul du relief se déduit des différents paramètres du montage et des valeurs des abscisses  $x$  et  $x'$ .

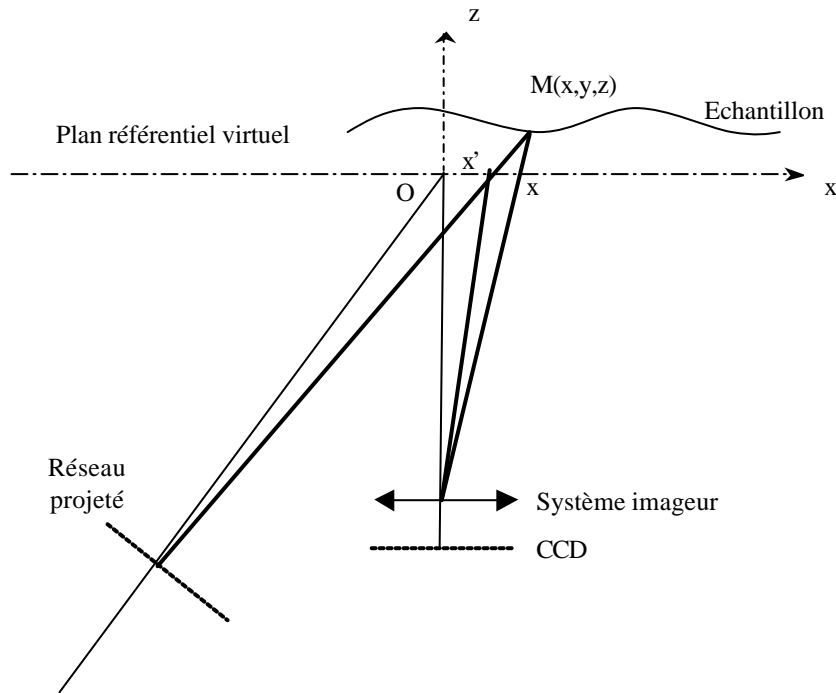


Figure 1.12: Principe du Moiré.

### Performances :

Cette méthode est applicable sur des objets de dimension centimétrique ou métrique, en adaptant les caractéristiques géométriques du montage. Cette approche atteint une précision de l'ordre de  $50\mu m$  et l'augmentation de la surface étudiée se fait aux dépens de la précision.

Aucun des dispositifs étudiés ne semblent satisfaire à l'étude simultanée du profil d'indice et à la topographie de surface. La réfractométrie atteint des précisions pour la mesure d'indice en accord avec notre cahier des charges, cependant l'impossibilité de caractériser des matériaux hétérogènes avec cette même précision en fait une candidate inappropriée pour notre étude. Pour la mesure profilométrique, nous retiendrons la méthode de Shack-Hartmann qui allie quelques-unes des caractéristiques requises pour notre projet, soit une grande dynamique et une haute résolution, cependant l'étude de composants décimétriques serait bien trop longue et fastidieuse.

De plus, les méthodes de l'optique géométrique pour la mesure de gradient d'indice ont montré leurs limites comme il avait été prouvé lors de travaux antérieurs au sein de notre équipe [1]. Nous décrivons donc à présent, quelques méthodes de mesure de profil d'indice et de surface provenant de l'optique ondulatoire.

### **1.3.2. Méthodes de l'optique ondulatoire**

Le paragraphe précédent a montré l'inaptitude des méthodes de l'optique géométrique à caractériser entièrement des milieux hétérogènes. De plus aucune méthode n'est capable de mesurer à la fois un profil d'indice et de surface avec une précision suffisante. Par conséquent il paraît nécessaire d'explorer d'autres approches reposant sur la nature ondulatoire de la lumière.

### 1.3.2.1. Ellipsométrie

#### Principe général:

L'ellipsométrie est une méthode optique consistant à mesurer la modification de l'état de polarisation d'un faisceau à la réflexion sur un échantillon [8]. Ce changement d'état de polarisation est très sensible aux propriétés de l'interface, et par conséquent à l'indice de réfraction [9] et à l'épaisseur de la couche considérée. Le calcul direct des paramètres relatifs aux changements de phase et d'amplitude de l'onde à la réflexion, donnent accès aux informations qui nous intéressent ici. Il existe plusieurs variantes de ce type d'approche soit l'ellipsométrie à annulation, à élément tournant, ou à modulation de phase. Le but n'est pas ici de faire une étude approfondie de chaque méthode mais de donner un aperçu de la méthode. La Figure 1.13 représente schématiquement un ellipsomètre.

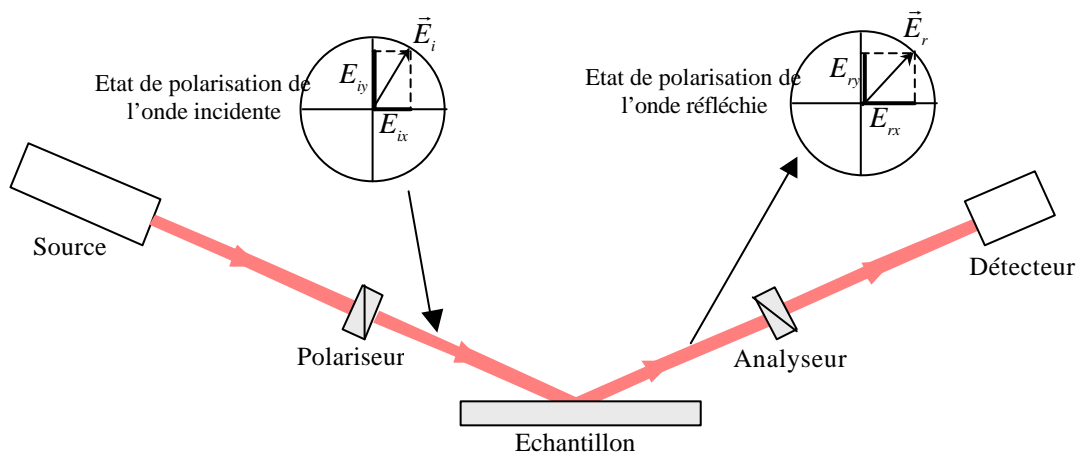


Figure 1.13 : Ellipsomètre.

#### Performances :

L'échantillon à caractériser doit généralement être plan à surface polie, constitué d'un empilement de films diélectriques minces à faces parallèles. Cette méthode se révèle donc être un puissant outil d'investigation de la constitution d'échantillons homogènes. Cependant les rugosités de surface ou l'inhomogénéité de la structure entraînent une perte conséquente de précision. Toutefois, cette méthode autorise les mesures in situ et en temps réel, par conséquent, celle-ci est très utilisée dans certaines branches de l'industrie de pointe et de la recherche (microélectronique, traitement de surfaces, technologie des matériaux etc...).

Par ellipsométrie, il est possible d'atteindre une précision de  $10^{-3}$  sur la mesure d'indice pour une bande spectrale allant de l'UV à l'IR. Pour la mesure d'épaisseur en théorie, on peut atteindre une précision picométrique, ce qui semble fantaisiste aux vues de la divergence du faisceau, des imperfections des optiques de polarisation, et des rugosités de surface.

### 1.3.2.2. Interférométrie monochromatique

#### Principe général:

Le phénomène d'interférences dû aux propriétés ondulatoires de la lumière se produit dans une région de l'espace où il y a superposition d'ondes spatialement et temporellement cohérentes. Il se traduit par des modulations spatiales de l'intensité. Les franges d'interférences sont obtenues d'une seule onde lumineuse incidente par division du front d'onde ou par division d'amplitude. La figure d'interférences dépend de la forme des fronts d'onde (plans, sphériques, etc..), qui entraîne un déphasage entre les ondes qui interfèrent. L'étude des figures d'interférences donne accès soit à l'examen topographique d'une surface, soit à la mesure de l'indice de réfraction d'un échantillon.

L'interférométrie monochromatique s'est beaucoup développée pour les tests de composants optiques. En effet, les qualités intrinsèques de la lumière laser, cohérence spatiale (directivité du faisceau) et cohérence temporelle (monochromaticité), ont facilité la conception des instruments pour l'interférométrie et ses applications.

L'interférométrie monochromatique repose sur les propriétés de cohérence temporelle et spatiale des sources employées et bénéficie des formidables avancées technologiques dans divers domaines de la physique et de l'optique, tant au niveau des sources (laser, diode laser, LED, lampe halogène associée à des filtres interférentiels) qu'au niveau de la détection (caméras 2D CCD et CMOS, haute résolution, haute cadence).

Les applications de l'interférométrie concernent surtout le domaine de la mesure sans contact, avec des résolutions nanométriques provenant des longueurs d'onde faibles de la plage du visible. Ces champs applicatifs sont vastes. Nous pouvons citer la profilométrie optique, les mesures de contraintes mécaniques [10], la vibrométrie, la mesure d'indice de réfraction, d'écoulements en mécanique des fluides, de concentration dans des mélanges gazeux, la microscopie optique, etc...

Pour chaque application, nous trouvons un ou plusieurs dispositifs interférométriques capables de coder l'information optique (sous forme de trajet optique) au sein d'un ou plusieurs interférogrammes qu'il s'agira ensuite de traiter avec divers outils numériques. Dès lors nous admettons que cette métrologie optique reposant sur l'interférométrie en lumière cohérente (ou quasi-cohérente) se décline dans la littérature scientifique sous divers aspects. Citons, l'holographie (de plus en plus numérique) qui, en fonction des applications, peut devenir de l'interférométrie holographique ou encore de l'imagerie à contraste de phase, nous avons aussi l'interférométrie speckle (avec la DSPI : digital speckle pattern interferometry, ou l'ESPI : electronic speckle pattern interferometry), sans oublier la shearography etc...

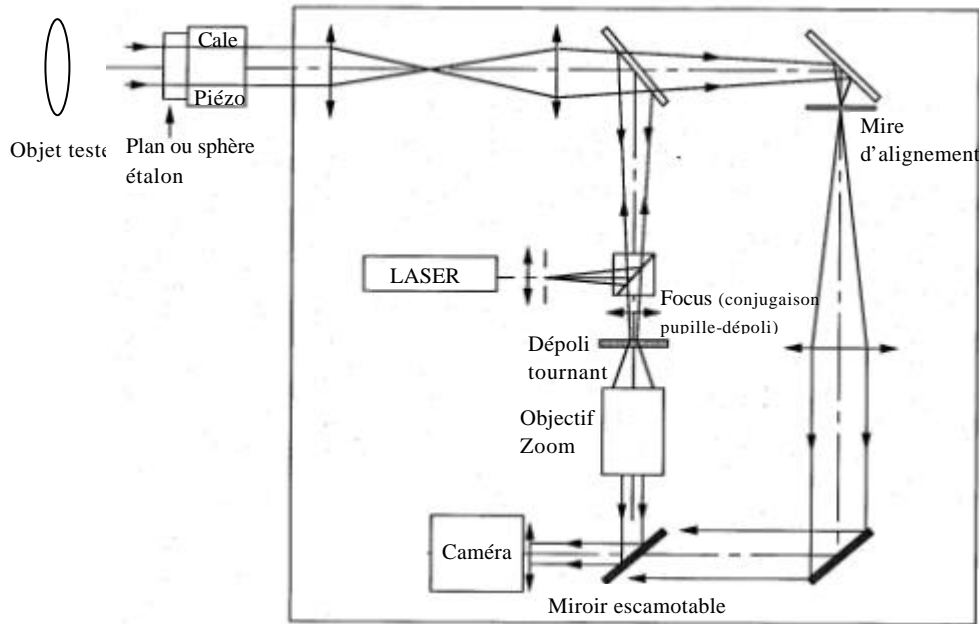
Tous ces dispositifs constituent des variantes d'un même montage de base doté d'une source cohérente (ou quasi cohérente), d'un interféromètre à deux bras, d'un capteur 2D de type CCD ou CMOS et d'une instrumentation optique ou/et mécanique spécifique à la méthode ou à l'application visée (lentilles, objectifs de microscopes, platines PZT etc...).

Les traitements des interférogrammes sont de plus en plus numériques et interviennent dans une seconde étape (ou en simultanée pendant l'acquisition). Ils consistent à d'une part, filtrer le bruit (surtout dû à l'emploi de sources cohérentes), puis à extraire des franges enregistrées sur le capteur l'information optique codée (démodulation des franges, algorithme de déroulement



et de recalage de phase, algorithme de restitution d'image en intensité et en phase d'hologrammes numériques).

Pour illustrer ce propos, les *Figures 1.14, 1.15 et 1.16* représentent trois dispositifs standard couramment employés en métrologie optique cohérente. Il s'agit d'un interféromètre à décalage de phase commercialisé (ZYGO) (*Figure 1.14*), un montage standard d'holographie numérique (*Figure 1.15*), et d'un montage d'interférométrie speckle (*Figure 1.16*) [11]. On remarque que pour ces trois dispositifs, l'architecture de base est la même : une source monochromatique associée à un interféromètre et à un capteur 2D.



*Figure 1.14 : Plan du ZYGO (tiré du cours de Lionel Jacubowicz Responsable des Travaux Pratiques de SupOptique).*

Parmi les méthodes d'analyses utilisées en interférométrie monochromatique, les meilleurs résultats sont obtenus en interférométrie à décalage de phase (*Figure 1.14*) ou « Phase Shifting Interferometry » (PSI). Ce procédé s'applique aux mesures profilométriques [12-14] autant qu'aux mesures d'indice [15]. Ce traitement permet d'effectuer des mesures de profils 3D avec une résolution sub-nanométrique en  $z$  par analyse de quelques interférogrammes monochromatiques à phase décalée. Cependant l'interférométrie à décalage de phase échoue pour les surfaces rugueuses ou discontinues, car elle conduit à une mesure relative de la phase.

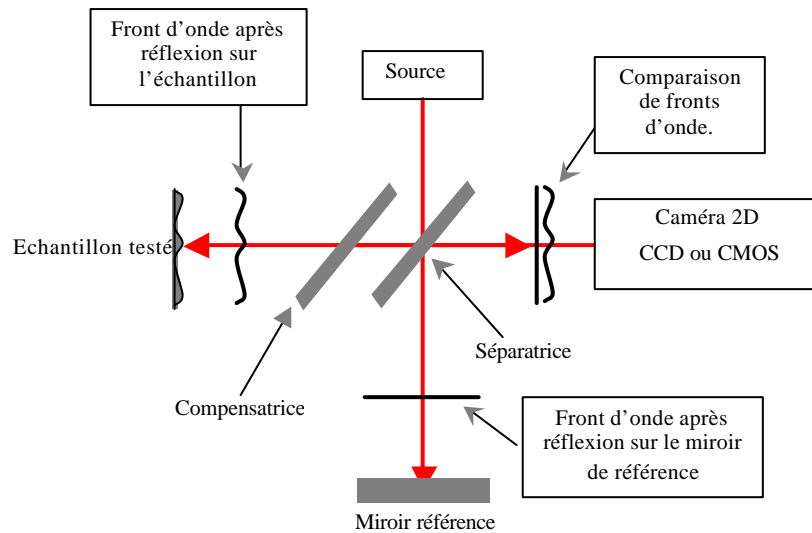


Figure 1.15 : Holographie numérique : mesure profilométrique.

L'holographie numérique (Figure 1.15) restitue en intensité et en phase l'échantillon étudié à partir de l'acquisition d'un seul interférogramme (contrairement à l'interférométrie à décalage de phase où trois images au moins sont requises) issu de l'onde de référence et de l'onde objet [16]. Mais des indéterminations subsistent concernant, les sauts de phase, ainsi que le signe des profils observés.

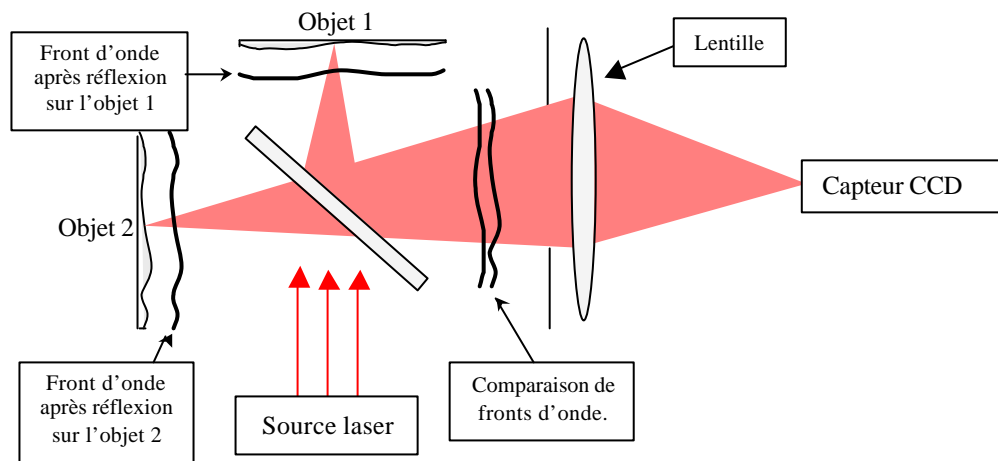


Figure 1.16 : Interférométrie de speckle.

L'interférométrie de speckle (Figure 1.16) permet de calculer et de visualiser le champ des déplacements d'objets diffusants [17]. Lorsqu'un objet diffusant est éclairé par une source laser, il est possible d'observer une figure granulaire appelée speckle ou encore, granularité laser. Le résultat de cette approche repose sur l'exploitation des franges d'interférences obtenues entre deux ondes, l'une au moins des deux ondes est une onde speckle, c'est-à-dire une onde produite en réflexion ou en transmission par une surface diffusante éclairée en lumière cohérente. Le calcul d'un déplacement ou d'une déformation s'effectue par détermination de la carte de phase.

#### Performances de l'interférométrie monochromatique:

Les méthodes issues de l'interférométrie monochromatique assurent l'accès à la mesure d'une phase relative et souffrent de l'ambiguïté inhérente de ces approches à ne pouvoir identifier de

manière absolue des sauts de phases supérieurs à  $\mathbf{p}$ , induisant une indétermination sur la mesure difficile à lever (on retrouve ce problème en interférométrie à décalage de phase mais aussi en holographie numérique).

Pour un examen topographique, la rupture de profil entre deux points adjacents et en réflexion est de  $\frac{1}{4}$ , et avec plusieurs enregistrements, la précision atteint la fraction de nanomètre.

L'interférométrie monochromatique à décalage de phase autorise également des mesures sur des milieux homogènes de grandes dimensions, et conduit en principe, à des précisions sur l'indice atteignant  $10^{-5}$  à  $10^{-6}$  mais souffre cependant de la formation de figures de speckle, lorsqu'une surface rugueuse est scrutée (problème du bruit optique dû à la cohérence de la source).

L'holographie numérique est un procédé plein champ qui donne accès à la mesure en temps réel de la topographie d'objets de petites tailles à partir d'une seule acquisition. Cette méthode présente donc de remarquables aptitudes pour le contrôle industriel et assure des mesures de précisions interférométriques. Cependant, l'holographie est limitée par la faible résolution et la petite taille des capteurs CCD qui restreint l'étude à des objets de petites dimensions [11].

Enfin l'interférométrie de speckle n'est plus réservée aux objets optiquement polis et s'applique exclusivement aux objets « rugueux ». Cette méthode est très adaptée aux applications industrielles (appareils plus compacts et facilement transportables, coûts plus faibles, traitement numérique des données en temps quasi réel...) et s'est donc beaucoup développée ces dernières années au point de remplacer progressivement les systèmes de contrôles non-destructifs holographiques existant dans les grandes sociétés.

Afin de lever l'ambiguïté pour la mesure topographique de profil non continu, engendrant des sauts de phase que l'interférométrie monochromatique résout difficilement, une approche consiste à intégrer à l'interféromètre une source faiblement cohérente.

## ***1.4. CHOIX DE LA MÉTHODE DE MESURE : INTERFÉROMÉTRIE SPECTRALE***

---

Nous venons d'explorer différentes méthodes de mesure entrant dans le cadre de notre projet, et même si le candidat idéal ne s'est pas dégagé, les approches interférométriques semblent toutefois être les plus adaptées à notre problème. Nous approfondissons cette voie, en étudiant les méthodes interférométriques à faible longueur de cohérence.

### **1.4.1. Évolution vers l'interférométrie à faible longueur de cohérence**

Le paragraphe précédent a montré que les méthodes interférométriques font preuve d'aptitudes remarquables dans le domaine du contrôle industriel et sont bien adaptées notamment à la métrologie 3D haute résolution. Ces approches diffèrent principalement, les unes des autres par la source utilisée, et par le traitement numérique permettant d'extraire l'information utile du signal d'interférences.

De façon à pallier aux limitations inhérentes à l'interférométrie monochromatique, des méthodes d'interférométrie avec des sources de faible cohérence, mais aussi en lumière blanche se sont développées.

Les méthodes utilisant des sources faiblement cohérentes comme les diodes super luminescentes, ont trouvé un intérêt scientifique, du fait de leurs densité spectrale de puissances spectrales plus élevées que celle des sources blanches à incandescence de type halogène (leur spectre est cependant plus réduit que celui des halogènes). Par conséquent, avec ce type de source, l'inspection de grandes surfaces est possible, tout en étant moins sensible au problème de speckle engendré par la diffusion de surfaces rugueuses. Ces approches sont le plus souvent appelées dans la littérature : Low Coherence Interferometry (LCI) et trouvent leurs applications soit dans la profilométrie de surface [18-20], soit dans la mesure de la dispersion [21-23].

De plus, les progrès réalisés ces dernières années dans la réalisation de sources blanches possédant d'excellentes caractéristiques spatiales et spectrales, dans le développement de capteurs numériques performants et dans le développement d'algorithmes de calcul puissants, conduisent à un regain d'intérêt pour des approches anciennes reposant sur l'analyse spectrale des phénomènes d'interférences.

Ainsi il existe plusieurs méthodes dédiées à l'interférométrie en lumière blanche. L'une d'entre elles, l'interférométrie en lumière blanche à balayage ou « Scanning White-Light Interferometry » (SWLI) donne accès à la phase absolue d'un interférogramme. Cependant cette méthode s'appuie sur l'acquisition de plusieurs figures d'interférences par déplacement du miroir de mesure pour reconstituer le profil de surface sans ambiguïté [24-34] ou le profil de l'indice de groupe [35], ce qui constitue un inconvénient non négligeable en terme de temps d'acquisition.

Des publications récentes montrent clairement qu'il existe deux traitements numériques s'appliquant à l'interférométrie en lumière blanche, pour parvenir à l'information profilométrique de l'objet testé. La première consiste à analyser le maximum de visibilité des franges et est appelée tomographie optique cohérente dans le domaine temporel ou « Time-Domain Optical Coherence Tomography » (TD-OCT) [36-42]. Cette approche est principalement utilisée en biologie. La seconde est une méthode basée sur des algorithmes de calcul de phase.[24-28] Cette méthode donne accès à des résultats en profilométrie avec une résolution inférieure au nanomètre. Comme nous l'avons énoncé, cette approche souffre du temps d'acquisition imputable à l'enregistrement de nombreuses figures d'interférences par balayage. En effet, pour accéder à la mesure en un point, il faut effectuer plusieurs acquisitions d'interférogrammes, et par conséquent cette méthode est très sensible au bruit environnant.

De façon à supprimer ce balayage mécanique, d'autres approches sont développées, basées sur la mesure spectrométrique des figures d'interférences. L'analyse des franges spectrales par cette méthode, s'effectue sur un seul interférogramme, donc pour une seule acquisition, offrant une mesure moins sensible au bruit. Cette nouvelle approche d'interférométrie spectrale, s'applique à la tomographie d'échantillon biologique et se nomme tomographie optique cohérente dans le domaine de Fourier ou « Fourier-Domain Optical Coherence Tomography » (FD-OCT) [43-48]. Elle s'applique également aux mesures profilométriques 3D [49-59] ainsi qu'aux mesures de profil d'indice [60-74] et est appelée analyse

spectrométrie des interférogrammes en lumière blanche ou « Spectroscopic Analysis of White Light Interferograms » (SAWLI).

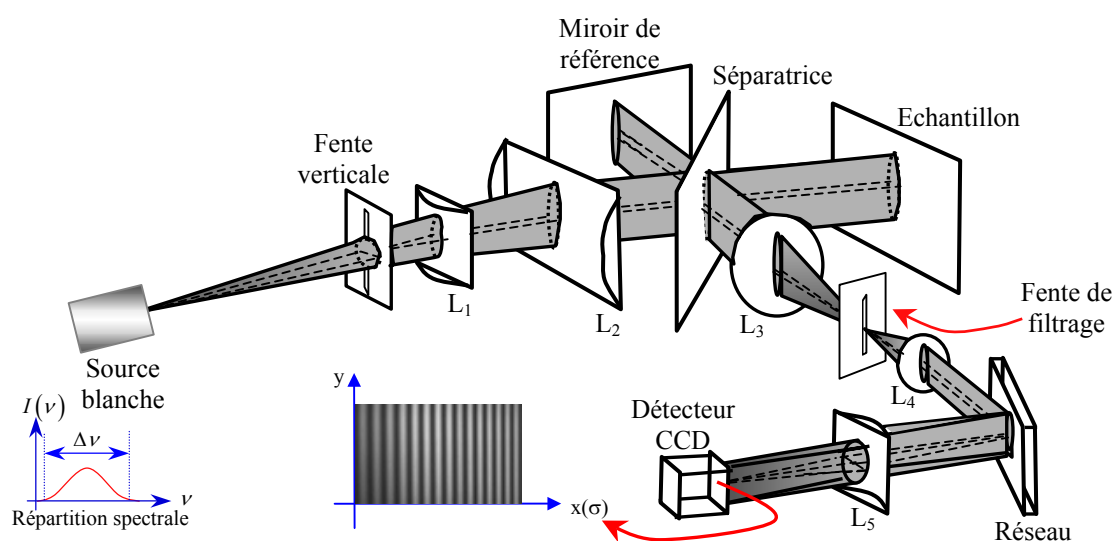
Chacune des méthodes interférométriques citées précédemment donne accès à une mesure de phase relative ou absolue. Les approches numériques utilisées pour extraire le profil d'indice sont similaires à celles utilisées en profilométrie.

Cette dernière voie d'investigation (SAWLI) présente des propriétés en accord avec notre projet tant au niveau de la mesure profilométrique que de la mesure de profil d'indice. Nous développons les différents aspects de cette méthode dans le prochain paragraphe.

## **1.4.2. Méthode de mesure mise en œuvre : interférométrie spectrale**

### **1.4.2.1. Descriptif de la méthode**

Pour parvenir à une caractérisation complète de la structure, variation spatiale de la topographie de surface ou variation spatiale de l'indice et propriétés de dispersion du gradient, et pour pouvoir répondre aux exigences du cahier des charges, nous avons donc opté pour une approche d'analyse par interférométrie spectrale en lumière polychromatique. Il s'agit de comparer, section par section, la surface d'onde issue du composant à tester avec la surface d'onde d'une onde de référence. Cette analyse est effectuée en sortie d'un spectroscopie situé à l'issue de l'interféromètre de mesure, à partir du champ d'interférences spectrales établi entre le faisceau de référence et le faisceau sonde (*Figure 1.17*).



*Figure 1.17 : Dispositif d'interférométrie spectrale.*

La source de lumière blanche émet un faisceau divergent. La première étape de notre dispositif consiste à mettre en forme ce faisceau, de telle sorte que celui-ci soit collimaté suivant une ligne verticale. Pour cette mise en forme de faisceau, nous utilisons une fente verticale et deux lentilles cylindriques  $L_1$  et  $L_2$ . Le rôle de la fente verticale est de sélectionner un trait vertical du faisceau divergent, et celui des lentilles  $L_1$  et  $L_2$  est de rendre le faisceau parallèle respectivement dans les directions horizontale et verticale. Plus la lentille

$L_1$  a une focale courte plus la ligne verticale est fine, de même, plus la lentille  $L_2$  a une grande focale plus le trait est grand. Par conséquent, ces deux lentilles sont très importantes car elles permettent de choisir la taille du faisceau sonde, et de l'adapter en fonction de l'objet à étudier.

Le faisceau ainsi mis en forme, pénètre dans un interféromètre en configuration Michelson. Cet interféromètre classique permet donc de comparer une ligne du bras de référence avec une ligne du bras de mesure. La configuration de l'interféromètre est légèrement différente en fonction du type de mesure à laquelle on veut accéder. Pour une mesure profilométrique l'interféromètre est utilisé en réflexion, tandis que pour une mesure d'indice, l'interféromètre est utilisé en transmission (l'échantillon est alors placé dans le bras de mesure de telle sorte que celui-ci soit traversé par le faisceau). On utilise alors un miroir de mesure identique au miroir de référence. Les modifications du dispositif expérimental pour passer d'une mesure à l'autre sont mineures et ne présentent aucune difficulté, de ce fait, le dispositif mis en place remplit bien ses fonctions.

Quelle que soit la mesure réalisée, les deux segments lumineux verticaux se superposent en sortie d'interféromètre et passent à travers un système composé de deux lentilles sphériques  $L_3$  et  $L_4$ , et d'une fente de filtrage, qui constitue l'entrée du spectroscope. Les deux lentilles sphériques ont pour fonction de redimensionner le faisceau, de façon à ce que toute l'information transite jusqu'au détecteur. De plus, la fente de filtrage, ainsi que les deux lentilles  $L_3$  et  $L_4$  améliorent les performances du spectromètre en termes de résolutions spatiale et spectrale. Là encore, les lentilles  $L_3$  et  $L_4$ , qui forment un système afocal, jouent un rôle très important et celles-ci pourront être modifiées par l'expérimentateur de façon à s'adapter aux dimensions de l'échantillon analysé.

Enfin, le faisceau vertical ainsi redimensionné est diffracté par un réseau. Le réseau de diffraction est positionné de telle sorte que le segment lumineux incident soit parallèle aux traits de celui-ci, par conséquent verticaux. Ainsi, la décomposition spectrale du faisceau de lumière blanche réalisée par le réseau s'effectue suivant la direction horizontale. La lentille cylindrique  $L_5$  placée en regard du réseau, a pour rôle de focaliser le signal pour chaque longueur d'onde dans le plan d'un capteur CCD. Le capteur CCD restitue le signal interférométrique ou interférogramme par le biais d'un système d'acquisition classique.

#### **1.4.2.2. Intérêt du dispositif**

Ce dispositif d'interférométrie spectrale permet l'observation de « spectres cannelés » en lumière blanche. Les déformations du système de franges spectrales traduisent les écarts entre la surface d'onde ayant transité dans le bras de mesure et la surface d'onde étalon et contiennent donc les informations structurales de l'échantillon. Dans ce dispositif, l'information est codée dans la périodicité des franges spectrales. Cette méthode conduit à une précision de mesure interférométrique et conjugue ainsi une haute résolution avec une grande dynamique.

Il faut également noter que ce dispositif expérimental a été conçu avec des optiques grand champ autorisant des mesures sur des composants de grande dimension (décimétrique). C'est l'un des points du cahier des charges à satisfaire.

De plus, ce dispositif d'interférométrie spectrale fournit l'information attendue (profil de surface ou d'indice), mais seulement suivant une ligne verticale de l'échantillon, car le spectromètre utilise la direction horizontale en tant qu'axe des fréquences. Cependant, le fait d'obtenir toute l'information suivant une ligne en une prise de vue donne accès à une mesure très peu sensible au bruit environnemental. Pour sonder la totalité d'une surface, un balayage latéral de l'échantillon doit être effectué, ce balayage est toutefois moins sensible au bruit environnemental qu'un balayage longitudinal du miroir de mesure réalisé dans les méthodes SWLI. Avec ce balayage latéral, on accède donc à la troisième dimension du profil de surface.

L'une des spécifications que nous n'avions pas mentionné auparavant concerne les échantillons. Le projet initial « mesures de surfaces asphériques » proposait l'analyse d'échantillons à symétrie de révolution, ce qui justifie également notre choix de scruter l'échantillon suivant son seul diamètre.

Enfin ce projet s'inscrit dans un programme de collaboration entre les laboratoires LTSI et Xlim. Cette étude couple la mise en œuvre de sources blanches réalisées à Xlim et de méthodes interférométriques au LTSI.

Généralement, les dispositifs d'interférométrie spectrale utilisent une lampe incandescente tungstène-halogène qui émet un spectre continu sur une large bande spectrale. Ce type de source souffre cependant d'une faible densité de puissance n'autorisant pas l'analyse de grandes surfaces. En effet, la faible cohérence spatiale de ces sources entraîne une perte de visibilité des franges lorsque de trop grandes surfaces sont inspectées. C'est cet aspect incompatible et limitatif vis-à-vis des possibilités du système interférométrique, qui nous a amené à une collaboration fructueuse avec Xlim.

Ainsi une source blanche fibrée a été réalisée à Xlim par génération d'un continuum de lumière blanche dans une fibre micro-structurée et éclairée par un laser à impulsion brève (picoseconde) [75,76]. La cohérence spatiale de cette source en fait une candidate idéale pour les mesures envisagées, apportant la densité de puissance nécessaire à l'inspection de grandes surfaces sans occasionner de pertes critiques de visibilité.

Finalement, les avantages de la méthode proposée sont :

- la détermination absolue de l'écart local entre surface mesurée et surface de référence (mesure directe d'interfrange dans le spectre cannelé),
- une gamme de mesure continûment ajustable, entre le micromètre et le centimètre (en jouant sur la bande spectrale et la résolution du spectroscopie),
- la complète indépendance entre la fréquence spatiale des franges et la précision transversale de la topographie,
- la possibilité de lire les interférences sur des photorécepteurs avec un nombre faible de pixels,
- la flexibilité du dispositif autorise une adaptation sans changement majeur, à la caractérisation de l'une ou l'autre des mesures (asphériques ou gradient).
- l'accès à une mesure avec une précision interférométrique,
- la possibilité d'analyser des composants optiques grand champ.

## ***1.5. CONCLUSION***

---

Ce premier chapitre succinct nous a permis de positionner le problème en définissant clairement les objectifs de ce travail de thèse. Après une revue non exhaustive des méthodes utilisées dans le domaine de la métrologie optique, nous avons opté pour une approche interférométrique spectrale. Le dispositif expérimental choisi pour mener à bien ce projet a été rapidement décrit et analysé de façon superficielle, de manière à dégager son originalité et son intérêt.

Le prochain chapitre constitue une modélisation complète de notre dispositif d'interférométrie spectrale. Cette analyse nous conduit à des résultats essentiels de l'interférométrie, et nous permet d'appréhender les limites fondamentales de notre système.



## *Bibliographie*

- [1] **Luc Froehly**  
"Nouveaux matériaux à gradient d'indice pour l'optique : Etude des procédés de fabrication existants et développement de méthodes de caractérisation"  
Thèse de doctorat, Université J. Monnet Saint-Etienne (2000).
- [2] **N. M. Renaud, D. T. Moore**  
"Design and tolerancing of aspherical and gradient-index germanium singlets of equal performance"  
Appl. Opt. **29**, 4030-4035 (1990).
- [3] **D.J. Nicholas, J.E. Boon**  
"The manufacture of aspheric focusing lenses for high-power multiwavelength laser systems"  
Journal-of-Physics-D-Applied-Physics. **20**, 182-186 (1987).
- [4] **W. Tai, R. Schwarte, H. G. Heinol**  
"Optimisation of the light transmission and irradiance distribution of an aspherical lens for 3-D time-of-flight sensors"  
Optics and Laser Technology, **32**, 111-116 (2000).
- [5] **S. Zhang, G. Neil, M. Shinn**  
"Single-element laser beam shaper for uniform flat-top profiles"  
Opt. Express, **11**, 1942-1948 (2003).
- [6] **D. T. Moore**  
"Gradient-Index Lenses : Technology Derived from Nature"  
Ceramic bulletin, **68**, 1941-1945 (1989).
- [7] **G. Artzner**  
"Aspherical wavefront measurements : Shack-Hartmann numerical and practical experiments"  
Pure Appl. Opt. **7**, 435-448 (1998).
- [8] **F. Bernoux, J. P. Piel, J. H. Lecat, J. L. Stehlé**  
"Ellipsométrie"  
Techniques de l'ingénieur, traité mesures et contrôle, **R6490**, 1-16 (1990).
- [9] **V. Nguyen, A. Brunet-Bruneau, S. Fisson, J. M. Frigerio, G. Vuye, Y. Wang, F. Abeles, J. Rivory, M. Berger, P. Chaton**  
"Determination of refractive-index profiles by a combination of visible and infrared ellipsometry measurements"  
Appl. Opt. **35**, 5540-5544 (1996).
- [10] **X.Colonna de Lega, P.Jacquot**  
"Deformation measurement with object-induced dynamic phase shifting"  
Appl. Opt. **35**, (1996).
- [11] **T. Kreiss**  
"Handbook of holographic interferometry"  
Progress in Optics, **Vol. XXVI**, E. Wolf, Ed. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, pp. 349-393 (1988).
- [12] **K. Creath**  
"Phase Measurement Interferometry Techniques"  
Progress in Optics, **Vol. XXVI**, E. Wolf, Ed. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, pp. 349-393 (1988).

- [13] **R. Tomlinson, J.M. Coupland, J. Petzing**  
"Synthetic aperture interferometry: in process measurement of aspheric optics"  
Appl. Opt. **42**, 701-707 (2003).
- [14] **P. de Groot**  
"Extending the unambiguous range of two-color interferometers"  
Appl. Opt. **33**, 5948-5953 (1994).
- [15] **W. Gorski, M. Kujawinska**  
"Three dimensional reconstruction of refractive index inhomogeneities in optical phase elements"  
Optics and lasers in Engineering **38**, 373-385 (2002).
- [16] **K. Creath**  
"Phase-shifting holographic interferometry"  
Edited by P.K. Rastogi, for Holographic Interferometry, (1994).
- [17] **K. Creath**  
"Phase-shifting speckle interferometry"  
Appl. Opt., **24**, 3053-3058 (1985).
- [18] **S. Costantino, O. E. Martinez, J.R. Torga**  
"Wide band interferometry for thickness measurement"  
Opt. Express **8**, 952-957 (2003).
- [19] **Peter J. de Groot, J. McGarvey**  
« Laser gage using chirped synthetic wavelength interferometry »  
Proc. SPIE **1821**, 110-118 (1993).
- [20] **K. L. McMackin, D.G. Voelz, M. P. Fetrov**  
"Multiple wavelength heterodyne array interferometry"  
Opt. Express **1**, 332-337 (1997).
- [21] **M. Haruna, M. Ohmi, T. Mitsuyama, h. Tajiri, H. Maruyama, M. Hashimoto**  
"Simultaneous measurement of the phase and group indices and the thickness of transparent plates by low coherence interferometry"  
Opt. Lett. **23**, 966-968 (1998).
- [22] **A. Hirai, H. Matsumoto**  
"Low-coherence tandem interferometer for measurement of group refractive index without knowledge of the thickness of the test sample"  
Opt. Lett. **28**, 2112-2114 (2003).
- [23] **J. H. Rothwell, D. F. Murphy, M. Alhourani, D. A. Flavin**  
« Dispersion measurements across broad wavelength ranges by low-coherence interferometry »  
Technical Program of the Conference on Emerging Technologies in Optical Sciences 94, University College Cork (2004).
- [24] **P. Sandoz, G. Tribillon**  
"Profilometry by zero-order interference fringe identification"  
J. Mod. Opt. **40**, 1691-1700, (1993).
- [25] **P. J. Caber**  
"Interferometric profiler for rough surfaces"  
Appl. Opt. **32**, 3438-3441 (1993).
- [26] **P. de Groot, L. Deck**  
"Three-dimensional imaging by sub-Nyquist sampling of white-light interferograms"  
Opt. Lett. **18**, 1462-1464 (1993).

- [27] **L. Deck, P. de Groot**  
"High-speed noncontact profiler based on scanning white-light interferometry"  
Appl. Opt. **33**, 7334-7338 (1994).
- [28] **P. de Groot, L. Deck**  
"Surface profiling by analysis of white-light interferograms in the spatial frequency domain"  
J. Mod. Opt. **42.2**, 389-401 (1995).
- [29] **P. de Groot**  
"Grating interferometer for flatness testing"  
Opt. Lett. **21**, 228-230 (1996).
- [30] **O. Hidemitsu, H. Akira, K. Katsuichi**  
"Sampling theorem for surface profiling by white-light interferometry"  
Proc. SAMPTA Orlando USA, 1-5 (2001).
- [31] **S. Suja Helen, M. P. Kothiyal, R. S. Sirohi**  
"Analysis of spectrally resolved white light interferograms: use of a phase shifting technique"  
Opt. Eng. **40**, 1329-1336 (2001).
- [32] **A. Hirabayashi, H. Ogawa, K. Kitagawa**  
"Fast Surface Profiler by White-Light Interferometry by use of a New Algorithm Based on Sampling Theory"  
Appl. Opt. **41**, 4876-4883 (2002).
- [33] **D. Kim, S. Kim**  
"Direct spectral phase function calculation for dispersive interferometric thickness profilometry"  
Opt. Express, **12**, 5117-5124 (2004).
- [34] **K. Hibino, R. Hanayama, J. Burke, B. F. Oreb**  
"Tunable phase-extraction formulae for simultaneous shape measurement of multiple surfaces with wavelength-shifting interferometry"  
Opt. Express **13**, 5579-5594 (2004).
- [35] **I. G. Cormack, F. Baumann, T. D. Reid**  
"Measurement of group velocity dispersion using white light interferometry: A teaching laboratory experiment"  
Am. J. Phys. **68**, 1146-1150 (2000).
- [36] **D. Huang, E. A. Swanson, C. P. Lin, J. S. Schuman, W. G. Stinson, W. Chang, M. R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C. A. Puliafito, G. Fujimoto**  
"Optical coherence tomography"  
*Science* **254**, 1178-1181 (1991).
- [37] **T. Dresel, G. Häusler, H. Venzke**  
"Three-dimensional sensing of rough surfaces by coherence radar"  
Appl. Opt. **31**, 919-925 (1992).
- [38] **K. G. Larkin**  
"Efficient nonlinear algorithm for envelope detection in white light interferometry"  
J. Opt. Soc. Am. A **13**, 832-843 (1996).
- [39] **P. Sandoz, R. Devillers, A. Plata**  
"Unambiguous profilometry by fringe-order identification in white light phase-shifting interferometry"  
J. Mod. Opt. **44**, 519-534 (1997).

- [40] **I Hartl, X. D. Li, C. Chudoba, R. K. Ghanta, T. H. Ko, J. G. Fujimoto, J.K. Ranka, R.S. Windeler**  
 "Ultrahigh-resolution optical coherence tomography using continuum generation in an air-silica microstructure optical fiber"  
 Opt. Lett. **26**.9, 608-610 (2001).
- [41] **P. de Groot, X. Colonna de Lega, J. Kramer, M. Turzhitsky**  
 "Determination of fringe order in white-light interference microscopy"  
 Appl. Opt. **41**, 4571-4578 (2002).
- [42] **N. Nishizawa, Y. Chen, P. Hsiung, E. P. Ippen, J.G. Fujimoto**  
 "Real-time, ultrahigh-resolution, optical coherence tomography with an all-fiber, femtosecond fiber laser continuum at 1.5  $\mu$ m"  
 Opt.Lett. **29**, 2846-2848 (2004).
- [43] **A. F. Fercher, C. K. Hitzenberger, G. Kamp, S. Y. Elzaiat**  
 "Measurement of Intraocular Distances by Backscattering Spectral Interferometry"  
 Opt. Commun. **117**, 43-48 (1995).
- [44] **A. F. Fercher, C. K. Hitzenberger, M. Sticker, R. Zawadzki, B. Karamata, T. Lasser**  
 "Numerical dispersion compensation for partial coherence interferometry and optical coherence tomography"  
 Opt. Express **12**, 610-615 (2001).
- [45] **M. Wojtkowski, A. Kowalczyk, R. Leitgeb, A. F. Fercher**  
 "Full range complex spectral optical coherence tomography technique in eye imaging"  
 Opt. Lett. **27**, 1415-1417 (2002).
- [46] **A. B. Vakhtin, D. J. Kane, W. R. Wood, K. A. Peterson**  
 "Common-path interferometer for frequency-domain optical coherence tomography"  
 Appl. Opt. **42**, 6953-6958 (2003).
- [47] **B. Grajciar, M. Pircher, A. F. Fercher, R. A. Leitgeb**  
 "Parallel Fourier domain optical coherence tomography for in vivo measurement of the human eye"  
 Opt. Express **13**, 1131-1137 (2005),  
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-13-4-1131>
- [48] **Y. Yasuno, S. Makita, T. Endo, G. Aoki, H. Sumimura, M. Itoh, T. Yatagai**  
 "One-shot-phase-shifting Fourier domain optical coherence tomography by reference wavefront tilting"  
 Opt. Express **12**, 6184-6191 (2004).
- [49] **J. E. Calatroni, P. Sandoz, Gilbert Tribillon**  
 "Surface profiling by means of double spectral modulation"  
 Appl. Opt. **32**, 30-36 (1993).
- [50] **J. Schwider, L. Zhou**  
 "Dispersive interferometric profilometer"  
 Opt. Lett. **19**, 995-997 (1994).
- [51] **A. L. Guerrero, C. Sainz, J. Calatroni**  
 "A solution to problem of stationary phase in double spectral modulation profilometry"  
 Opt. Commun. **109**, 375-379 (1994).
- [52] **U. Schnell, E. Zimmermann, R. Dändliker**  
 "Absolute distance measurement with synchronously sampled white-light channelled spectrum interferometry"  
 Pure Appl. Opt. **4**, 643-651 (1995).

- [53] **P. Sandoz, H. Perrin, G. Tribillon, J. Calatroni, A. Guerrero, C. Sainz, R. Escalona**  
"Optical implementation of frequency domain analysis for white light interferometry"  
Proc. SPIE **2545**, 221-228, (1995).
- [54] **P. Sandoz, G. Tribillon, H. Perrin**  
"High-resolution profilometry by using calculation algorithms for spectroscopic analysis of white-light interferograms"  
J. Mod. Opt. **43**, 701–708 (1996).
- [55] **M Hart, D. G. Vass, M. L. Begbie**  
"Fast surface profiling by spectral analysis of white-light interferograms with Fourier transform spectroscopy"  
Appl. Opt. **37**, 1764-1769 (1998).
- [56] **P. Hlubina**  
"Dispersive white-light spectral interferometry to measure distances and displacements"  
Opt. Commun. **212**, 65-70 (2002).
- [57] **P. Hlubina**  
"Measuring distances and displacements using dispersive white-light spectral interferometry",  
Proc. SPIE **5144**, 628-636 (2003).
- [58] **T. Endo, Y. Yasuno, S. Makita, M. Itoh, T. Yatagai**  
"Profilometry with line-field Fourier-domain interferometry"  
Opt. Express **13**, 695-701 (2005),  
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-13-3-695>
- [59] **S. K. Debnath, M. P. Kothiyal,**  
"Optical profiler based on spectrally resolved white light interferometry"  
Opt. Eng., **44**, 013606 (1-5) (2005),
- [60] **C. Sainz, P. Jourdain, R. Escalona, J. Calatroni**  
"Real time interferometric measurements of dispersion curves"  
Optics Commun. **110**, 381-390 (1994).
- [61] **A. P. Kovács, K. Osvay, Zs. Bor, R. Szipöcs**  
"Group delay measurement on laser mirrors by spectrally resolved white-light interferometry"  
Opt. Lett. **20**, 788-790 (1995).
- [62] **M. Medhat, S. Y. El-Zaiat**  
"Interferometric determination of the birefringence dispersion of anisotropic materials"  
Opt. Commun. **141**, 145-149 (1997).
- [63] **J. Calatroni, C. Sainz, A. L Guerrero**  
"Multi-channelled white-light interferometry for real-time dispersion measurements"  
Opt. Commun, **157**, 202-208 (1998).
- [64] **D. X. Hammer, A. J. Welch, G. D. Noojin, R. J. Thomas, D. J. Stolarski, B. A. Rockwell**  
"Spectrally resolved white –light interferometry for measurement of ocular dispersion"  
J. Opt. Soc. Am. A **16**, 2092-2102 (1999).
- [65] **J. Calatroni, C. Sainz, R. Escalona**  
"Double phase modulation in the hybrid spatial-chromatic domain as a refractometry tool"  
Opt. Commun, **177**, 39-45 (2000).
- [66] **P. Hlubina**  
"White-light spectral interferometry with the uncompensated Michelson interferometer and the group refractive index dispersion in fused silica"  
Opt. Commun. **193**, 1-7 (2001).

- [67] **P. Hlubina**  
« Spectral-domain intermodal interference under general measurement conditions »  
Opt. Commun. **210**, p. 225-232 (2002).
- [68] **Q. Ye, C. Xu, X. Liu, W. H. Knox, M. F. Yan, R. S. Windeler, B. Eggleton**  
"Dispersion measurement of tapered air –silica microstructure fiber by white-light interferometry"  
Appl. Opt. **41**, 4467-4470 (2002).
- [69] **P. Hlubina**  
"White-light spectral interferometry to measure intermodal dispersion in two-mode elliptical-core optical fibres",  
Opt. Commun. **218**, 283-289 (2003).
- [70] **P. Hlubina, T. Martynkien, W. Urbanczyk**  
"Dispersion of group and phase modal birefringence in elliptical-core fiber measured by white-light spectral interferometry",  
Opt. Express. **11** 2793-2798 (2003).
- [71] **P. Hlubina, T. Martynkien, W. Urbanczyk**  
"Measurements of intermodal dispersion in few-mode optical fibres using a spectral-domain white-light interferometric method",  
Meas. Sci. Technol. **14**, 784-789 (2003).
- [72] **J. Calatroni, C. Sainz, R. Escalona**  
"The stationary phase in spectrally resolved white light interferometry as a refractometry tool"  
J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **5**, 207-210 (2003).
- [73] **P. Hlubina**  
"Applications of dispersive white-light spectral interferometry in optics",  
Proc. SPIE, Varsovie à paraître (2004).
- [74] **P. Hlubina, T. Martynkien, W. Urbanczyk**  
« White light spectral interferometry used for dispersion characterization of highly birefringent optical fibers »  
Proc. SPIE **5445**, 124-127 (2004).
- [75] **P. Champert, V. Couderc, P. Leproux, S. Février, V. Tombelaine, L. Labonté, P. Roy, C. Froehly, P. Nérin**  
"White-light supercontinuum generation in normally dispersive optical fiber using original multi-wavelength pumping system"  
Opt. Express **12**, 4366-4371 (2004).  
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-12-19-4366>
- [76] **V. Tombelaine, C. Lesvigne, P. Leproux, L. Grossard, V. Couderc, J. Auguste, J. Blondy, G. Huss, P. Pioger**  
"Ultra wide band supercontinuum generation in air-silica holey fibers by SHG-induced modulation instabilities"  
Opt. Express **13**, 7399-7404 (2005).  
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-13-19-7399>



# *Chapitre 2 :*

## Formalisme théorique de l'interférométrie spectrale

---



<b>Chapitre 2. FORMALISME THÉORIQUE DE L'INTERFÉROMÉTRIE SPECTRALE.....</b>	<b>43</b>
2.1. INTRODUCTION .....	43
2.2. FONDAMENTAUX : PHÉNOMÈNES PROPAGATIFS ET INTERFÉROMÉTRIE .....	44
2.2.1. Paquet d'ondes - Relation temps-fréquence.....	44
2.2.2. Phénomènes propagatifs .....	46
2.2.2.1. Propagation d'une onde plane.....	46
2.2.2.2. Propagation d'un paquet d'ondes.....	47
2.2.2.3. Phase spectrale et retard de groupe.....	49
2.2.2.4. Exemple : propagation d'une impulsion dans un verre homogène.....	51
2.2.3. Bases de l'interférométrie spectrale.....	53
2.2.3.1. Phase spectrale.....	53
2.2.3.2. Franges d'interférences spectrales.....	54
2.3. MODÉLISATION DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL.....	56
2.3.1. Présentation du dispositif.....	56
2.3.2. Réponse du système interférométrique.....	56
2.3.2.1. Système interférométrique configuré en mesures topographiques.....	56
2.3.2.2. Système interférométrique configuré en mesure d'indice .....	58
2.3.3. Réponse spectrale d'un spectromètre à réseau.....	62
2.3.3.1. Réponse impulsionnelle d'un réseau en réflexion .....	62
2.3.3.2. Réponse temporelle du réseau en réflexion .....	64
2.3.3.3. Fonction de transfert d'un réseau en réflexion.....	67
2.3.3.4. Réponse spectrale du réseau en réflexion.....	69
2.3.4. Etude du système imageur .....	70
2.3.4.1. Descriptif.....	70
2.3.4.2. Intensité recueillie sur le capteur CCD .....	71
2.4. LIMITATIONS ET CHOIX DU SYSTÈME .....	73
2.4.1. Définitions liées aux performances du réseau.....	73
2.4.1.1. Dispersion angulaire .....	73
2.4.1.2. Dispersion linéique .....	73
2.4.1.3. Ecart angulaire total .....	74
2.4.1.4. Ecart spatial total.....	74
2.4.1.5. Largeur à mi-hauteur d'un pic de diffraction.....	75
2.4.2. Performances instrumentales du spectromètre.....	76
2.4.2.1. Pouvoir de résolution du réseau .....	76
2.4.2.2. Limitations géométriques du système spectrométrique.....	77
2.4.2.3. Perte de résolution induite par le système fente d'entrée – collimateur ...	80
2.4.2.4. Résolution du capteur.....	81
2.4.2.5. Résolution spectrale globale du spectromètre.....	82
2.4.3. Étude et choix des éléments du dispositif.....	83
2.4.3.1. Étude de la source .....	83
2.4.3.2. Étude du spectromètre.....	83
2.4.3.3. Étude de l'interféromètre de Michelson.....	88
2.4.4. Choix du dispositif.....	88
2.5. CONCLUSION.....	89
BIBLIOGRAPHIE.....	90

## Chapitre 2. FORMALISME THÉORIQUE DE L'INTERFÉROMÉTRIE SPECTRALE

Ce chapitre s'attache à décrire le formalisme théorique sur lequel s'appuie la modélisation du dispositif de mesure mis en œuvre dans le cadre de ce travail. Pour faciliter la lecture de ce chapitre, un schéma synoptique mettant en parallèle les étapes de calcul et les composants successifs du système d'interférométrie spectrale est représenté sur la *Figure 2.1*. Ainsi, nous abordons successivement des rappels très généraux sur les phénomènes propagatifs et interférométriques, puis nous détaillons le fonctionnement et les limites des différents éléments du dispositif expérimental afin d'en appréhender les performances.

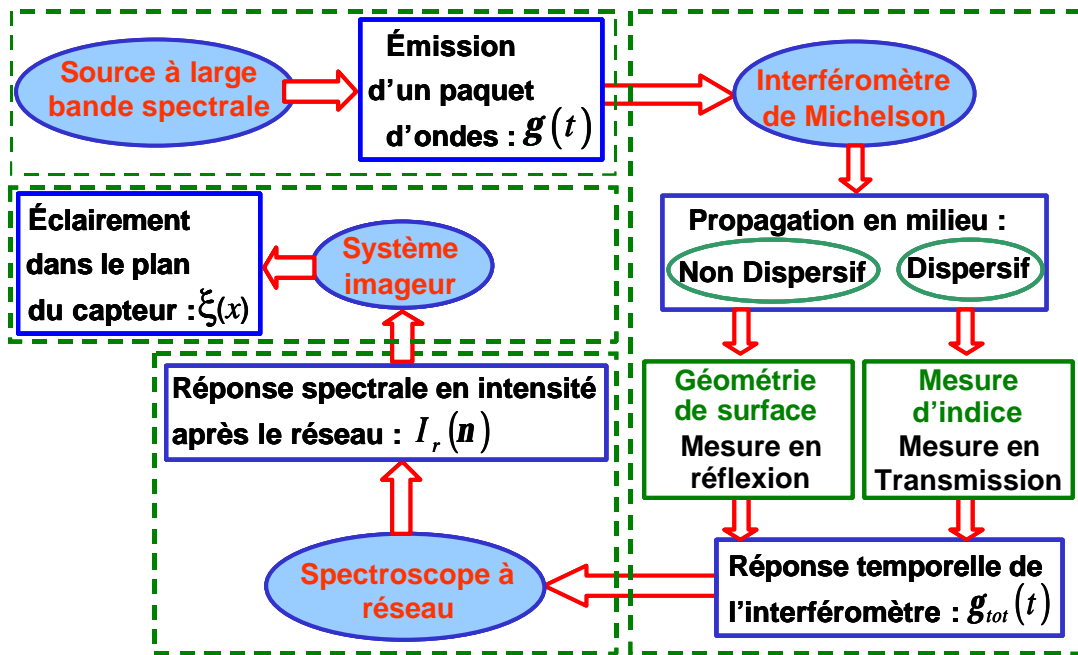


Figure 2.1 : Schéma synoptique.

### 2.1. INTRODUCTION

L'émission d'un rayonnement se produit par excitation d'une substance prise dans un état physique quelconque. Cette excitation peut être thermique, électrique ou lumineuse. Les atomes, sous l'effet de cette excitation, réagissent comme des dipôles oscillants dont la charge négative est l'électron, et émettent un champ électromagnétique.

L'énergie mécanique engendrée par le mouvement oscillatoire de l'atome est transmise sous forme d'énergie rayonnée. Ce mouvement oscillatoire étant amorti, au bout d'un certain temps  $\Delta t$ , l'atome cesse de vibrer et, par conséquent, cesse également d'émettre son rayonnement.

Cette théorie introduit la notion de *train d'ondes lumineux*. Pour qu'un nouveau train d'ondes soit émis, il faut soumettre les atomes à une nouvelle excitation. Cette nouvelle excitation va engendrer un nouveau mouvement oscillatoire de l'atome de même période que le précédent,

mais de phase, d'amplitude, et de direction du moment dipolaire du dipôle émetteur, différentes.

Le train d'ondes de durée  $\Delta t$  correspond à une onde sinusoïdale amortie qui peut être modélisé par une fonction  $g(t)$  composée d'une porteuse de fréquence  $\nu_0$  modulée par un terme d'amortissement  $g_0(t)$ , traduisant la durée de vie  $\Delta t$ , du train d'ondes. Ce train d'ondes se représente de la manière suivante (Figure 2.2) :

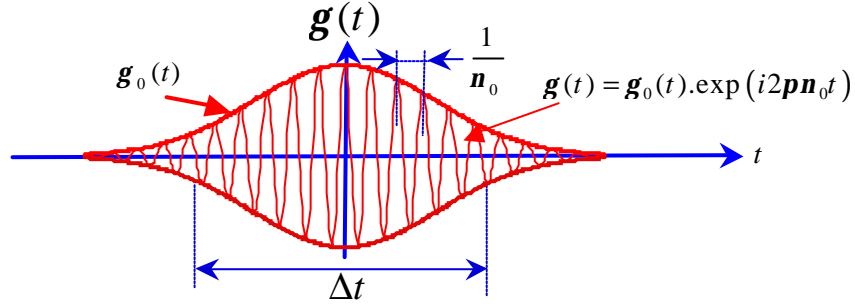


Figure 2.2 : Modélisation d'un train d'ondes.

## 2.2. FONDAMENTAUX : PHÉNOMÈNES PROPAGATIFS ET INTERFÉROMÉTRIE

Ce paragraphe rappelle quelques notions élémentaires sur la propagation lumineuse et sur les corollaires qui en découlent dans les phénomènes interférométriques.

### 2.2.1. Paquet d'ondes - Relation temps-fréquence

L'onde plane progressive est solution de l'équation de propagation scalaire et correspond à un modèle idéal puisqu'elle est spatialement illimitée et possède une directivité absolue. Il est en revanche possible, par superposition linéaire d'une série d'ondes planes dont les fréquences  $\mathbf{n}$  appartiennent à un intervalle spectral  $\Delta \mathbf{n}$  centré en  $\mathbf{n}_0$ , de modéliser l'amplitude d'un paquet d'ondes  $g(\vec{r}, t)$ .

$$g(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\mathbf{n}) \exp\{i(2\pi \mathbf{n} t - \vec{k}(\mathbf{n}) \cdot \vec{r})\} . d\mathbf{n} \quad (2.1.)$$

En tenant compte seulement de la dépendance temporelle du paquet d'onde résultant de la superposition d'ondes planes, nous obtenons dans le cadre d'un modèle gaussien :

$$\begin{aligned} g(t) &= g_0(t) \cdot \cos(2\pi \mathbf{n}_0 t) \\ \text{avec : } g_0(t) &= g_0 \cdot \exp\left\{-\frac{4t^2}{\Delta t^2}\right\} \end{aligned} \quad (2.2.)$$

Le terme en cosinus est la modélisation temporelle qui exprime le fait que l'enveloppe spectrale est centrée autour de  $\nu_0$ . Tandis que,  $g_0(t)$  constitue l'enveloppe temporelle du paquet d'onde, modélisée par une fonction gaussienne.

Le passage de la représentation spectrale  $\Gamma(n)$  du paquet d'onde à son expression temporelle  $g(\vec{r}, t)$  donnée en (2.1.), s'effectue par une opération de transformée de FOURIER :

$$\begin{aligned}\Gamma(n) &= T_n^t[g(t)] \\ \Leftrightarrow \Gamma(n) &= \Gamma_0(n - n_0) \\ \Leftrightarrow \Gamma(n) &= \Gamma_0(n) \otimes d(n - n_0)\end{aligned}$$

Où : -  $\Gamma_0(n)$  est la transformée de Fourier de la fonction  $g_0(t)$ ,  
 - l'opérateur  $\otimes$ , désigne le produit de convolution,  
 - et  $d(n)$  est la distribution de Dirac.

Dans l'hypothèse d'une enveloppe temporelle gaussienne, l'amplitude spectrale devient ainsi :

$$\Gamma(n) = g_0 \cdot \frac{\sqrt{p}}{2} \cdot \Delta t \cdot \exp \left\{ \frac{-(p \cdot \Delta t \cdot (n - n_0))^2}{4} \right\} \quad (2.3.)$$

Pour un faisceau de fréquence centrale  $n_0 = 545 \text{ ps}^{-1}$  ( $I_0 = 550 \text{ nm}$ ) et de bande spectrale  $\Delta n = 321 \text{ ps}^{-1}$  ( $\Delta I = 300 \text{ nm}$ ), nous obtenons la représentation temporelle et fréquentielle suivante (Figure 2.3):

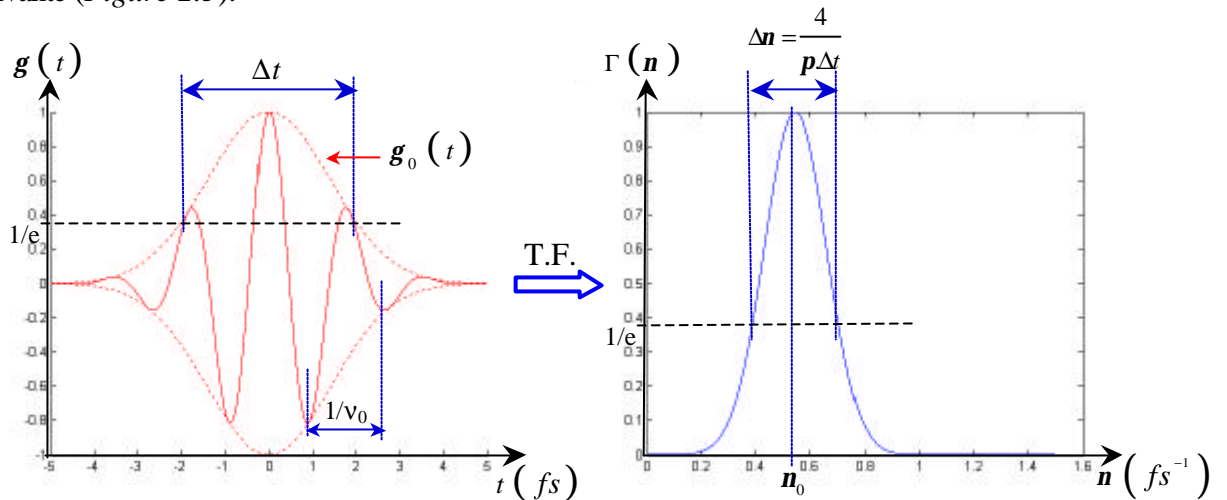


Figure 2.3 : Représentations temporelle et fréquentielle d'un train d'ondes.

La représentation fréquentielle ainsi définie correspond au spectre du champ. La transformée de Fourier présente des propriétés remarquables dont celle de l'homothétie qui traduit un phénomène de dilatation lors du passage du domaine temporel au domaine fréquentiel. Ainsi la durée  $\Delta t$  du train d'ondes est inversement proportionnelle à la largeur spectrale  $\Delta n$ .

Il est facile de déterminer cette relation temps-fréquence, en effectuant le produit des largeurs temporelle  $\Delta t$  et fréquentielle  $\Delta n$ . Pour cela nous définissons la largeur temporelle,

respectivement fréquentielle, comme étant la largeur à  $1/e$  du profil gaussien dans l'espace temporel, respectivement dans l'espace fréquentiel. Ainsi d'après la relation (2.3.) :

$$\boxed{\Delta n = \frac{4}{p\Delta t}} \quad (2.4.)$$

Bien que cette relation ne soit exacte que pour les signaux gaussiens, elle montre néanmoins clairement que plus la largeur spectrale de la source  $\Delta n$  est étendue, plus la durée  $\Delta t$  du train d'ondes est faible. Pour exprimer cette propriété d'échelle de façon plus rigoureuse, nous aurions dû considérer que les signaux  $g(t)$  et  $\Gamma(n)$  suivent des lois probabilistes. De ce fait, nous nous serions basés sur les écarts quadratiques moyens ( $\Delta t$  et  $\Delta n$ ) et non la largeur à  $1/e$ . Finalement de façon générale, la relation temps-fréquence s'exprime de la façon suivante :

$$\Delta t \cdot \Delta n \geq \frac{1}{4p}$$

Cette relation, valable dans le cas de signaux gaussiens, n'est pas sans rappeler le principe d'incertitude d'Heisenberg issu de la mécanique quantique.

## **2.2.2. Phénomènes propagatifs**

### **2.2.2.1. Propagation d'une onde plane**

On considère la propagation d'une onde plane dans un milieu diélectrique ( $\epsilon \neq \epsilon_0$ ), et l'on introduit la permittivité relative  $\epsilon_r$ , qui correspond à une propriété intrinsèque au matériau :

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \text{ avec : } \epsilon_r = \epsilon_{r1} + i\epsilon_{r2}$$

*Remarque : La partie imaginaire de la permittivité diélectrique du matériau traduit l'absorption de ce dernier.*

En introduisant des solutions de type ondes planes dans l'équation de propagation, nous obtenons la relation de dispersion pour un milieu donné.

$$\boxed{k^2 = 4p^2 \cdot \epsilon_r(n) \cdot \frac{n^2}{c^2}} \quad (2.5.)$$

La permittivité relative  $\epsilon_r$  étant complexe, pour satisfaire la relation de dispersion, le vecteur d'onde  $k$ , doit également l'être :

$$k = k_1 + ik_2$$

Les coefficients  $k_1$  et  $k_2$  sont solutions du système suivant :

$$\begin{cases} k_1^2 - k_2^2 = 4\mathbf{p}^2 \mathbf{n}^2 \mathbf{m}_0 \mathbf{e}_1 \\ 2k_1 k_2 = 4\mathbf{p}^2 \mathbf{n}^2 \mathbf{m}_0 \mathbf{e}_2 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_{r1} \\ \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_{r2} \end{cases}$$

Par conséquent une solution de type onde plane pour l'équation de propagation s'écrit, dans le cas d'une propagation suivant l'axe  $z$  :

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \exp(-k_2 \cdot z) \exp\{-i(2\mathbf{p}\mathbf{n}t - k_1 \cdot z)\}} \quad (2.6.)$$

Le champ obtenu est donc le produit d'une onde plane par une fonction d'atténuation qui traduit les propriétés absorbantes du milieu. L'indice du milieu qui est également complexe est relié à la permittivité relative du milieu par l'équation :

$$n(\mathbf{n}) = \sqrt{\mathbf{e}_r(\mathbf{n})}$$

Et d'après la relation de dispersion (2.5.):

$$n(\mathbf{n}) = n_1(\mathbf{n}) + in_2(\mathbf{n}) = \frac{c}{2\mathbf{p}} \cdot \frac{k_1 + ik_2}{\mathbf{n}}$$

Cette relation introduit :

- l'indice de réfraction:  $n_1 = \frac{c}{2\mathbf{p}} \frac{k_1}{\mathbf{n}}$
- l'indice d'extinction :  $n_2 = \frac{c}{2\mathbf{p}} \frac{k_2}{\mathbf{n}}$
- la vitesse de phase :  $V_j = 2\mathbf{p} \cdot \frac{\mathbf{n}}{k_1} = \frac{c}{n_1}$

Ainsi, nous retrouvons le résultat classique, montrant que la vitesse de phase dépend de l'indice de réfraction et à fortiori de la fréquence de l'onde, lorsque celle-ci se propage dans un diélectrique.

### 2.2.2.2. Propagation d'un paquet d'ondes

Dans le cas de la propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu homogène et dispersif [1, 2], chaque onde plane de fréquence différente composant celui-ci, va se propager avec une vitesse de phase différente. Intuitivement, on peut s'imaginer un étalement (spatial et temporel) de ce paquet d'ondes au fur et à mesure de sa propagation dans le milieu transparent.

Reprenons la définition du paquet d'ondes (2.1.) dans le cas où celui-ci se propage selon la direction  $z$  :

$$\mathbf{g}(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\mathbf{n}) \exp\{i(2\mathbf{p}\mathbf{n}t - k(\mathbf{n}) \cdot z)\} \cdot d\mathbf{n}$$

Sans connaissance de la loi de variation de l'indice du milieu en fonction de  $\mathbf{n}$ , nous pouvons toutefois linéariser la relation de dispersion (2.5.) en effectuant un développement en série de Taylor à l'ordre 2, autour de la fréquence  $\mathbf{n}_0$ . Ce développement est valable, si nous considérons que la variation de l'indice est lente sur le domaine de fréquences considéré.

$$k(\mathbf{n}) = k_0 + (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0) \cdot \left. \frac{\nabla k}{\nabla \mathbf{n}} \right|_{\mathbf{n}_0} + \frac{1}{2} (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)^2 \cdot \left. \frac{\nabla^2 k}{\nabla \mathbf{n}^2} \right|_{\mathbf{n}_0} \quad (2.7.)$$

D'après les relations (2.1.) et (2.7.) :

$$\mathbf{g}(z, t) = \underbrace{\exp\{i(2\mathbf{p}\mathbf{n}_0 t - k_0 z)\}}_{\text{termede propagation}} \cdot \underbrace{\mathbf{g}_0\left(z, t - \frac{k'_0}{2\mathbf{p}} z\right)}_{\text{termeenveloppe}} \quad (2.8.)$$

Avec :

$$\mathbf{g}_0\left(z, t - \frac{k'_0}{2\mathbf{p}} z\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\mathbf{n}) \cdot \exp\left\{i\left(2\mathbf{p}(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)\left(t - \frac{k'_0}{2\mathbf{p}} z\right) - \frac{1}{2}(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)^2 k''_0 z\right)\right\} d\mathbf{n} \quad (2.9.)$$

Expression dans laquelle  $k_0 = k(\mathbf{n}_0)$ ,  $k'_0 = \left. \frac{\nabla k}{\nabla \mathbf{n}} \right|_{\mathbf{n}_0}$  et  $k''_0 = \left. \frac{\nabla^2 k}{\nabla \mathbf{n}^2} \right|_{\mathbf{n}_0}$ .

Le champ obtenu dans l'expression (2.8.) est le produit de deux termes :

- le premier terme traduit la propagation d'une onde plane de fréquence  $\mathbf{n}_0$ , et décrit donc des oscillations du champ se déplaçant avec la vitesse de phase :

$$V_j(\mathbf{n}_0) = 2\mathbf{p} \cdot \frac{\mathbf{n}_0}{k_0} = \frac{c}{n(\mathbf{n}_0)} \quad (2.10.)$$

- le deuxième terme désigne la fonction enveloppe du champ se propageant avec une vitesse appelée vitesse de groupe :

$$V_g(\mathbf{n}_0) = V_g|_{\mathbf{n}_0} = \frac{2\mathbf{p}}{k'_0} = \frac{c}{n(\mathbf{n}_0) + \mathbf{n}_0 \cdot \left. \frac{\nabla n}{\nabla \mathbf{n}} \right|_{\mathbf{n}_0}} \quad (2.11.)$$

L'introduction de ces deux notions (vitesse de groupe et vitesse de phase) conduit à réécrire le champ sous la forme :

$$\mathbf{g}(z, t) = \underbrace{\exp\left\{i\left[2\mathbf{p}\mathbf{n}_0\left(t - \frac{z}{V_j(\mathbf{n}_0)}\right)\right]\right\}}_{\text{termede propagation}} \cdot \underbrace{\mathbf{g}_0\left(z, t - \frac{z}{V_g(\mathbf{n}_0)}\right)}_{\text{termeenveloppe}} \quad (2.12.)$$

Avec :

$$\mathbf{g}_0\left(z, t - \frac{z}{V_g(\mathbf{n}_0)}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\mathbf{n}) \cdot \exp\left\{2ip\left(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0\right)\left(t - \frac{z}{V_g(\mathbf{n}_0)}\right) + (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)^2 \cdot \frac{\left.\frac{\partial V_g}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\mathbf{n}_0}}{2V_g^2(\mathbf{n}_0)} z\right\} d\mathbf{n}$$

Si nous désignons par  $I(z, t) = \mathbf{g}(z, t) \cdot \mathbf{g}^*(z, t) = \left| \mathbf{g}_0\left(z, t - \frac{z}{V_g(\mathbf{n}_0)}\right) \right|^2$  l'intensité du champ, on remarque que l'énergie du champ se propage avec la vitesse de groupe  $V_g$ .

La relation exprimant  $\mathbf{g}(z, t)$  définit donc de façon mathématique, l'évolution d'un paquet d'ondes au cours de sa propagation dans un milieu homogène. Cette approche, complétée par les notions de phase spectrale et de retard de groupe, fournit la base conceptuelle permettant d'interpréter les phénomènes d'étalement du paquet d'ondes lors de sa propagation dans un diélectrique.

### 2.2.2.3. Phase spectrale et retard de groupe

La phase spectrale  $f(\mathbf{n})$  d'un champ quelconque d'amplitude spectrale  $\Gamma(\mathbf{n})$  est définie de la façon suivante :  $\Gamma(\mathbf{n}) = |\Gamma(\mathbf{n})| \cdot \exp\{if(\mathbf{n})\}$ .

Considérons un champ dont la phase spectrale varie linéairement avec la fréquence  $\mathbf{n}$  :  $f(\mathbf{n}) = 2p\mathbf{n}t_0$ , alors temporellement le champ subit un décalage. Ceci se montre à partir de la transformée de Fourier :

$$TF_n^{-1}\left[|\Gamma(\mathbf{n})| \cdot \exp\{i2p\mathbf{n}t_0\}\right] = \mathbf{g}(t - t_0).$$

Nous avons donc un retard  $t_0$  proportionnel à la dérivée de la phase spectrale par rapport à la fréquence  $\mathbf{n}$ . Nous définissons une autre notion, celle de retard de groupe  $t(\mathbf{n})$  qui correspond à la pente de la phase spectrale :

$$t(\mathbf{n}) = \frac{1}{2p} \frac{\partial f(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} \quad (2.13.)$$

Nous déterminons alors la phase spectrale ainsi que le retard de groupe du paquet d'ondes dont l'expression est donnée en (2.13.) :



$$\mathbf{f}(z, \mathbf{n}) = \left[ \frac{\mathbf{n}_0}{V_g(\mathbf{n}_0)} + \frac{(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)}{V_g(\mathbf{n}_0)} - (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)^2 \cdot \frac{\frac{\mathcal{I}V_g}{\mathcal{I}\mathbf{n}}|_{\mathbf{n}_0}}{2V_g^2(\mathbf{n}_0)} \right] \cdot z + \mathbf{f}_0(\mathbf{n})$$

où :  $\mathbf{f}_0(\mathbf{n})$  est la phase spectrale du paquet d'ondes en  $z = 0$ .

En toute rigueur, la vitesse de groupe dépend de la fréquence et la variation de phase spectrale n'est pas linéaire. Par conséquent, le retard subi par le paquet d'ondes va dépendre des différentes fréquences qui le composent.

$$t(z, \mathbf{n}) = \frac{1}{2p} \frac{\mathcal{I}f(z, \mathbf{n})}{\mathcal{I}\mathbf{n}}$$

$$t(z, \mathbf{n}) = \left[ \frac{1}{V_g(\mathbf{n}_0)} - (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0) \cdot \frac{\frac{\mathcal{I}V_g}{\mathcal{I}\mathbf{n}}|_{\mathbf{n}_0}}{V_g^2(\mathbf{n}_0)} \right] \cdot z + \frac{\mathcal{I}f_0(\mathbf{n})}{\mathcal{I}\mathbf{n}} \quad (2.14.)$$

Cependant, on se rend compte avec cette expression que le retard accumulé varie linéairement avec la fréquence (dans l'hypothèse d'un développement initial limité à l'ordre 2). De plus il est proportionnel à la distance parcourue dans le milieu homogène. Ce phénomène d'allongement du paquet d'ondes correspond à la dispersion de l'impulsion. Ainsi, une impulsion de phase spectrale non linéaire présente un glissement de fréquence linéaire appelé « chirp » dans la littérature anglo-saxonne.

A présent nous nous plaçons dans le cas d'un paquet d'ondes à enveloppe gaussienne (en utilisant les relations (2.2.), (2.8.) et (2.11.)) :

$$\mathbf{g}(z, t) = |C_0| \cdot \exp\{i\mathbf{f}(z, t)\} \cdot \left[ \exp\left\{-\frac{4t^2}{\Delta t^2(z)}\right\} \otimes \mathbf{d}\left(t - \frac{z}{V_g(\mathbf{n}_0)}\right) \right]$$

où  $\Delta t(z)$  est l'étendue temporelle du paquet d'ondes, et  $\mathbf{f}(z, t)$  est sa phase temporelle :

$$C_0 = \mathbf{g}_0 \cdot \frac{\sqrt{p}}{\Delta t_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{4} \cdot \Delta t_0^2 - i \cdot \frac{z}{V_g^2(\mathbf{n}_0)} \cdot \frac{\mathcal{I}V_g}{\mathcal{I}\mathbf{n}}|_{\mathbf{n}_0}}} = |C_0| \cdot \exp\{i\mathbf{f}_0\}$$

L'étendue temporelle de l'enveloppe gaussienne à  $1/e$ , ainsi que la phase temporelle du paquet d'ondes en fonction de la distance parcourue  $z$  sont respectivement données par les relations (2.15.) et (2.16.).

$$\Delta t(z) = \Delta t_0 \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{4z}{p \Delta t_0^2} \cdot \frac{1}{V_g^2(n_0)} \cdot \frac{\mathcal{I}V_g}{\mathcal{I}n} \bigg|_{n_0} \right)^2} \quad (2.15.)$$

où  $\Delta t_0$  est l'étendue temporelle de l'enveloppe gaussienne au point  $z=0$ , soit juste avant de pénétrer dans le matériau dispersif.

$$f(z, t) = 2p n_0 \left( t - \frac{z}{V_g(n_0)} \right) - \frac{16z}{p \cdot \Delta t_0^2 \cdot \Delta t^2(z)} \cdot \frac{1}{V_g^2(n_0)} \cdot \frac{\mathcal{I}V_g}{\mathcal{I}n} \bigg|_{n_0} \cdot \left( t - \frac{z}{V_g(n_0)} \right) + f_0 \quad (2.16.)$$

#### 2.2.2.4. Exemple : propagation d'une impulsion dans un verre homogène

Représentons l'évolution d'un paquet d'ondes gaussien, lors de sa propagation dans une lame de verre (BK7). Pour cela nous reprenons les paramètres utilisés dans le paragraphe 2.2.1, c'est-à-dire :

- fréquence centrale  $n_0 = 545 \text{ ps}^{-1}$  ( $I_0 = 550 \text{ nm}$ ),
- bande spectrale  $\Delta n = 321 \text{ ps}^{-1}$  ( $\Delta I = 300 \text{ nm}$ ).

De plus, pour prendre en compte les propriétés dispersives du BK7, nous utilisons le modèle de Sellmeier donnant l'indice de réfraction du matériau en fonction de la longueur d'onde en  $\mu\text{m}$  [3]. Cet indice correspond à l'indice de phase pour chaque longueur d'onde.

$$n(I) = \sqrt{1 + \frac{A_1 I^2}{I^2 - B_1} + \frac{A_2 I^2}{I^2 - B_2} + \frac{A_3 I^2}{I^2 - B_3}} \quad (2.17.)$$

Avec :

$$\begin{cases} A_1 = 1.03961212 & B_1 = 6.0006987 \cdot 10^{-3} \\ A_2 = 2.31792344 \cdot 10^{-1} & B_2 = 2.00179144 \cdot 10^{-2} \\ A_3 = 1.01046945 & B_3 = 103.560653 \end{cases}$$

De l'équation (2.17.), nous déduisons l'expression de l'indice de groupe :

$$n_g(I) = \frac{c}{V_g} = n(I) - I \cdot \frac{dn(I)}{dI}$$

$$\Rightarrow n_g(I) = n(I) + \frac{I^2}{n(I)} \cdot \left[ \frac{A_1 B_1}{(I^2 - B_1)^2} + \frac{A_2 B_2}{(I^2 - B_2)^2} + \frac{A_3 B_3}{(I^2 - B_3)^2} \right] \quad (2.18.)$$

A partir des deux expressions (2.17. et 2.18.), nous accédons aux vitesses de phase et de groupe pour chaque longueur d'onde du spectre, nécessaires à la modélisation de la propagation d'un paquet d'onde dans ce milieu homogène (*Figure 2.4*).

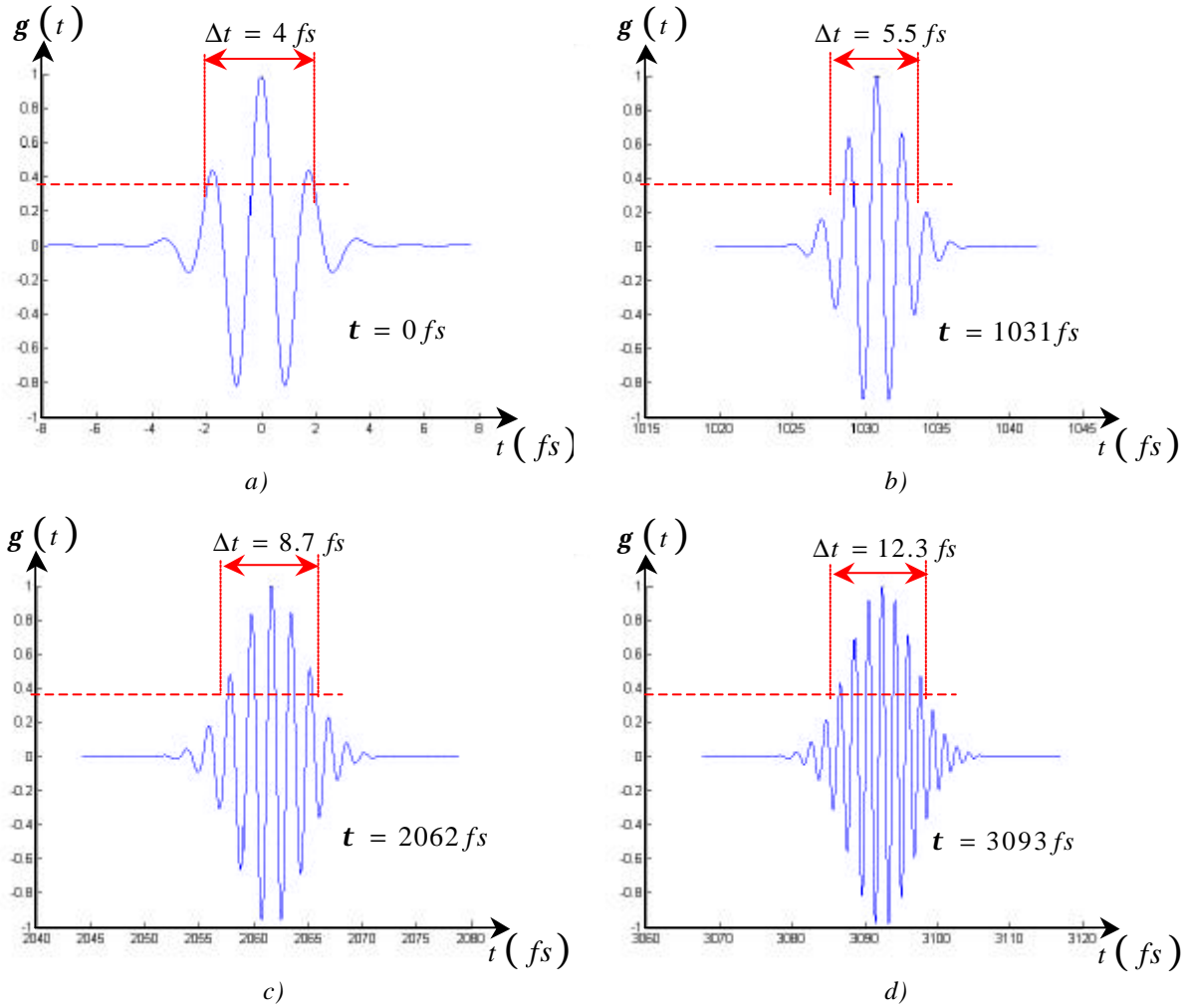


Figure 2.4 : Propagation d'un paquet d'ondes gaussien dans un milieu homogène à une distance  $z$  :

a)  $z=0\mu\text{m}$  ; b)  $z=200\mu\text{m}$  ; c)  $z=400\mu\text{m}$  ; d)  $z=600\mu\text{m}$ .

La Figure 2.4 montre que :

- le retard temporel du paquet d'ondes varie linéairement avec l'épaisseur de matériau dispersif traversé,
- l'étalement du paquet d'ondes gaussien croît de façon non linéaire en fonction de l'épaisseur,
- le début de l'impulsion est associé aux basses fréquences dont la vitesse de groupe est plus élevée. Cet effet engendre un étalement dû à la dispersion de la vitesse de groupe.

Les concepts exposés dans cette partie sont exploités ultérieurement et permettent de mieux appréhender les phénomènes d'interférences lorsqu'un matériau dispersif est inséré dans le bras de mesure. Il est important de noter que la vitesse de propagation d'un paquet d'ondes correspond à sa vitesse de groupe. Cependant, nous verrons plus loin dans ce chapitre que la vitesse de phase, qui correspond à la vitesse de déplacement de chaque fréquence à l'intérieur de l'enveloppe gaussienne (vitesse des fronts de phase), sera déterminante pour la compréhension des phénomènes d'interférences.

### **2.2.3. Bases de l'interférométrie spectrale**

Les exigences de résolution et de dynamique, ainsi que la nature des objets (composants asphériques de grande dimension et composants à gradient d'indice) sur lesquels porte l'instrumentation développée dans cette thèse ont conduit à choisir une technique de mesure reposant sur un dispositif d'interférométrie spectrale dont nous précisons ici les caractéristiques théoriques.

#### **2.2.3.1. Phase spectrale**

L'interférométrie s'attache à estimer la différence de phase entre deux ondes lumineuses, une onde référence et une onde de mesure, afin de quantifier une différence de distance ou d'indice. Les dispositifs d'interférométrie en lumière monochromatique donnent accès à des franges spatiales recueillies directement sur le détecteur. Dans le cadre de l'interférométrie spectrale, l'information est codée dans la périodicité des franges spectrales.

Les phases des deux ondes planes, en sortie de l'interféromètre de Michelson sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \Phi_{ref} = -\vec{k}_{ref} \cdot \vec{r}_{ref} + \Phi_0 \\ \Phi_{mes} = -\vec{k}_{mes} \cdot \vec{r}_{mes} + \Phi_0 \end{cases} \quad (2.19.)$$

$\Phi_{ref}$  étant la phase de l'onde référence,  $\Phi_{mes}$  celle de l'onde mesure,  $\Phi_0$  la phase initiale de l'onde primaire et  $\vec{k}_{ref}$ ,  $\vec{k}_{mes}$  sont les vecteurs d'onde des deux ondes de référence et de mesure.

Dans toute la suite de ce document, les indexations "réf" et "mes" correspondront respectivement à l'onde référence et à l'onde de mesure ; de plus l'index "tot" fera référence à l'onde résultant de la superposition de ces deux ondes en sortie du système interférométrique.

L'intensité de l'onde résultante, par superposition des deux ondes de référence et de mesure, est donnée par l'expression qui suit :

$$I_{tot} = I_{ref} + I_{mes} + 2|g_{12}| \sqrt{I_{ref} I_{mes}} \cdot \cos(\mathbf{f}_{ref} - \mathbf{f}_{mes}) \quad (2.20.)$$

Où  $g_{12}$  est le facteur d'amortissement. Il quantifie le degré avec lequel les fluctuations de deux ondes sont corrélées.

Le fait qu'une source ne soit pas parfaitement ponctuelle et monochromatique la rend partiellement cohérente spatialement et temporellement. Ces propriétés intrinsèques à la source contribuent à une perte de visibilité des franges d'interférences.

La fonction de visibilité des franges  $V$  est liée à la valeur absolue de  $g_{12}$ , telle que:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_{\text{ref}} \cdot I_{\text{mes}}}}{(I_{\text{ref}} + I_{\text{mes}})} \cdot |g_{12}| \quad (2.21.)$$

Le terme qui nous intéresse dans l'expression (2.20.) est le terme de phase, puisque c'est celui-ci qui détermine les modulations spatiales de l'intensité ou la périodicité des franges spectrales. D'après les relations (2.19.) et (2.20.) établies ci-dessus, nous en déduisons la phase de l'onde résultante, conventionnellement notée  $\Delta\Phi$ , puisque celle-ci n'est autre que la différence de phase entre l'onde référence et l'onde de mesure :

$$\Delta\Phi(\mathbf{n}) = \Phi_{\text{ref}} - \Phi_{\text{mes}}$$

$$\Delta\Phi(\mathbf{n}) = \vec{k}_{\text{mes}} \cdot \vec{r}_{\text{mes}} - \vec{k}_{\text{ref}} \cdot \vec{r}_{\text{ref}}$$

### 2.2.3.2. Franges d'interférences spectrales

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, la densité de puissance, ou intensité s'exprime en fonction du terme de phase. Pour simplifier l'expression qui a été établie auparavant, nous étudions uniquement ce terme de phase, ainsi nous avons :

$$I(\mathbf{n}) \propto \cos(\Delta\Phi(\mathbf{n}))$$

Par conséquent :

$$\begin{cases} I(\mathbf{n}_0) \text{ est maximum lorsque : } & \Delta f(\mathbf{n} = \mathbf{n}_0) = 2pp & \text{avec } p \in \mathbb{Z} & \text{(condition 1)} \\ \text{et } I(\mathbf{n}_0) \text{ est minimum lorsque : } & \Delta f(\mathbf{n} = \mathbf{n}_0) = (q+1)p & \text{avec } q \in \mathbb{Z} & \text{(condition 2)} \end{cases}$$

L'analyse de cette intensité en fonction de la fréquence conduit à un spectrogramme composé d'une succession de franges brillantes et de franges sombres dont la périodicité ou l'apériodicité, dépend de l'objet sondé. La présence d'une frange brillante ou d'une frange sombre pour une fréquence  $\mathbf{n} = \mathbf{n}_0$ , dépend de la valeur que prend le terme de phase. En effet, la superposition des deux paquets d'ondes issus de l'interféromètre de Michelson donne lieu à des interférences constructives ou destructives, pour une fréquence appartenant au spectre de la source, suivant que la *condition (1)* ou *(2)* est respectée.

Pour mieux visualiser la relation entre la phase et les franges spectrales, nous traitons un interférogramme particulier, duquel nous allons extraire sa phase.

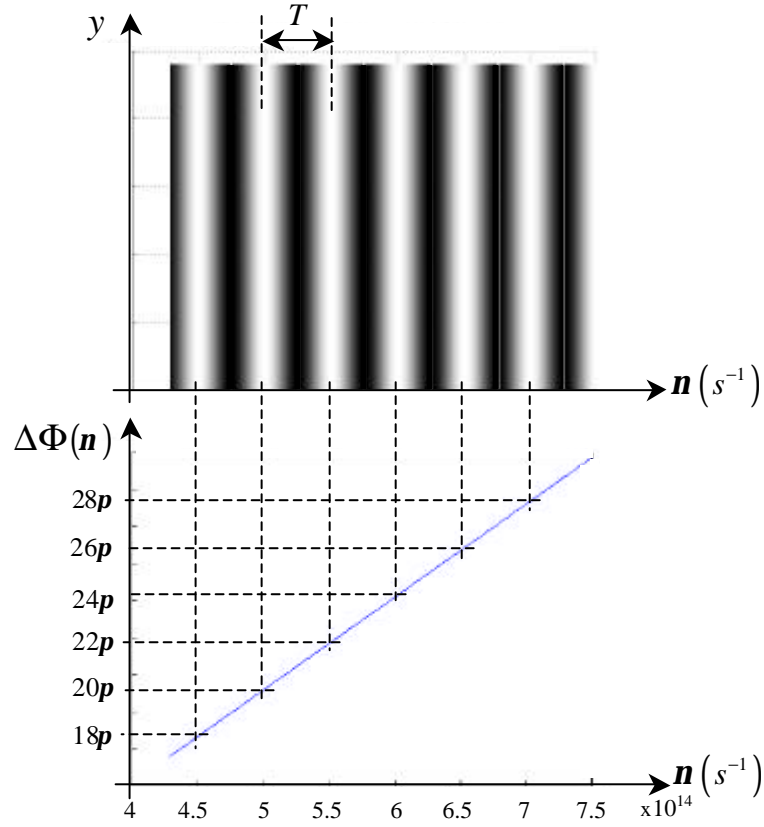


Figure 2.5 : Relation entre la phase et les franges spectrales (modélisation).

Pour cet exemple (Figure 2.5) nous choisissons de modéliser l'interférogramme obtenu avec une source émettant dans le visible ( $\lambda \in [400\text{nm} - 700\text{nm}]$ ) dans le cas où la différence de marche dans l'air serait  $d = 3\mu\text{m}$ . Dans ces conditions, nous obtenons des franges spectrales périodiques en fonction de la fréquence. La période de ces franges est égale à  $T$ , telle que:

$$\boxed{T = \frac{c}{2d}} \quad (2.22.)$$

Du fait que le signal est périodique, on peut noter que la courbe de phase en fonction de la fréquence est une droite, dont la pente  $a$  dépend également de la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre.

$$\boxed{a = \frac{c}{4p \cdot d} \cdot \frac{d\Delta\Phi}{dn}} \quad (2.23.)$$

Ainsi, pour des mesures effectuées dans l'air, on obtient des franges spectrales de période inversement proportionnelle à la différence de marche introduite dans l'interféromètre. La pente de la phase est aussi inversement proportionnelle à cette différence de marche. Cet exemple clôture cette approche succincte de l'interférométrie. Dans le chapitre 3, des simulations traitent du cas des éléments dispersifs. A présent, nous analysons le dispositif expérimental d'interférométrie spectrale, afin d'appréhender ses fonctionnalités ainsi que ses limitations.

## 2.3. MODÉLISATION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

---

Dans cette partie, nous effectuons une étude temporelle et spectrale de chacun des éléments constituant notre dispositif expérimental. Ceci permet d'avoir une approche très complète des phénomènes mis en jeu, ainsi que des limites instrumentales de ce dispositif d'interférométrie spectrale.

### 2.3.1. Présentation du dispositif

Ce dispositif compare, section par section, la surface d'onde issue du composant à tester avec celle d'une onde de référence (*Figure 1.17*). Les déformations du système de franges spectrales traduisent les écarts entre la surface d'onde ayant transité dans le bras de mesure et la surface d'onde étalon, et contiennent donc les informations structurales de l'échantillon.

### 2.3.2. Réponse du système interférométrique

Nous indiquons, dans ce paragraphe le fonctionnement du dispositif de mesure dans le cas d'une mesure topographique (traversée des deux bras de l'interféromètre dans un milieu non dispersif) et dans le cas d'une mesure de caractéristiques dispersives d'un matériau.

#### 2.3.2.1. Système interférométrique configuré en mesures topographiques

Nous traitons ici, le phénomène d'interférences produit par la superposition de deux trains d'onde issus d'une même émission atomique dans le cas idéal où, ces deux trains d'onde ne sont, ni amortis, ni déformés par le passage à l'intérieur de chaque bras de l'interféromètre. De plus, nous supposons que l'intensité du train d'onde primaire est répartie de façon identique et en totalité sur les deux trains d'onde lors du passage à travers la lame semi-réfléchissante.

Soient deux trains d'onde décalés d'un temps  $t$ , issus d'un train d'onde primaire. Si nous respectons les hypothèses citées ci-dessus, ces deux trains d'onde se superposent en sortie d'un système interférométrique, de telle sorte que le train d'onde résultant noté  $g_{tot}(t)$ , est de la forme suivante :

$$g_{tot}(t) = g(t) + g(t - t)$$

$$\Leftrightarrow g_{tot}(t) = g(t) \otimes (d(t) + d(t - t)) \quad (2.24.)$$

Représentons cette fonction  $g_{tot}(t)$  normalisée, dans le cas où le retard temporel  $t$  entre les deux ondes serait supérieur à la durée d'émission du train d'onde  $\Delta t$ . Ici le retard temporel correspond à une différence de chemin optique  $d = 10\mu m$  dans l'air, et le dispositif expérimental est éclairé par une source de fréquence centrale  $n_0 = 545 ps^{-1}$  ( $I_0 = 550nm$ ) et de bande spectrale  $\Delta n = 321 ps^{-1}$  ( $\Delta I = 300nm$ ).

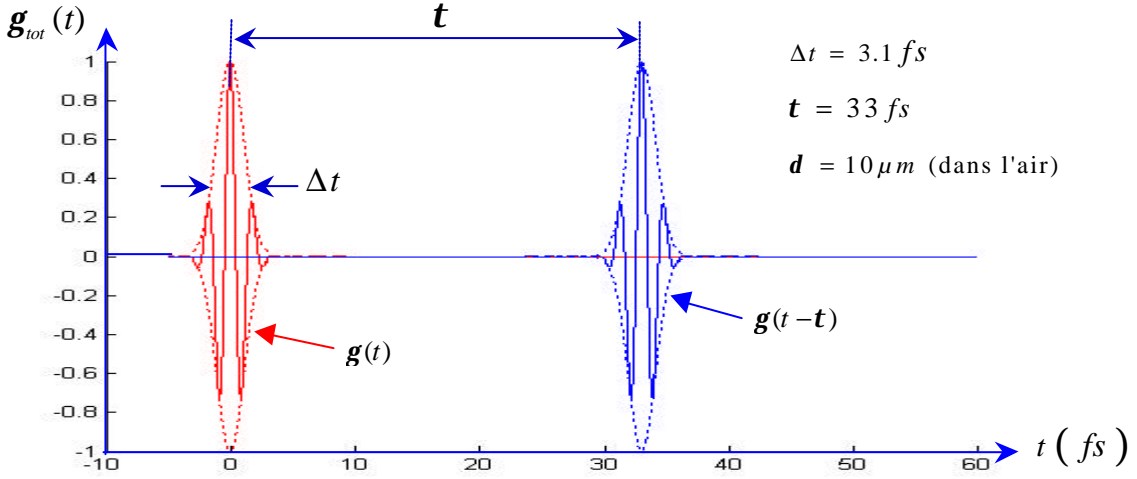


Figure 2.6 : Réponse temporelle d'un interféromètre induisant un retard  $t$  entre les deux trains d'ondes référence et de mesure.

Le dispositif de mesure donne accès à l'intensité spectrale  $I_{tot}(\mathbf{n})$  mesurée à l'issue d'un spectroscope placé en sortie du système interférométrique. Cette intensité est donnée par le module carré de la réponse spectrale en amplitude  $\Gamma_{tot}(\mathbf{n})$  :

$$I_{tot}(\mathbf{n}) = \Gamma_{tot}(\mathbf{n}) \cdot \Gamma_{tot}(\mathbf{n})^* \quad (2.25.)$$

où :

$$\begin{aligned} \Gamma_{tot}(\mathbf{n}) &= TF_n^t [\mathbf{g}_{tot}(t)] && \Leftrightarrow \Gamma_{tot}(\mathbf{n}) = TF_n^t [\mathbf{g}(t) \otimes (\mathbf{d}(t) + \mathbf{d}(t-t))] \\ &&& \Leftrightarrow \Gamma_{tot}(\mathbf{n}) = \Gamma(\mathbf{n}) \cdot (1 + \exp\{2ipnt\}) \end{aligned}$$

D'après la relation (2.3.) et si nous considérons un train d'onde gaussien de fréquence centrale  $\mathbf{n}_0$ , nous obtenons une expression complète de la réponse spectrale en amplitude de l'interféromètre:

$$\Gamma_{tot}(\mathbf{n}) = \mathbf{g}_0 \cdot \frac{\sqrt{p}}{2} \cdot \Delta t \cdot \exp\left\{-\frac{(p \cdot \Delta t \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0))^2}{4}\right\} \cdot (1 + \exp\{2ipnt\}) \quad (2.26.)$$

A partir de cette relation et de l'équation (2.25.), nous accédons à la réponse spectrale en intensité de l'interféromètre,  $I_{tot}(\mathbf{n})$  :

$$\begin{aligned} I_{tot}(\mathbf{n}) &= \left| \mathbf{g}_0 \cdot \frac{\sqrt{p}}{2} \cdot \Delta t \cdot \exp\left\{-\frac{(p \cdot \Delta t \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0))^2}{4}\right\} \right|^2 \cdot [1 + \exp\{2ipnt\}] \cdot [1 + \exp\{-2ipnt\}] \\ &\Leftrightarrow I_{tot}(\mathbf{n}) = 2 \cdot I_0(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0) \cdot [1 + \cos\{2pnt\}] \end{aligned} \quad (2.27.)$$



*Remarque : L'intensité spectrale moyenne de ce signal est égale à  $2I_0(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)$  ce qui, compte tenu des hypothèses établies au début de ce paragraphe, représente l'intensité spectrale du train d'onde primaire.*

Il apparaît clairement (Figure 2.7), que le spectre en intensité observé avec un spectroscopie en sortie de l'interféromètre, est composé d'une porteuse de fréquence  $\frac{1}{t}$  modulée par un terme gaussien, centré sur la fréquence  $\mathbf{n}_0$  et de largeur  $\Delta \mathbf{n}$  (correspondant à l'intensité spectrale de la source).

De plus, même si le retard temporel  $t$ , induit par le déséquilibre entre les bras de référence et de mesure de l'interféromètre, est supérieur au temps de cohérence  $\Delta t$  de la source, des modulations spectrales de l'intensité sont observables avec le spectroscopie. Ce résultat est spécifique de l'existence d'interférences en dehors des conditions de cohérence.

En d'autres termes, si les deux trains d'onde issus de l'interféromètre ne se recouvrent pas temporellement, il est impossible d'observer des franges d'interférences sans avoir recours à un élément dispersif, prisme ou réseau de diffraction. L'élément dispersif modifie donc les conditions d'interférences en les rendant moins restrictives.

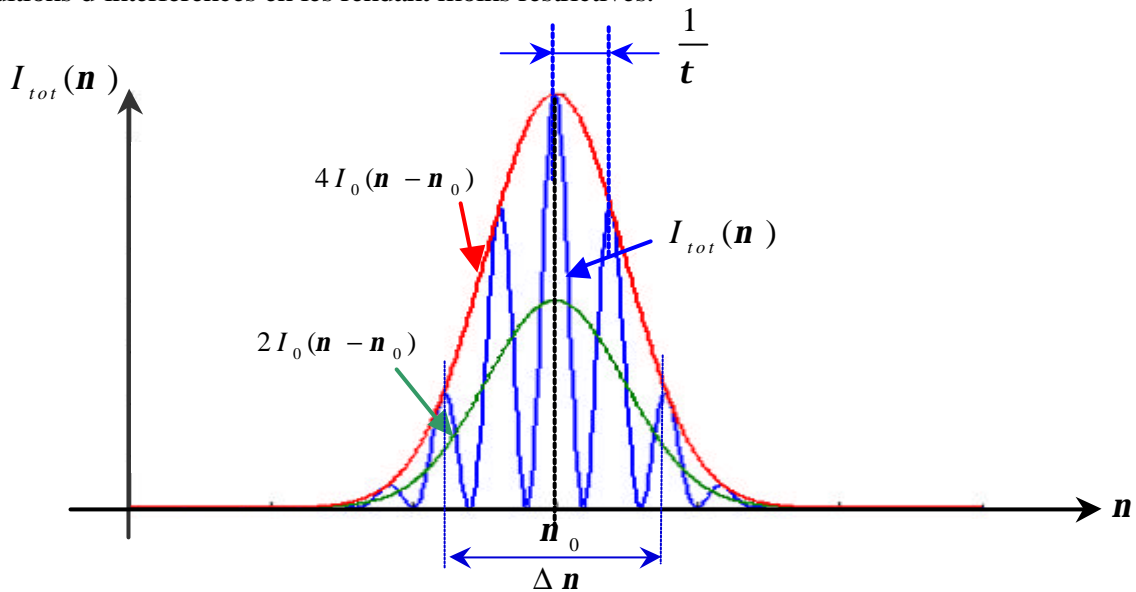


Figure 2.7 : Réponse spectrale en intensité de l'interféromètre soumis à la sollicitation décrite sur la Figure 2.2

### 2.3.2.2. Système interférométrique configuré en mesure d'indice

Si à présent nous nous plaçons dans le cas général, le train d'onde se propageant dans le bras de mesure peut subir des modifications dues, par exemple, au passage à travers un objet dispersif.

Dans ces conditions :

- l'amplitude du train d'onde va être atténuée en fonction de la transmittance de l'objet,

- la durée de vie du train d'onde va augmenter en fonction des propriétés dispersives de l'objet.

De façon à prendre en compte cet aspect, nous distinguons les deux trains d'onde issus de chaque bras de l'interféromètre. Ainsi nous désignons par  $\mathbf{g}_{ref}(t)$ , le train d'onde de référence, et par  $\mathbf{g}_{mes}(t)$ , le train d'onde de mesure.

Soient  $F_{ref}(t)$  la fonction de transmittance du bras de référence et  $F_{mes}(t)$  celle du bras de mesure, alors les deux trains d'onde issus de l'interféromètre seront fonction du train d'onde initial  $\mathbf{g}(t)$ , émis par la source, de telle sorte que :

$$\begin{cases} \mathbf{g}_{ref}(t) = F_{ref}(t) \otimes \mathbf{g}(t) \\ \mathbf{g}_{mes}(t) = F_{mes}(t) \otimes \mathbf{g}(t) \end{cases}$$

*Remarque : l'expression de  $\mathbf{g}(t)$  est donnée par l'équation (2.2.).*

Le train d'onde référence se propage dans l'air. Par conséquent il ne subit pas d'étalement temporel, il est cependant légèrement amorti. Ainsi la fonction de transmittance du bras de référence peut se modéliser par un coefficient d'atténuation indépendant du temps, que nous noterons  $K_{ref}$ .

$$F_{ref}(t) = K_{ref}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{g}_{ref}(t) = K_{ref} \otimes \mathbf{g}(t) \quad (2.28.)$$

Lorsque le train d'onde de mesure rencontre des objets susceptibles de modifier son amplitude et sa phase spectrale, alors la fonction de transmittance du bras de mesure est composée de deux termes, d'un coefficient d'atténuation  $K_{mes}$  et d'un terme traduisant un retard de groupe (notion introduite dans le paragraphe 2.2.2.3, équation 2.14.).

$$F_{mes}(t) = K_{mes} \cdot TF_t^n [\exp \{-i2\mathbf{p}\mathbf{n} \cdot \mathbf{t}(n)\}]$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{g}_{mes}(t) = K_{mes} \cdot TF_t^n [\exp \{-i2\mathbf{p}\mathbf{n} \cdot \mathbf{t}(n)\}] \otimes \mathbf{g}(t) \quad (2.29.)$$

Dans ces conditions, le train d'onde résultant  $\mathbf{g}_{tot}(t)$  aura pour expression :

$$\Leftrightarrow \mathbf{g}_{tot}(t) = \left[ K_{ref} + K_{mes} \cdot TF_t^n [\exp \{-i2\mathbf{p}\mathbf{n} \cdot \mathbf{t}(n)\}] \right] \otimes \mathbf{g}(t) \quad (2.30.)$$

Ce train d'onde résultant est représenté sur la *Figure 2.8*, dans le cas où le retard de groupe serait induit par une lame de BK7 (caractéristiques données dans le paragraphe 2.2.2.4).

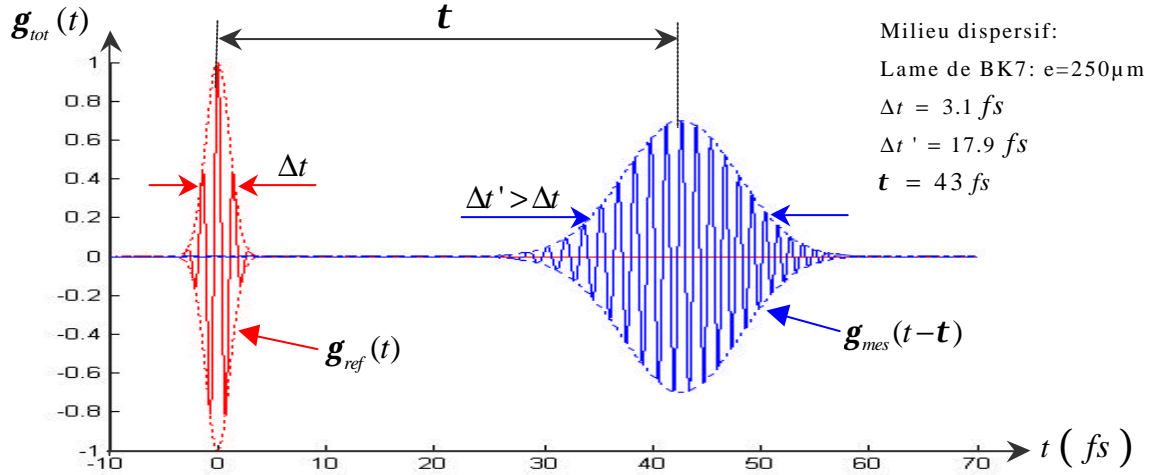


Figure 2.8 : Réponse temporelle d'un interféromètre : retard induit par un milieu dispersif (lame de BK7 de  $250 \mu\text{m}$ ) inséré dans le bras de mesure.

La réponse spectrale en amplitude de l'interféromètre, d'après la relation (2.30.) devient :

$$\Gamma_{tot}(\mathbf{n}) = TF_n^t[\mathbf{g}_{tot}(t)]$$

$$\Gamma_{tot}(\mathbf{n}) = \{K_{ref} + K_{mes} \cdot \exp\{-2ipnt(\mathbf{n})\}\} \cdot \Gamma(\mathbf{n})$$

d'où avec l'équation 2.3. :

$$\Gamma_{tot}(\mathbf{n}) = \mathbf{g}_0 \cdot \frac{\sqrt{p}}{2} \cdot \Delta t \cdot \exp\left[-\frac{(p \cdot \Delta t \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0))^2}{4}\right] \cdot \{K_{ref} + K_{mes} \cdot \exp\{-2ipnt(\mathbf{n})\}\} \quad (2.31.)$$

- où :
- $\Gamma_{ref}(\mathbf{n}) = F_{ref}(\mathbf{n}) \cdot \Gamma(\mathbf{n})$  correspond au spectre du champ du train d'onde référence,
  - $\Gamma_{mes}(\mathbf{n}) = F_{mes}(\mathbf{n}) \cdot \Gamma(\mathbf{n})$  correspond au spectre du champ du train d'onde de mesure,
  - le terme en exponentiel caractérise une modulation d'amplitude apériodique dont l'apériodicité traduit les variations de  $\mathbf{t}(\mathbf{n})$  avec la fréquence,
  - l'enveloppe de la réponse spectrale dépend de la largeur  $\Delta t$  du train d'onde gaussien.

Ce qui conduit à l'expression de la réponse spectrale en intensité de l'interféromètre :

$$I_{tot}(\mathbf{n}) = |\Gamma_{tot}(\mathbf{n})|^2$$

$$I_{tot}(\mathbf{n}) = (K_{ref}^2 + K_{mes}^2) \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \frac{K_{ref} \cdot K_{mes}}{K_{ref}^2 + K_{mes}^2} \cdot \cos\{2\mathbf{pnt}(\mathbf{n})\} \right] \cdot \left[ \mathbf{g}_0^2 \cdot \frac{\mathbf{p}}{4} \cdot \Delta t^2 \cdot \exp\left[-\frac{(\mathbf{p} \cdot \Delta t \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0))^2}{2}\right] \right] \quad (2.32.)$$

ou encore :

$$I_{tot}(\mathbf{n}) = (I_{ref}(\mathbf{n}) + I_{mes}(\mathbf{n})) \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{I_{ref}(\mathbf{n}) \cdot I_{mes}(\mathbf{n})}}{I_{ref}(\mathbf{n}) + I_{mes}(\mathbf{n})} \cdot \cos\{2\mathbf{pnt}(\mathbf{n})\} \right] = \langle I \rangle \cdot [1 + V(\mathbf{n}) \cdot \cos\{2\mathbf{pnt}(\mathbf{n})\}] \quad (2.33.)$$

- où :
- $I_{ref}(\mathbf{n})$  et  $I_{mes}(\mathbf{n})$  représentent respectivement les intensités des trains d'onde référence et de mesure en sortie de l'interféromètre spectral ;
  - $\langle I \rangle = I_{ref}(\mathbf{n}) + I_{mes}(\mathbf{n})$ , la valeur moyenne de l'intensité en sortie de l'interféromètre ;
  - $V(\mathbf{n}) = \frac{2\sqrt{I_{ref}(\mathbf{n}) \cdot I_{mes}(\mathbf{n})}}{I_{ref}(\mathbf{n}) + I_{mes}(\mathbf{n})}$  est la visibilité des franges spectrales.

La réponse spectrale en intensité de l'interféromètre est représentée sur la *Figure 2.9* pour un retard de groupe  $\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \frac{n_g(\mathbf{n})}{c} e$ . Le décalage temporel entre les deux trains d'onde est induit par une lame de BK7 de 1mm d'épaisseur (caractéristiques données dans le paragraphe 2.2.2.4). De plus, de façon à visualiser les franges spectrales, le miroir de mesure a été translaté de  $\mathbf{d}_0 = -546\mu\text{m}$ , par rapport à sa position correspondant au contact optique à vide. Ce retard autorise un recouvrement maximal entre les enveloppes des deux trains d'onde en sortie d'interféromètre pour la fréquence centrale de la source. La fonction de visibilité des franges spectrales est de 0.4.

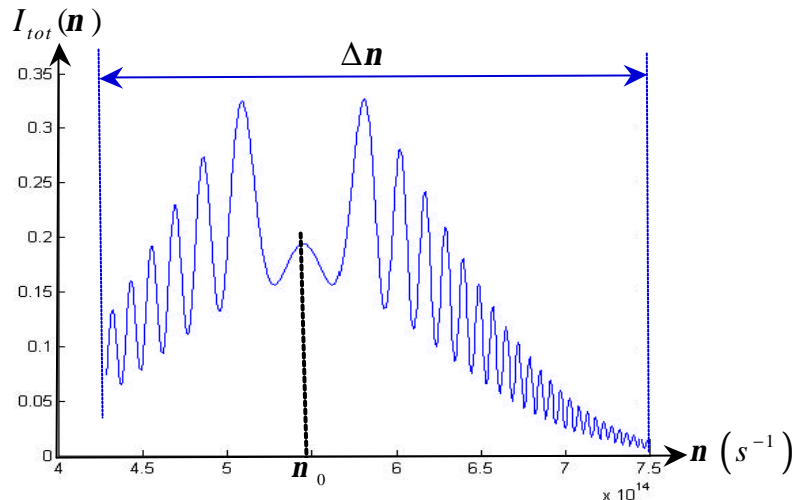


Figure 2.9 : Réponse spectrale en intensité : retard induit par un milieu dispersif (lame de BK7 de 1mm) inséré dans le bras de mesure,  $V = 0.4$ .

Lorsque le retard  $t$  augmente, le facteur de visibilité décroît et en même temps les franges spectrales se resserrent. Ainsi celles-ci deviennent indiscernables lorsque le retard devient trop important. La possibilité de distinguer ou non les franges spectrales dépendra également du pouvoir résolvant du spectroscope. Nous développons cette nouvelle notion dans les paragraphes suivants. La *Figure 2.10* nous donne un aperçu des limites de notre dispositif.

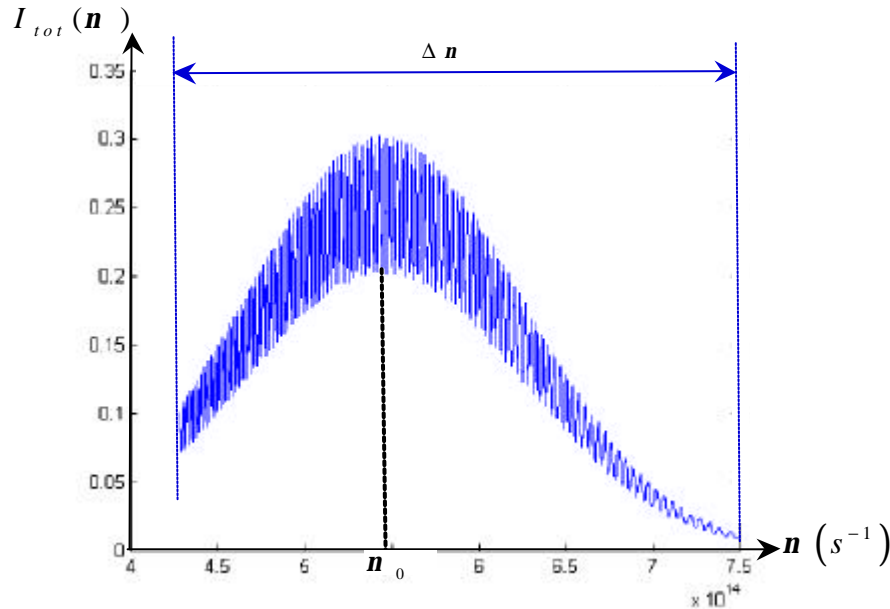


Figure 2.10 : Réponse spectrale en intensité pour un retard temporel important  $t$ , accompagné d'une perte de visibilité,  $V = 0.2$ .

La réponse du système interférométrique est établie et nous poursuivons l'étude de notre dispositif expérimental en caractérisant la réponse du spectromètre.

### **2.3.3. Réponse spectrale d'un spectromètre à réseau**

Ce paragraphe s'attache à établir la fonction de transfert du réseau constituant le spectroscope d'analyse placé en sortie du dispositif d'interférométrie spectrale.

#### **2.3.3.1. Réponse impulsionnelle d'un réseau en réflexion**

Nous définissons dans un premier temps tous les paramètres entrant en jeu dans cette étude.

Considérons un réseau, utilisé en réflexion, constitué de  $N$  motifs parallèles, périodiques et de période spatiale  $\Lambda_0$ . L'angle d'incidence sera noté  $q_i$ , tandis que l'angle de diffraction du réseau sera noté  $q'$ .

La source est caractérisée par les trains d'onde qu'elle émet, dont l'enveloppe spatiale  $A(x)$ , sera considérée comme gaussienne et dont l'étalement  $\Omega_0$ , sera équivalent ou inférieur à la dimension du réseau. Ainsi, la limitation spatiale sera imposée par la dimension de la section du faisceau. Dans ces conditions, la *Figure 2.11* montre l'effet du réseau sur un faisceau gaussien lorsque l'observation est effectuée dans une direction caractérisée par l'angle  $q'$ .

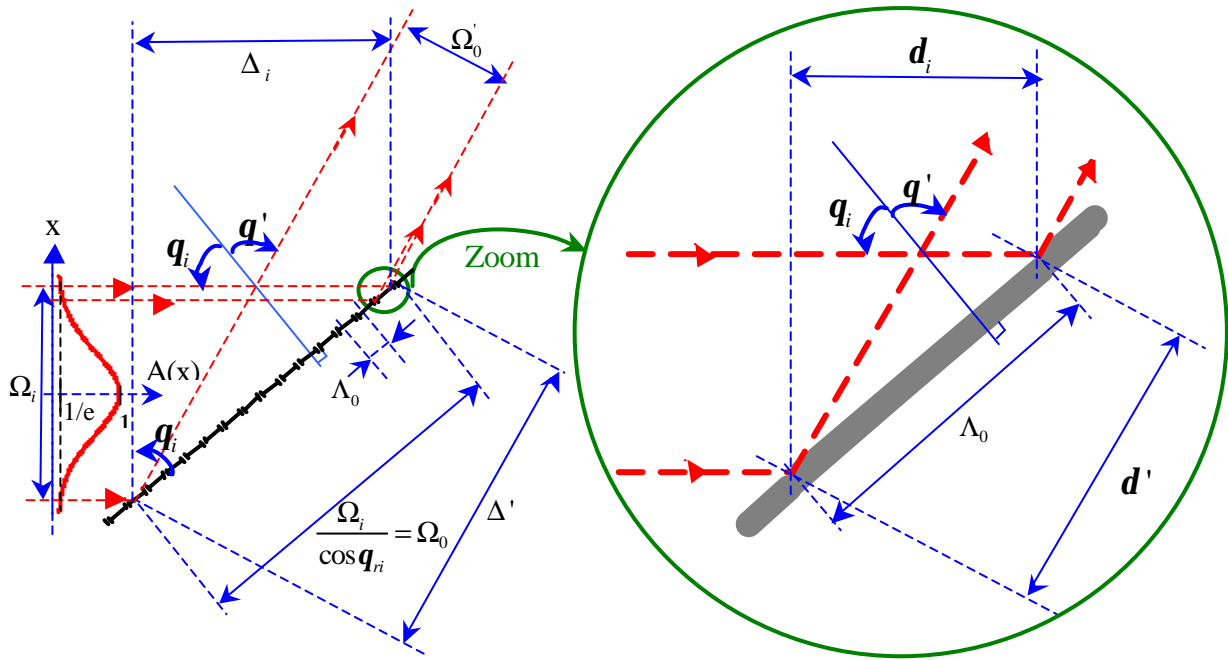


Figure 2.11 : Schéma d'un réseau en réflexion : chemin optique.

Soient  $d$  et  $\Delta$ , les différences de trajet optique induites sur les ondes issues respectivement, de deux motifs consécutifs et des deux motifs à chaque extrémité de la région éclairée du réseau. Toutes deux résultent de la somme des différences de trajet optique, entre les ondes incidentes d'une part et entre les ondes diffractées d'autre part. Ainsi, si on se réfère à la Figure 2.11, nous avons :

$$\begin{cases} d = d_i - d' \\ \Delta = \Delta_i - \Delta' \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = \Lambda_0 \cdot (\sin q_i + \sin q') \\ \Delta = \Lambda_0 \cdot (\sin q_i + \sin q') = N \cdot d \end{cases} \quad (2.34.)$$

Les décalages temporels, auxquels correspondent ces différences de trajets optiques, sont donnés par les relations suivantes, en supposant que le milieu ambiant est l'air d'indice 1 :

$$\begin{cases} t = \frac{\Lambda_0 \cdot (\sin q_i + \sin q')}{c} \\ T = N \cdot t \end{cases} \quad (2.35.)$$

La réponse impulsionnelle du réseau est alors définie comme la somme des réponses de chaque motif du réseau, modulée par une enveloppe temporelle gaussienne  $G(t)$ , induite par la répartition spatiale  $A(x)$  de l'éclairage du réseau. En effet, l'énergie que restitue le réseau est proportionnelle à celle qu'il reçoit. Par conséquent, cette énergie qui suit une loi spatialement gaussienne à l'entrée du réseau, va être redistribuée temporellement de façon gaussienne.

Par conséquent, si nous considérons la fréquence d'analyse  $\mathbf{n}_a$  telle que :  $\mathbf{n}_a = \frac{1}{t_0}$ , (observation suivant une direction privilégiée pour l'angle  $\mathbf{q}'_0$ ), alors la largeur de l'enveloppe temporelle  $G(t)$  est égale au décalage temporel  $T_0$ , entre les ondes diffractées par les deux motifs à chaque extrémité du réseau. De plus, celle-ci est centrée en  $\frac{T_0}{2}$ , puisque l'énergie du faisceau gaussien à l'entrée du réseau, est maximale sur le motif central, et l'onde diffractée par celui-ci sera affectée, en sortie du réseau, d'un retard temporel de  $\frac{T_0}{2}$  par rapport au premier motif. Ainsi la réponse impulsionnelle a pour expression :

$$h(t) = G(t) \cdot \sum_{p=0}^{N-1} d(t - pt_0) \quad (2.36.)$$

avec :  $G(t) = \exp \left\{ -\frac{4}{T_0^2} \cdot \left( t - \frac{T_0}{2} \right)^2 \right\}$ ,  
et  $p$  : numéro du motif.

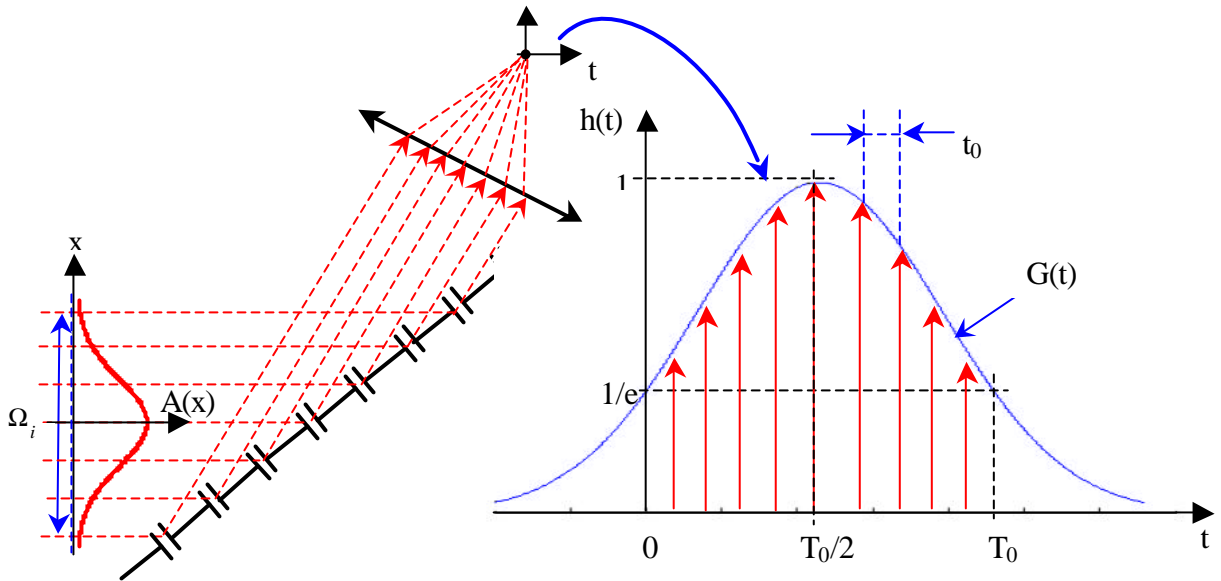


Figure 2.12 : Réponse impulsionnelle du réseau  $h(t)$ .

### 2.3.3.2. Réponse temporelle du réseau en réflexion

La réponse temporelle, notée  $\mathbf{g}_r(t)$ , du réseau à la sollicitation  $\mathbf{g}_{tot}(t)$ , définie par l'équation (2.24.), sera donc donnée par le produit de convolution de cette sollicitation par la réponse impulsionnelle  $h(t)$  du réseau.

$$\mathbf{g}_r(t) = \mathbf{g}_{tot}(t) \otimes h(t)$$

La sollicitation  $\mathbf{g}_{tot}(t)$  provient d'un interféromètre de Michelson qui peut être déséquilibré par l'insertion d'un échantillon homogène dispersif dans le bras de mesure. Cette sollicitation introduit, conformément au paragraphe 2.2.2.3, un retard  $\mathbf{t}(\mathbf{n})$  dépendant de la fréquence. Afin d'appréhender l'influence du spectroscopie sur les résultats de mesure dans un cas autorisant une approche simple, nous considérons, dans un premier temps, un interféromètre configuré en mesures profilométriques, déséquilibré d'un retard  $\mathbf{t}_0$  constant.

Dans ces conditions :

$$\mathbf{g}_{tot}(t) = \left\{ K_{ref} + K_{mes} \cdot TF_t^n \left[ \exp\{-2i\mathbf{p}\mathbf{n} \cdot \mathbf{t}_0\} \right] \right\} \otimes \mathbf{g}(t)$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{g}_{tot}(t) = \left\{ K_{ref} + K_{mes} \cdot \mathbf{d}(t - \mathbf{t}_0) \right\} \otimes \mathbf{g}(t)$$

avec :

$$\begin{cases} \text{En notation complexe: } \mathbf{g}(t) = \mathbf{g}_0 \cdot \exp\left[-\frac{4t^2}{\Delta t^2}\right] \cdot \exp[-2i\mathbf{p}\mathbf{n}_0 t] \\ \text{où: } \Delta t \text{ est la durée du train d'onde primaire.} \\ \text{et } \mathbf{g}_0 \text{ est l'amplitude maximum du train d'onde à l'entrée du spectromètre.} \end{cases}$$

Ainsi d'après la relation (2.36.) :

$$\mathbf{g}_r(t) = \left\{ \mathbf{g}_0 \cdot \exp\left[-\frac{4t^2}{\Delta t^2}\right] \cdot \exp[-2i\mathbf{p}\mathbf{n}_0 t] \otimes \left\{ K_{ref} + K_{mes} \cdot \mathbf{d}(t - \mathbf{t}_0) \right\} \right\}$$

$$\otimes \left\{ \exp\left[-\frac{4}{T_0^2} \cdot \left(t - \frac{T_0}{2}\right)^2\right] \cdot \sum_{p=0}^{N-1} \mathbf{d}(t - p\mathbf{t}_0) \right\}$$

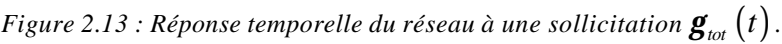
$$\boxed{\mathbf{g}_r(t) = \exp\left[-\frac{4}{T_0^2} \cdot \left(t - \frac{T_0}{2}\right)^2\right] \cdot \left\{ \underbrace{\sum_{p=0}^{N-1} \mathbf{d}(t - p\mathbf{t}_0) \otimes \mathbf{g}_{ref}(t)}_{\text{signal de référence}} + \underbrace{\sum_{p=0}^{N-1} \mathbf{d}(t - (p\mathbf{t}_0 + \mathbf{t}_0)) \otimes \mathbf{g}_{mes}(t)}_{\text{signal de mesure}} \right\}} \quad (2.37.)$$

Dans la relation (2.37.) deux termes, appelés signal de référence et signal de mesure, apparaissent. Si nous nous plaçons à l'ordre 1 d'observation du réseau, chacun de ces termes provient de la superposition de  $N$  signaux périodiques de même période

Ainsi le signal de référence est un signal périodique de période  $t_0 = \frac{1}{\mathbf{n}_a}$ , et le signal de mesure est également un signal périodique de même période, mais en avance de  $\mathbf{t}_0$  par rapport à celui-ci.

La réponse temporelle du réseau correspond à une superposition de ces deux signaux (Figure 2.13).




$$\boxed{t_0 < T_0 \quad \forall \mathbf{n} \in \Delta \mathbf{n}} \quad (2.38.)$$

- La fréquence moyenne des ondes optiques est de l'ordre de  $5.10^{14} Hz$  (soit  $\lambda = 600nm$ ), d'où une périodicité en  $\frac{1}{n_0}$ , de l'ordre de  $2fs$  (soit  $d = 0.6\mu m$ ),

---

Interférométrie spectrale pour la mesure de dispersion et la géométrie de surface
66

- $\Delta n$  est de l'ordre de  $3.10^{14} Hz$ , (soit  $\Delta l$  de l'ordre de 300nm) soit une durée  $\Delta t$ , de l'ordre de  $3fs$  (soit  $d = 0.9\mu m$ ),
- la durée  $\Delta t'$  de cette même onde, après traversée d'une lame de verre (BK7) de 1 mm d'épaisseur, est de l'ordre de  $20fs$  (soit  $d = 6\mu m$ ),
- la formule des réseaux à l'ordre 1, appliquée à une fréquence  $n_a$  appartenant au domaine du visible ( $n_a \in [400nm : 800nm]$ ), nous donne :

$$t_0 = \frac{1}{n_a} \Leftrightarrow 1.3fs < t_0 < 2.7fs \text{ (soit } 0.4\mu m < d < 0.8\mu m \text{),}$$

- admettons que la différence de chemin optique à l'intérieur de l'interféromètre soit de  $10\mu m$ , alors le retard temporel engendré par celui-ci est de :  $t_0 = 33fs$ ,
- le réseau comporte 600 traits par mm, alors :

$$\Lambda_0 = \frac{10^{-3}}{500} = 1.67\mu m ,$$

- enfin pour un faisceau d'étendue spatiale  $\Omega_0$  égale à 1mm, le décalage temporel engendré par le réseau sur une onde de fréquence  $n_0$  est  $T_0$  :

$$T_0 = N.t_0 = \frac{\Omega_0}{\Lambda_0}.t_0 = 1200fs \text{ (soit } d = 360\mu m \text{).}$$

Ainsi nous avons finalement :

$$\boxed{\frac{1}{n_0} \approx \frac{1}{n_a} = t_0 < \Delta t < \Delta t' < t_0 < T_0} \quad (2.39.)$$

Le comparatif entre les différentes durées intervenant dans cette étude du phénomène d'interférences est intéressant, et pourra être mis à profit lors de l'étude de la réponse spectrale du réseau dans le prochain paragraphe.

### 2.3.3.3. Fonction de transfert d'un réseau en réflexion

Par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle  $h(t)$ , donnée par la relation (2.36.), nous déterminons la fonction de transfert en amplitude du réseau en réflexion, notée  $H(n)$ .

$$\begin{aligned} H(n) &= T_n^t [h(t)] \\ \Leftrightarrow H(n) &= T_n^t \left[ G(t) \cdot \sum_{p=0}^{N-1} d(t - pt_0) \right] \\ \Leftrightarrow H(n) &= T_n^t [G(t)] \otimes T_n^t \left[ \sum_{p=0}^{N-1} d(t - pt_0) \right] \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow H(n) = \frac{\sqrt{p}}{2t_0} \cdot T_0 \cdot \exp\left\{-\left(\frac{p \cdot n \cdot T_0}{2}\right)^2\right\} \cdot \exp\{-ip \cdot n \cdot T_0\} \otimes \sum_{p=0}^{N-1} d\left(n - \frac{p}{t_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow H(n) = \frac{\sqrt{p} \cdot \Omega_0}{2\Lambda_0} \cdot \sum_{p=0}^{N-1} \left[ \exp\left\{-\left(\frac{p \cdot \left(n - \frac{p}{t_0}\right) \cdot \frac{\Omega_0}{\Lambda_0} t_0}{2}\right)^2\right\} \cdot \exp\left\{-ip \cdot \left(n - \frac{p}{t_0}\right) \cdot \frac{\Omega_0}{\Lambda_0} t_0\right\} \right] \quad (2.40.)$$

Nous déterminons ensuite la fonction de transfert en intensité, qui est par définition le module à la puissance deux de la fonction de transfert en amplitude.

$$|H(n)|^2 = \frac{p \cdot \Omega_0^2}{4 \cdot \Lambda_0^2} \cdot \sum_{p=0}^{N-1} \left[ \exp\left\{-\frac{\left(p \cdot \frac{\Omega_0}{\Lambda_0} t_0 \cdot \left(n - \frac{p}{t_0}\right)\right)^2}{2}\right\} \right] \quad (2.41.)$$

Cette relation fait clairement apparaître les différents ordres  $p$  de diffraction de la structure comme l'illustre la Figure 2.14.

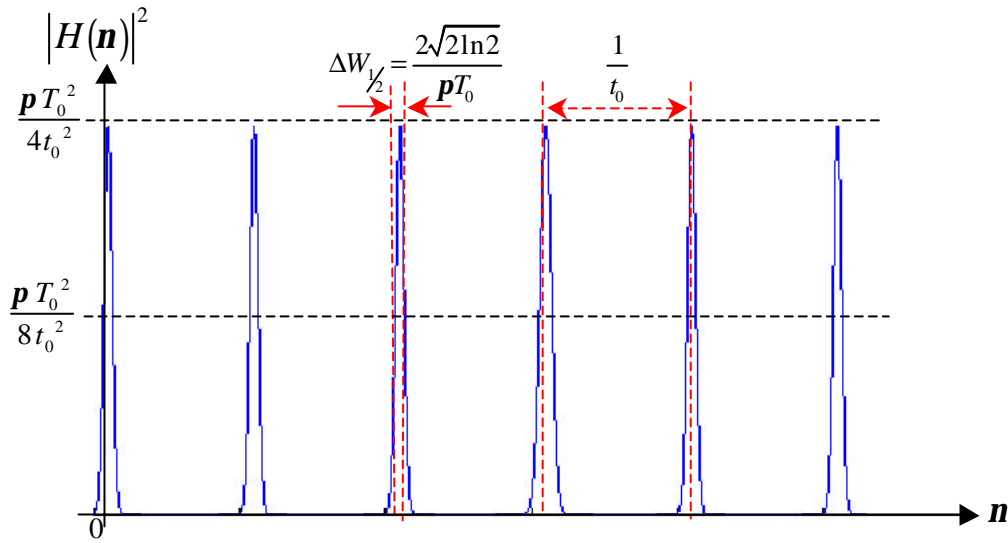


Figure 2.14 : Fonction de transfert en intensité du réseau.

*Remarque :* Du fait que,  $T_0 \gg t_0$ , les pics gaussiens de la fonction de transfert en intensité sont bien résolus.

La largeur à mi-hauteur  $\Delta W_{1/2}$ , de chaque pic de la fonction de transfert en intensité est inversement proportionnelle au retard temporel maximum  $T_0$ , engendré par les deux motifs aux extrémités du réseau. Cette largeur  $\Delta W_{1/2}$ , se calcule de telle sorte que :

$$\exp \left\{ - \frac{\left( \mathbf{p} \cdot \left( \pm \frac{\Delta W_{1/2}}{2} \right) T_0 \right)^2}{2} \right\} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta W_{1/2} = \frac{2\sqrt{2 \ln 2}}{\mathbf{p} T_0} = \frac{2\sqrt{2 \ln 2}}{N \mathbf{p}} \cdot \frac{\mathbf{n}}{p} \quad (2.42.)$$

*Remarque : Ainsi la fonction de transfert ou fonction d'appareil a une largeur variable en fonction de la fréquence, donc du point d'observation sur la caméra.*

### 2.3.3.4. Réponse spectrale du réseau en réflexion

La réponse spectrale en amplitude du réseau notée  $\Gamma_r(\mathbf{n})$ , à la sollicitation temporelle  $\mathbf{g}_{tot}(t)$ , peut s'écrire de la manière suivante :

$$\Gamma_r(\mathbf{n}) = \Gamma_{tot}(\mathbf{n}) \cdot H(\mathbf{n})$$

où :  $H(\mathbf{n})$  est la fonction de transfert du réseau en amplitude donnée par la relation (2.40.),

$\Gamma_{tot}(\mathbf{n})$ , donnée par la relation (2.31.), est la transformée de Fourier du signal temporel  $\mathbf{g}_{tot}(t)$  à l'entrée du réseau.

A partir de cette relation, nous établissons la réponse spectrale en intensité,  $I_r(\mathbf{n})$ .

$$I_r(\mathbf{n}) = |\Gamma_r(\mathbf{n})|^2 = |\Gamma_{tot}(\mathbf{n}) \cdot H(\mathbf{n})|^2 = |\Gamma_{tot}(\mathbf{n})|^2 \cdot |H(\mathbf{n})|^2 \quad (2.43.)$$

avec en reprenant les équations (2.32.) et (2.41.) :

$$\left\{ \begin{array}{l} |\Gamma_{tot}(\mathbf{n})|^2 = (K_{ref}^2 + K_{mes}^2) \cdot \frac{\mathbf{p} \mathbf{g}_0^2 \Delta t^2}{4} \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \frac{K_{ref} \cdot K_{mes}}{K_{ref}^2 + K_{mes}^2} \cdot \cos \{ 2 \mathbf{p} n t(\mathbf{n}) \} \right] \cdot \exp \left\{ - \frac{(\mathbf{p} \cdot \Delta t \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0))^2}{2} \right\} \\ |H(\mathbf{n})|^2 = \frac{\mathbf{p} \Omega_0^2}{4 \cdot \Lambda_0^2} \cdot \sum_{p=0}^{N-1} \left[ \exp \left\{ - \frac{\left( \mathbf{p} \cdot \frac{\Omega_0}{\Lambda_0} \cdot t_0 \cdot \left( \mathbf{n} - \frac{p}{t_0} \right) \right)^2}{2} \right\} \right] \end{array} \right.$$

Ces deux fonctions ont été représentées précédemment sur les *Figure 2.9* et *Figure 2.14*, et permettent d'imaginer la réponse spectrale en intensité en sortie du spectromètre.

De façon légèrement plus condensée, et pour une observation à l'ordre +1, nous obtenons :

$$I_r(\mathbf{n}) = \underbrace{c_o}_{\text{terme constant}} \cdot \underbrace{\left[ 1 + 2 \cdot \frac{K_{ref} \cdot K_{mes}}{K_{ref}^2 + K_{mes}^2} \cdot \cos\{2\mathbf{pnt}(\mathbf{n})\} \right]}_{\text{Modulation d'intensité ou terme d'interférence.}} \cdot \underbrace{\exp\left\{-\frac{(\mathbf{p} \cdot \Delta t \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0))^2}{2}\right\}}_{\text{Gaussienne proportionnelle à la densité spectrale de la source.}} \cdot \underbrace{\exp\left\{-\left(\frac{\mathbf{p} \cdot \Omega_0}{\sqrt{2} \cdot \Lambda_0} \cdot t_0 \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_a)\right)^2\right\}}_{\text{Gaussienne centrée sur la fréquence analysée correspondant à la réponse du réseau.}} \quad (2.44.)$$

$$\text{avec : } c_o = \left(K_{ref}^2 + K_{mes}^2\right) \cdot \left(\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{g}_0 \cdot \Omega_0 \cdot \Delta t}{4\Lambda_0}\right)^2$$

Dans cette expression, nous trouvons trois termes, le premier caractérise l'interféromètre de Michelson, le second fait intervenir les paramètres de la source et enfin le troisième est relatif au réseau.

La réponse fréquentielle en sortie de réseau est définie par l'expression (2.44.) Afin de finaliser cette étude théorique de notre dispositif d'interférométrie spectrale, nous analyserons dans la partie suivante de quelle façon ce signal est restitué par le système imageur.

### **2.3.4. Etude du système imageur**

#### **2.3.4.1. Descriptif**

A présent nous nous plaçons dans le cas où l'ordre de diffraction est fixé à l'ordre +1, ou -1. Le choix de l'un de ces deux ordres dépendra essentiellement de la géométrie du dispositif expérimental.

La lentille est donc placée en face de l'ordre de diffraction choisi et orientée de telle sorte que l'onde diffractée dans la direction moyenne d'angle  $\mathbf{q}'_{moy}$ , se propage selon l'axe optique de la lentille, comme nous le représentons sur la *Figure 2.14*. Nous noterons  $\mathbf{l}_p$  la longueur d'onde de celle-ci.

Tout comme dans le paragraphe précédent, nous considérons une source large spectre dont les longueurs d'onde minimale et maximale seront respectivement notées  $\mathbf{l}_{min}$  et  $\mathbf{l}_{max}$ .

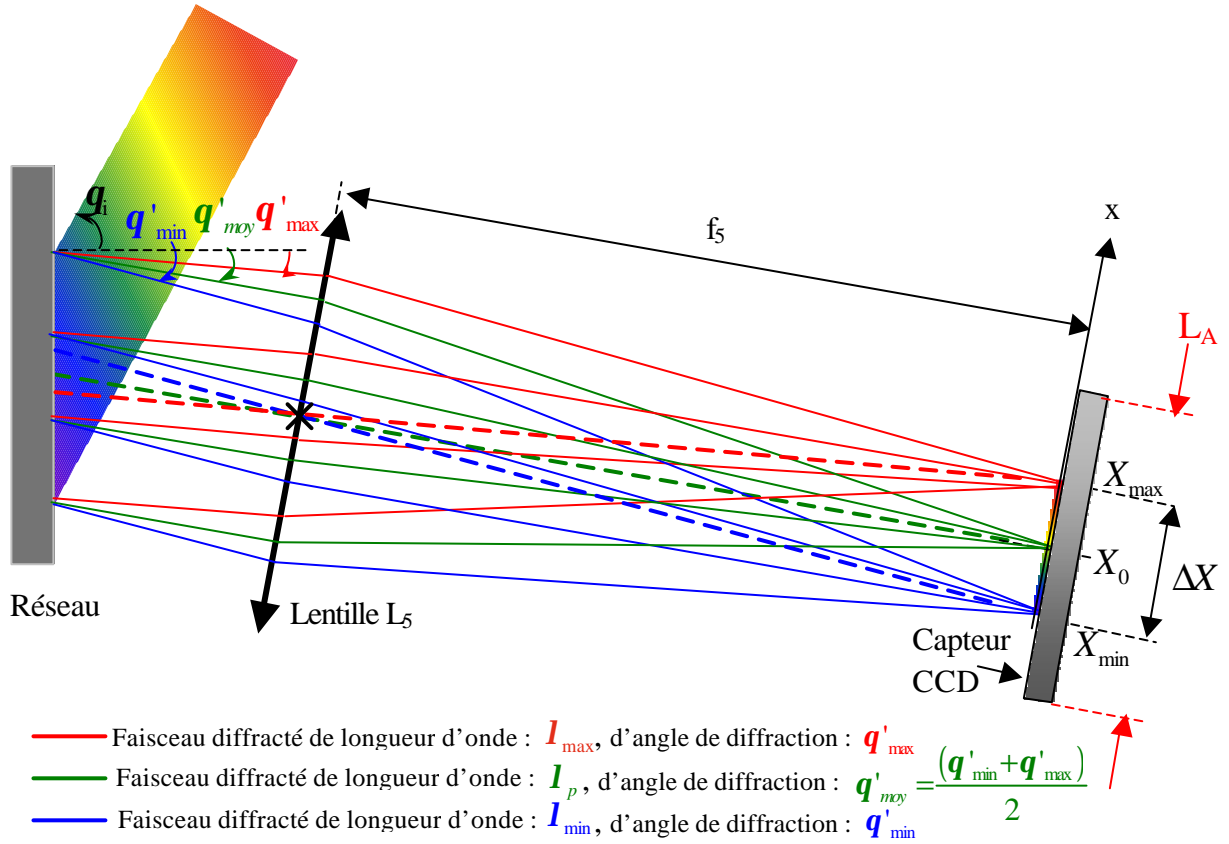


Figure 2.15 : Dispersion linéique : Reconstitution du signal à l'ordre +1.

Par construction géométrique, nous observons sur la *Figure 2.14* que les rayons diffractés de longueurs d'onde  $l_p$ ,  $l_{\min}$  et  $l_{\max}$ , vont éclairer une zone différente du capteur CCD. Ainsi, à chaque longueur d'onde  $l$ , diffractée selon un angle  $q'$ , défini par la formule des réseaux correspond une position  $x$  unique, sur le capteur CCD.

#### 2.3.4.2. Intensité recueillie sur le capteur CCD

Afin de retrouver la répartition spatiale en intensité de la loi de dispersion, en fonction de la coordonnée spatiale  $x$ , sur le capteur, nous déterminons dans un premier temps, l'expression liant  $x$ , à la coordonnée angulaire  $q'$ . Celle-ci s'obtient géométriquement à partir de la *Figure 2.14*.

$$x = f_5 \cdot \tan(q' - q'_{moy}) + X_0 \quad (2.45.)$$

où :  $f_5$  est la distance focale de la lentille  $L_5$

Avec la relation (2.35.) nous déterminons une expression entre le décalage temporel engendré par deux motifs consécutifs du réseau (dépendant de la fréquence considérée) et la position  $x$  sur le capteur.

$$t(x) = \frac{\Lambda_0}{c} \cdot \left( \sin q_i + \frac{f_5 \cdot \sin q'_{\text{moy}} + x \cdot \cos q'_{\text{moy}}}{\sqrt{x^2 + f_5^2}} \right) \quad (2.46.)$$

De plus, en appliquant la formule des réseaux, pour les longueurs d'onde  $I_{\min}$  et  $I_{\max}$ , nous obtenons l'expression générale de l'angle  $q'_{\text{moy}}$ .

$$q'_{\text{moy}} = \frac{\arcsin\left(\frac{p \cdot I_{\min}}{\Lambda_0} + \sin q_i\right) + \arcsin\left(\frac{p \cdot I_{\max}}{\Lambda_0} + \sin q_i\right)}{2} = \arcsin\left(\frac{p \cdot I_p}{\Lambda_0} + \sin q_i\right) \quad (2.47.)$$

La répartition spatiale en intensité des pics de diffraction à l'ordre +1, en fonction de la coordonnée spatiale  $x$  est obtenue à partir des relations (2.44.), (2.46.), et (2.47.) :

$$I_r(\mathbf{n}, x) = \underbrace{c_o}_{\text{terme constant}} \cdot \underbrace{\left[ 1 + 2 \cdot \frac{K_{\text{ref}} \cdot K_{\text{mes}}}{K_{\text{ref}}^2 + K_{\text{mes}}^2} \cdot \cos\{2pnt(\mathbf{n})\} \right]}_{\text{Modulation d'intensité ou terme d'interférence.}} \cdot \underbrace{\exp\left\{-\frac{(p \cdot \Delta t \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0))^2}{2}\right\}}_{\text{Gaussienne proportionnelle à la densité spectrale de la source.}} \cdot \underbrace{\exp\left\{-\left(\frac{p \cdot \Omega_0}{\sqrt{2} \cdot \Lambda_0} \cdot (\mathbf{n} \cdot t(x) - 1)\right)^2\right\}}_{\text{Gaussienne centrée sur la fréquence analysée correspondant à la réponse du réseau.}} \quad (2.48.)$$

où  $t(x)$  et  $q'_{\text{moy}}$  sont respectivement donnés par les relations (2.46.) et (2.47.).

En balayant sur toutes les fréquences, on obtient l'éclairement  $\mathbf{x}(x)$  enregistré en fonction de  $t$ , et donc de la position  $x$  sur le capteur.

$$\mathbf{x}(x) = \int_{\mathbf{R}} I_r(\mathbf{n}, x) \cdot d\mathbf{n}$$

$$\mathbf{x}(x) = c_o^2 \underset{t(x)}{S(\mathbf{n})} \otimes F(\mathbf{n})$$

avec :

$$\begin{cases} S(\mathbf{n}) = \left[ 1 + 2 \cdot \frac{K_{\text{ref}} \cdot K_{\text{mes}}}{K_{\text{ref}}^2 + K_{\text{mes}}^2} \cdot \cos\{2pnt(\mathbf{n})\} \right] \cdot \exp\left\{-\frac{(p \cdot \Delta t \cdot (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0))^2}{2}\right\} \\ F(\mathbf{n}) = \exp\left\{-\left(\frac{p \cdot \Omega_0}{\sqrt{2} \cdot \Lambda_0} \cdot (\mathbf{n} \cdot t(x) - 1)\right)^2\right\} \\ c_o = (K_{\text{ref}}^2 + K_{\text{mes}}^2) \cdot \left(\frac{p \cdot g_0 \cdot \Omega_0 \cdot \Delta t}{4\Lambda_0}\right)^2 \end{cases} \quad (2.49.)$$

Finalement le signal enregistré sur le capteur CCD, est la convolution du signal  $S(\mathbf{n})$  par la fonction de transfert en intensité du réseau  $F(\mathbf{n})$ .

*Remarque : Dans cette étude nous n'avons pas pris en considération la sensibilité spectrale du capteur CCD, ceci ne porte pas à conséquence puisque expérimentalement, les spectres cannelés sont divisés par leur fond continu.*

La modélisation complète de notre dispositif, dont il convient à présent d'établir les limitations, est achevée. Ces dernières nous permettront de choisir judicieusement les éléments de cet interféromètre spectral.

## **2.4. LIMITATIONS ET CHOIX DU SYSTEME**

---

### **2.4.1. Définitions liées aux performances du réseau**

Nous définissons tout d'abord quelques notions qui donneront accès aux limitations de notre système et permettront de choisir judicieusement chaque élément qui le compose. Ces limitations seront essentiellement dues à l'analyse du signal en sortie de l'interféromètre donc au spectromètre.

*Remarque : De la même façon que pour le paragraphe 2.3.4, l'ordre de diffraction est fixé à l'ordre  $p = 1$ .*

#### **2.4.1.1. Dispersion angulaire**

La dispersion angulaire se détermine à partir de l'écart,  $dq'$ , entre les angles que font les ondes diffractées de longueurs d'onde voisines  $I_n$ , et  $I_n + dI$ . Dans ces conditions où les longueurs d'onde sont très proches, on peut déterminer  $dq'$ , en différenciant la formule des réseaux (2.35.) par rapport à la longueur d'onde  $I$ , et en posant  $t = \frac{I}{c}$ . Nous avons alors :

$$\Lambda_0 \cdot \cos q' \cdot dq' = dI$$

$$\Leftrightarrow D_a = \frac{dq'}{dI} = \frac{1}{\Lambda_0 \cdot \cos q'} \quad (2.50.)$$

#### **2.4.1.2. Dispersion linéique**

De même, la dispersion linéique  $D_l$  se détermine à partir de l'écart  $dx$  entre les positions sur le capteur de deux ondes diffractées de longueurs d'onde voisines  $I_n$  et  $I_n + dI$ .

En différenciant la formule (2.45.), nous obtenons une relation entre l'écart angulaire  $dq'$  et l'écart spatial  $dx$  au niveau du capteur :



$$\boxed{dx = f_5 \cdot \left(1 + \tan^2(\mathbf{q}' - \mathbf{q}_{moy})\right) \cdot d\mathbf{q}'} \quad (2.51.)$$

$$\text{et: } D_l = \frac{dx}{d\mathbf{l}} = D_a \cdot f_5 \cdot \left(1 + \tan^2(\mathbf{q}' - \mathbf{q}_{moy})\right)$$

$$\boxed{\Leftrightarrow D_l = \frac{f_5}{\Lambda_0 \cdot \cos \mathbf{q}'} \cdot \left(1 + \tan^2(\mathbf{q}' - \mathbf{q}_{moy})\right)} \quad (2.52.)$$

#### 2.4.1.3. Ecart angulaire total

De façon rigoureuse, l'écart angulaire total  $\Delta \mathbf{q}'$  entre les angles que font les ondes diffractées de longueurs d'onde  $\mathbf{l}_{\min}$  et  $\mathbf{l}_{\max}$ , se détermine en appliquant la formule des réseaux pour chacune de ces longueurs d'onde. Ainsi :

$$\boxed{\Delta \mathbf{q}' = \mathbf{q}'_{\max} - \mathbf{q}'_{\min}} \quad (2.53.)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \mathbf{q}'_{\max} = \arcsin\left(\frac{\mathbf{l}_{\max}}{\Lambda_0} - \sin \mathbf{q}_i\right) \\ \mathbf{q}'_{\min} = \arcsin\left(\frac{\mathbf{l}_{\min}}{\Lambda_0} - \sin \mathbf{q}_i\right) \end{cases}$$

Les longueurs d'onde supérieure et inférieure du spectre définissent, le champ angulaire d'observation,  $\Delta \mathbf{q}'$  autour de la direction d'observation définie par l'angle  $\mathbf{q}'_{moy}$ .

#### 2.4.1.4. Ecart spatial total

Sur la *Figure 2.14*, nous avons représenté la zone active du capteur CCD de largeur  $L_A$ . Dans la meilleure configuration du système imageur, cette zone active  $L_A$  est égale à l'étendue spatiale  $\Delta X$  du signal recueilli sur ce capteur. Ainsi :

$$\begin{cases} \tan(\mathbf{q}'_{\max} - \mathbf{q}'_{moy}) = \tan\left(\frac{\mathbf{q}'_{\max} - \mathbf{q}'_{\min}}{2}\right) = \frac{X_{\max} - X_0}{f_5} \\ \tan(\mathbf{q}'_{moy} - \mathbf{q}'_{\min}) = \tan\left(\frac{\mathbf{q}'_{\max} - \mathbf{q}'_{\min}}{2}\right) = \frac{X_0 - X_{\min}}{f_5} \end{cases}$$

avec :  $X_{\max}$ , position sur le capteur, du signal de longueur d'onde  $\mathbf{l}_{\max}$ .

$X_{\min}$ , position sur le capteur, du signal de longueur d'onde  $\mathbf{l}_{\min}$ .

$X_0$ , position sur le capteur, du signal de longueur d'onde  $\mathbf{l}_p$ .

$$\boxed{\Leftrightarrow \Delta X = X_{\max} - X_{\min} = 2 \cdot f_5 \cdot \tan\left(\frac{\Delta \mathbf{q}'}{2}\right)} \quad (2.54.)$$

#### 2.4.1.5. Largeur à mi-hauteur d'un pic de diffraction

La fonction de transfert en intensité représentée sur la *Figure 2.14*, présente des pics de diffraction dont la largeur à mi-hauteur varie avec la longueur d'onde. L'expression de cette largeur est donnée par l'expression (2.42.). Nous définissons donc la largeur à mi-hauteur des pics de diffraction dans l'espace du capteur CCD. Pour ce faire, nous utilisons la formule (2.50.) exprimée par rapport à la variable  $d\mathbf{n}$ , nous obtenons :

$$\cos \mathbf{q}' . d\mathbf{q}' = -\frac{c}{\Lambda_0 \mathbf{n}^2} d\mathbf{n}$$

La relation (2.42.) nous donne l'étalement spectral correspondant à la largeur à mi-hauteur d'un pic de diffraction :

$$\Delta W_{1/2} = \frac{2\sqrt{2\ln 2}}{N \cdot \mathbf{p}} \mathbf{n}$$

Cet étalement spectral est très faible, et de ce fait on peut l'identifier au terme  $d\mathbf{n}$  de l'expression précédente. Dans cette expression, nous noterons  $\Delta \mathbf{q}'_{1/2}$ , l'étalement angulaire correspondant à l'étalement spectral  $\Delta W_{1/2}$ , ainsi :

$$\Delta \mathbf{q}'_{1/2} = \frac{2\sqrt{2\ln 2} \cdot \mathbf{l}}{\mathbf{p} \cdot \Omega_0 \cdot \cos \mathbf{q}'}$$

Et enfin, l'équation (2.51.) valable dans le cas présent, puisque nous considérons une variation très faible de l'angle de diffraction, nous donne :

$$\Rightarrow \Delta X_{1/2} = \frac{2\sqrt{2\ln 2} \cdot f_5 \cdot \left(1 + \tan^2(\mathbf{q}' - \mathbf{q}_{moy})\right) \cdot \mathbf{l}}{\mathbf{p} \cdot \Omega_0 \cdot \cos \mathbf{q}'} \quad (2.55.)$$

où :  $\Delta X_{1/2}$  est la largeur à mi-hauteur du pic de diffraction de l'onde monochromatique de longueur d'onde  $\mathbf{l}$  dans le plan du capteur et  $f_5$  est la distance focale de la lentille.

*Remarque 1 :  $\Delta X_{1/2}$ , varie linéairement en fonction de la longueur d'onde.*

*Remarque 2 : Par définition,  $\Delta \mathbf{q}'_{1/2}$  et  $\Delta X_{1/2}$  sont toujours positifs. Dans toute la suite de ce document, la notation  $\Delta$  fera référence à des écarts, prenant ainsi toujours des valeurs positives.*

## 2.4.2. Performances instrumentales du spectromètre

### 2.4.2.1. Pouvoir de résolution du réseau

La résolvançe, ou pouvoir de résolution  $P.R.$  est définie à partir de la résolution spectrale  $dl_0$  qui représente le plus petit écart en longueur d'onde détectable par le spectromètre.

$$P.R = \frac{I_0}{dl_0} \quad (2.56.)$$

Si nous considérons que la fente d'entrée ainsi que les lentilles n'engendrent pas de pertes de résolution, et que le capteur est suffisamment performant pour ne pas limiter la résolution du spectromètre, alors la résolution spectrale  $dl_0$ , du système spectrométrique, est directement liée à la finesse des pics de diffraction et donc aux propriétés du réseau. Selon le critère de Rayleigh, le plus petit écart en longueur d'onde  $dl_0$ , que le spectromètre discrimine, correspond à la largeur à mi-hauteur d'un pic de diffraction dans le plan du capteur CCD. Ainsi :

$$dl_0 = \frac{\Delta X_{1/2}}{D_l}$$

où :  $D_l$  est la dispersion linéique du spectromètre, définie par l'expression (2.52.),  
et  $\Delta X_{1/2}$  est la largeur à mi-hauteur du pic de diffraction (cf. expression (2.55.)).

D'où, d'après les relations (2. 52.), et (2.55.) :

$$\Leftrightarrow dl_0 = \left| \frac{2 \cdot \sqrt{2 \ln 2} \cdot I_0 \cdot f_5}{p \cdot \Omega_0 \cdot \cos q'} \cdot \frac{\Lambda_0 \cdot \cos q'}{f_5} \right|$$

Par conséquent, la résolution spectrale du réseau est donc :

$$dl_0 = \frac{2 \cdot \sqrt{2 \ln 2} \cdot I_0 \cdot \Lambda_0}{p \cdot \Omega_0} = \frac{2 \cdot \sqrt{2 \ln 2}}{p} \cdot \frac{I_0}{N} \quad (2.57.)$$

Expression dans laquelle,  $N$  est le nombre total de traits du réseau éclairés par la source.

En reprenant la définition du pouvoir de résolution donnée par l'expression (2.56.), nous obtenons :

$$P.R = \frac{Np}{2 \cdot \sqrt{2 \ln 2}} = \frac{p \cdot \Omega_0}{2 \cdot \sqrt{2 \ln 2} \cdot \Lambda_0} \text{ à l'ordre } +1 \quad (2.58.)$$

Par conséquent si on désigne par :

- $\Delta X_{12}$ , l'écart entre deux pics de diffraction dans le plan du capteur, correspondant à deux ondes monochromatiques de longueur d'onde  $\lambda_n$  et  $\lambda_{n+1}$ ,
- $\Delta X_{1/2}$ , la largeur à mi-hauteur du pic de diffraction de l'onde monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_n$ ,

alors :

$$\begin{cases} \text{Si } \Delta X_{12} < \Delta X_{1/2} \text{ la discrimination, par le spectromètre, des longueurs d'onde } \lambda_n \text{ et } \lambda_{n+1} \text{ est impossible.} \\ \text{Si } \Delta X_{12} = \Delta X_{1/2} \text{ cas correspondant à la limite de résolution du spectromètre.} \\ \text{Si } \Delta X_{12} > \Delta X_{1/2} \text{ cas le plus favorable pour la détection.} \end{cases}$$

L'étude paramétrique du pouvoir de résolution est présentée dans l'*annexe I*.

#### 2.4.2.2. Limitations géométriques du système spectrométrique

Intéressons nous à présent aux limitations géométriques de notre spectromètre.

Le spectromètre est composé de plusieurs sous ensembles:

- une fente d'entrée,
- un réseau,
- un système optique composé d'une lentille collimatrice  $L_4$  et d'une lentille  $L_5$ ,
- et un capteur.

Chaque élément doit posséder certaines propriétés afin que le signal soit fidèlement restitué par le système.

Un schéma complet du spectromètre est réalisé sur la *Figure 2.16*. Celui-ci fonctionne à l'ordre d'observation +1, dans les conditions suivantes :

- la source émet dans une direction d'incidence rasante, pour  $\theta_i \simeq -\frac{\pi}{2}$ ,
- le réseau est de 600 traits/mm.

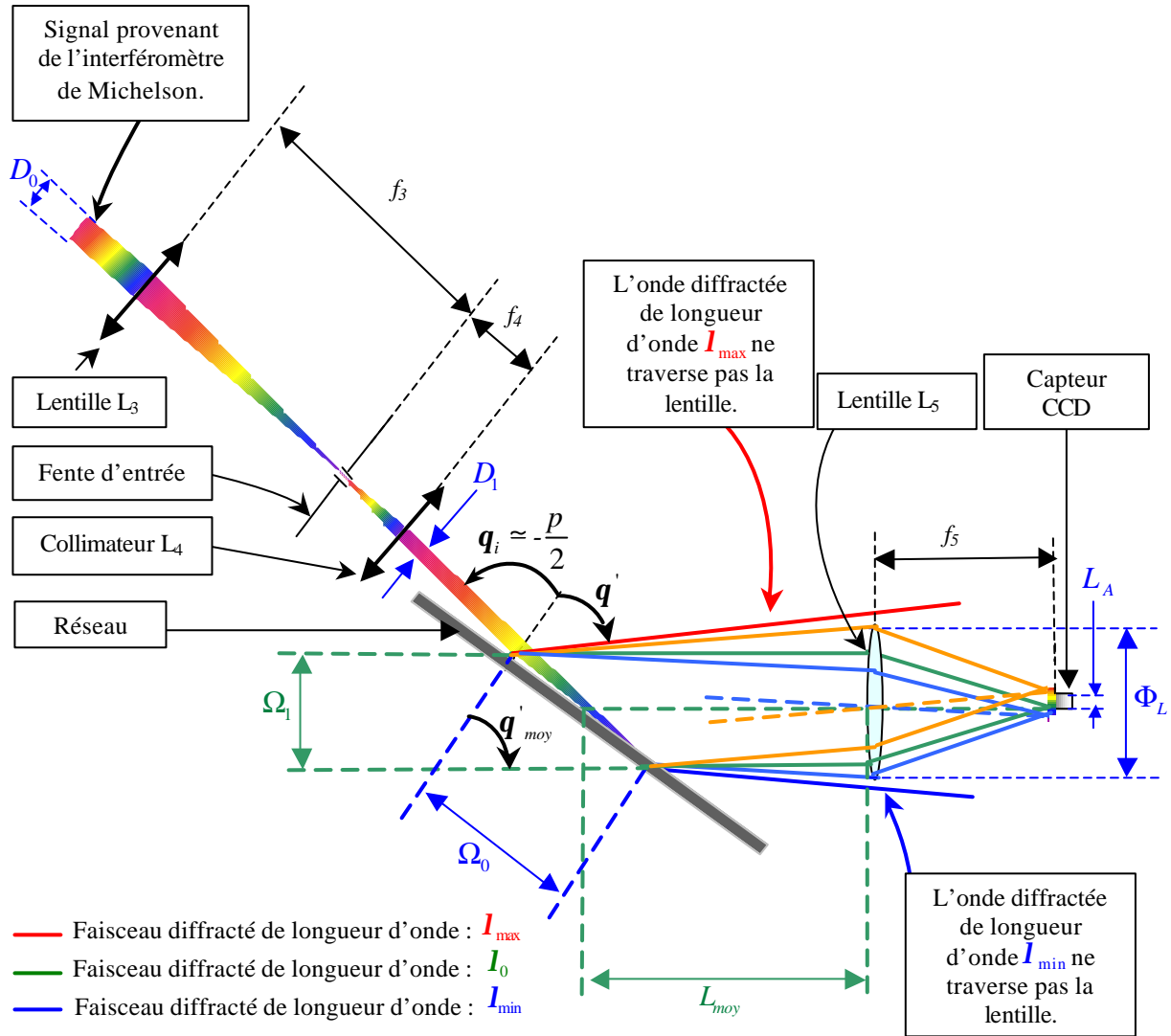


Figure 2.16 : Problème de vignettage.

Outre le réseau, les autres éléments du système spectroscopique sont limitatifs si le spectromètre est mal conçu. Sur la Figure 2.16, le diamètre  $\Phi_L$  de la lentille  $L_5$ , et la largeur de la surface active du capteur CCD  $L_A$ , ne sont pas adaptés.

Pour éviter le problème de vignettage, qui advient lorsqu'une partie du spectre ne traverse pas la lentille  $L_5$ , il faut rapprocher le plus possible celle-ci du réseau. Si cela ne suffit pas, il faut utiliser une lentille de plus grand champ de façon à ce que son diamètre utile soit suffisant pour collecter tout le spectre de la source.

### Diamètre minimum de la lentille $L_5$

Calculons le diamètre  $\Phi_L$ , minimum que doit avoir la lentille  $L_5$  pour éviter ce problème. Ce diamètre correspond à la largeur du faisceau dans le plan de la lentille  $L_5$ .

La condition nécessaire à laquelle doit satisfaire le diamètre de la lentille est la suivante :

$$\Phi_L > \Omega_1 + L_{moy} \cdot \tan(q'_{max} - q'_{moy}) + L_{moy} \cdot \tan(q'_{moy} - q'_{min})$$

Avec :  $L_{moy}$  la distance moyenne parcourue par l'onde diffractée de longueur d'onde moyenne, entre le réseau et la lentille (*Figure 2.16*), et  $\Omega_1$  le diamètre apparent du faisceau vu suivant l'axe de la lentille  $L_5$ .

D'où en reprenant les équations (2.54.) :

$$\Leftrightarrow \Phi_L > \Omega_1 + L_{moy} \cdot \frac{\Delta X}{f_5} = \Omega_0 \cdot \cos q'_{moy} + L_{moy} \cdot \frac{\Delta X}{f_5}$$

$$\Leftrightarrow \Phi_L > \frac{f_4}{f_3} \cdot \frac{\cos q'_{moy}}{\cos q_i} \cdot D_0 + L_{moy} \cdot \frac{\Delta X}{f_5} \quad (2.59.)$$

Avec : -  $D_0$ , le diamètre du faisceau à l'entrée de la lentille  $L_3$  de distance focale  $f_3$ ,  
 -  $D_1$ , le diamètre du faisceau en sortie de la lentille  $L_4$  de distance focale  $f_4$ ,  
 -  $\Omega_0$ , le diamètre du faisceau dans le plan d'incidence du réseau.

Le problème est donc d'autant plus critique que la lentille est éloignée du réseau (distance  $L_{moy}$ ).

### ***Largeur active de la caméra CCD***

Considérons que le système soit conçu de manière à ce que toutes les longueurs d'onde présentent dans la bande spectrale de la source soient collectées par la lentille. Nous examinons les propriétés dimensionnelles que doit avoir le capteur CCD pour recueillir toute l'information. Pour cela, reprenons les notations de la *Figure 2.14* de façon à optimiser la résolution spectrale du système de détection. La largeur active  $L_A$ , du capteur doit avoir la même dimension que l'étalement total, noté  $\Delta X$ , des ondes diffractées dans le plan de la surface sensible du capteur. Ainsi :

$$\boxed{L_A = \Delta X} \quad (2.60.)$$

avec, selon l'équation (2.54.) :

$$\Delta X = 2 \cdot f_5 \cdot \tan\left(\frac{\Delta q'}{2}\right) \quad \Delta q' = q'_{max} - q'_{min} \text{ et : } \begin{cases} q'_{max} = \arcsin\left(\frac{l_{max}}{\Lambda_0} + \sin q_i\right) \\ q'_{min} = \arcsin\left(\frac{l_{min}}{\Lambda_0} + \sin q_i\right) \end{cases}$$

*Exemple : Avec un réseau classiquement utilisé dans le domaine du visible, ayant une périodicité inférieure à 600 traits par millimètre ( $\Lambda_0 \simeq 1.67 \mu m$ ), et éclairé sous incidence rasante,  $q_i \simeq -\frac{p}{2}$ . Alors :*

$$\begin{cases} q'_{\max} \simeq -32 \text{ deg} \\ q'_{\min} \simeq -47 \text{ deg} \end{cases} \quad \Rightarrow L_a = \Delta X \simeq \frac{f_5}{4}$$

On remarque, que dans ces conditions, la dispersion angulaire est suffisamment faible pour pouvoir appliquer la relation  $\Delta X = f_5 \Delta q'$ .

De plus, en diminuant l'angle d'incidence  $q_i$ , nous diminuons également la dispersion angulaire  $\Delta q'$ , ainsi que l'étalement total  $\Delta X$ , dans le plan de la surface sensible du capteur, mais cela au détriment du pouvoir de résolution du spectromètre. Ceci donne accès à l'angle d'incidence qui optimise la détection du signal au niveau du capteur CCD.

#### 2.4.2.3. Perte de résolution induite par le système fente d'entrée – collimateur

En réalité, la fente d'entrée, les lentilles ainsi que le capteur CCD influent également sur la résolution du système spectrométrique. C'est ce que nous étudions dans ce paragraphe.

Le spectromètre fait l'image de la fente d'entrée sur le capteur CCD. De ce fait, la résolution spectrale du spectromètre devrait dépendre de la largeur  $d$ , de la fente d'entrée.

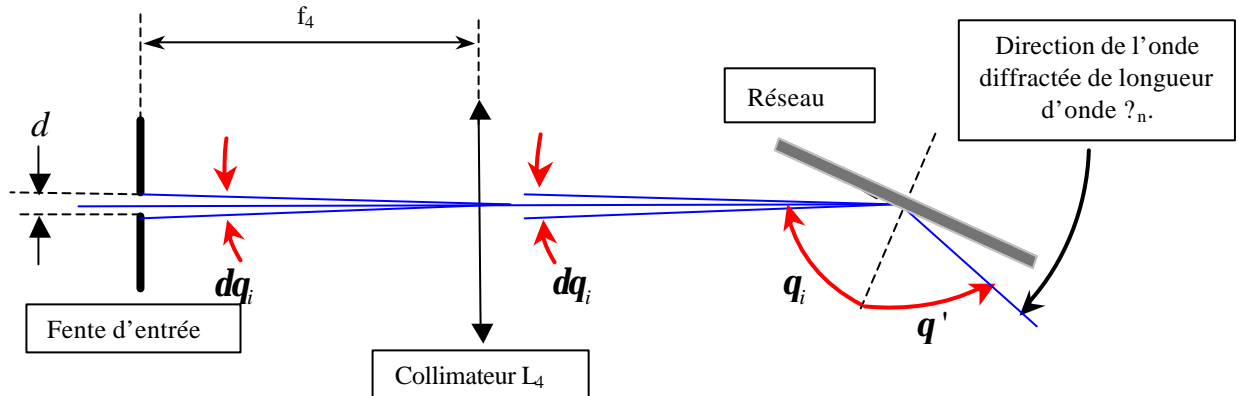


Figure 2.17 : Incidence des rayons issus de la fente.

Si nous considérons la Figure 2.17, les rayons issus des extrémités de la fente forment un angle  $dq_i$ , qui définit à l'entrée du réseau un secteur angulaire autour de la direction de propagation du faisceau.

Ce secteur d'angle  $dq_i$  entraîne dans la direction  $q'$  d'observation, une variation  $dl_1$  autour de la longueur d'onde  $\lambda_n$  diffractée dans cette direction, et ceci, quel que soit l'ordre  $p$  de diffraction. L'angle  $dq_i$  se détermine géométriquement :

$$dq_i = 2 \cdot \arctan\left(\frac{d}{2 \cdot f_4}\right)$$

La largeur de la fente étant très faible devant la distance focale du collimateur, nous considérons que :

$$\boxed{dq_i = \frac{d}{f_4}} \quad (2.61.)$$

Or si nous reprenons la formule des réseaux (2.35.), nous déterminons la variation de la longueur d'onde en fonction de celle de l'angle d'incidence, en différenciant cette expression par rapport à la variable  $q_i$ . Ceci est possible car on considère de très faibles variations d'angle d'incidence.

$$\Lambda_0 \cdot (\sin q' + \sin q_i) = l \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dl}{dq_i} = \Lambda_0 \cos q_i$$

Finalement nous avons :

$$dl_1 = \Lambda_0 \cdot \cos q_i \cdot dq_i$$

Ce qui donne en reprenant l'expression (2.61.) une résolution spectrale  $dl_1$ , induite par le système fente d'entrée – collimateur :

$$\boxed{dl_1 = 2 \cdot \Lambda_0 \cdot \cos q_i \cdot \frac{d}{f_4}} \quad (2.62.)$$

*Remarque : Cette expression est indépendante de la longueur d'onde. Ainsi, dans le cas d'une source large spectre, telle que  $l \in [l_{\min}; l_{\max}]$ , nous aurons, quelle que soit la longueur d'onde considérée, une résolution spectrale induite par ce système égale à  $dl_1$ . Ceci signifie que la résolution globale du spectromètre notée  $dl$  va être altérée de façon plus ou moins importante en fonction de la largeur de la fente d'entrée.*

#### 2.4.2.4. Résolution du capteur

Le capteur CCD a une certaine résolution spatiale, liée à la dimension de ses pixels. Ainsi, si nous notons  $x_p$ , la largeur d'un pixel du capteur CCD, celle-ci correspond à la dimension du plus petit détail que peut résoudre le capteur CCD.

Nous pouvons donc en déduire la résolution spectrale,  $dl_2$ , du capteur CCD, en reprenant la définition de la dispersion linéique  $D_l$  donnée par la relation (2.52.).

$$\boxed{dl_2 = \frac{2 \cdot x_p \cdot \Lambda_0 \cdot \cos q'}{f_5}} \quad (2.63.)$$

*De la même manière que précédemment, ceci signifie que la résolution spectrale du système spectrométrique  $dl$ , sera limitée par la résolution du capteur, et ne pourra donc pas être inférieure à celle-ci.*



### 2.4.2.5. Résolution spectrale globale du spectromètre

En définitive, la résolution globale  $dl$  du spectromètre, est la plus grande valeur entre la dégradation du signal optique,  $dl_0 + dl_1$ , et la limite de détection du capteur  $dl_2$ .

Finalement, il vaut mieux choisir les éléments optiques du spectromètre de telle sorte que pour un capteur donné, nous ayons :

$$dl_0 + dl_1 \leq dl_2$$

Ainsi, les relations (2.57.), (2.62.) et (2.63.) nous donnent :

$$\Leftrightarrow \Lambda_0 \cdot \cos q_i \cdot \frac{d}{f_4} + \frac{I \cdot \Lambda_0}{\Omega_0} \leq \frac{x_p \cdot \Lambda_0}{f_5} \cdot \cos q' \quad \forall I \in [I_{\min}; I_{\max}]$$

$$\boxed{\Leftrightarrow \frac{d}{f_4} \cdot \cos q_i + \frac{I}{\Omega_0} \leq \frac{x_p}{f_5} \cdot \cos q' \quad \forall I \in [I_{\min}; I_{\max}]}$$
(2.64.)

De façon générale, si cette condition est vraie pour  $I = I_{\max}$ , alors elle est vraie quelle que soit la longueur d'onde appartenant au spectre d'émission de la source. De plus, de façon à ne pas choisir un capteur inutilement trop performant, et afin de réduire au maximum le coût du dispositif, nous nous plaçons dans le cas le plus favorable, où nous utilisons de façon optimale les propriétés du capteur, c'est-à-dire lorsque :  $dl_0 + dl_1 = dl_2$ .

Cette observation étant faite, nous trouvons une condition, pour optimiser les propriétés du capteur et limiter au mieux les pertes de résolution lors du passage du signal à travers les différents éléments du spectromètre. Cette condition est écrite en (2.65.).

$$\boxed{\Leftrightarrow \frac{\cos q_i}{f_4} \cdot \left( d + \frac{I_{\max} \cdot f_3}{D_0} \right) = \frac{x_p}{f_5} \cdot \cos q'_{\max}}$$
(2.65.)

Où :  $d$  est la largeur de la fente d'entrée,

$D_0$  est l'étendue spatiale du faisceau en sortie de l'interféromètre,

$f_3$  est la distance focale de la lentille  $L_3$ ,

$f_4$  est la distance focale du collimateur  $L_4$ ,

$f_5$  est la distance focale de la lentille  $L_5$ ,

et  $x_p$  est la largeur d'un pixel du capteur CCD.

*Remarque : Les conditions courantes d'emploi des spectromètres imposent souvent d'utiliser, pour avoir une bonne luminosité, une largeur de fente source telle que c'est elle qui limite le pouvoir de résolution de l'instrument.*

### 2.4.3. Étude et choix des éléments du dispositif

Les notions inhérentes aux performances du système étant bien définies, nous l'étudions. Ce paragraphe détermine les différents éléments qui permettront d'utiliser au mieux les propriétés du réseau et de la caméra du dispositif.

#### 2.4.3.1. Étude de la source

Deux sources sont disponibles : une source de lumière halogène et un supercontinuum de lumière blanche. Nous nous intéresserons à leurs émissions dans le visible soit :  $I_{\min} = 400nm$  et  $I_{\max} = 700nm$ .

La seule condition concernant la source, est la suivante :  $n_{\min} > \Delta n$ .

Cette condition assure l'absence de recouvrement d'ordres.

#### 2.4.3.2. Étude du spectromètre

De façon à ce que la caméra collecte la totalité du signal sur tout le spectre d'émission de la source, nous avons, d'après les relations (2.54.) et (2.60.):

$$L_a = \Delta X = 2 \cdot f_5 \cdot \tan\left(\frac{\Delta q'}{2}\right)$$

$$\text{avec } \Delta q' = q'_{\max} - q'_{\min} \quad \text{et} \quad \begin{cases} q'_{\max} = \arcsin\left(\frac{I_{\max}}{\Lambda_0} - \sin q_i\right) \\ q'_{\min} = \arcsin\left(\frac{I_{\min}}{\Lambda_0} - \sin q_i\right) \end{cases}$$

Le capteur utilisé (CCD, PULNIX TM-9701,  $L_a = 8.9mm$ ,  $x_p = 11.6\mu m$ ) et le réseau à 600 traits par millimètre ( $\Lambda_0 = 1,67\mu m$ ), déterminent la distance focale  $f_5$  de la lentille, ainsi que l'angle d'incidence  $q_i$ , qui optimisent la zone sensible de la caméra, tout en ayant un pouvoir de résolution convenable. Nous obtenons la fonction  $f_5(q_i)$  suivante :

$$f_5(q_i) = \frac{L_a}{2} \cdot \cotan\left(\frac{\arcsin\left(\frac{I_{\max}}{\Lambda_0} - \sin q_i\right) - \arcsin\left(\frac{I_{\min}}{\Lambda_0} - \sin q_i\right)}{2}\right)$$

$$f_5(q_i) = 4,45 \cdot \cotan\left(\frac{\arcsin(0,42 - \sin q_i) - \arcsin(0,24 - \sin q_i)}{2}\right) \quad (2.66.)$$

Nous étudions la fonction,  $f_5(q_i)$ , donnée par l'équation (2.66.), sur l'intervalle :  $q_i \in \left[0 ; +\frac{p}{2}\right]$  (Figure 2.18).

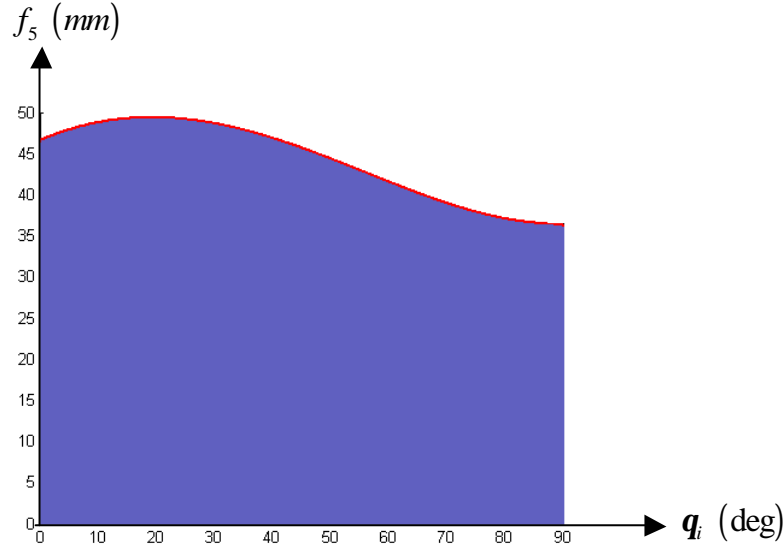


Figure 2.18 : Distance focale de la lentille en fonction de l'angle d'incidence.

La Figure 2.18 permet d'envisager plusieurs cas :

- cas n°1 : la courbe rouge correspond à la relation (2.66.) et lorsque les couples de points  $(f_5, q_i)$  appartiennent à cette courbe, alors le signal interférométrique d'étendue spectrale  $[400nm; 700nm]$  recouvre exactement la surface sensible du capteur,
- cas n°2 : pour les couples de points  $(f_5, q_i)$  appartenant à la zone bleue, le signal ne recouvre qu'une partie de la surface sensible du CCD,
- cas n°3 : pour les couples de points n'appartenant ni à la courbe rouge, ni à la zone bleue, nous n'observons qu'une partie du spectre du signal issu de l'interféromètre.

Afin de choisir  $f_5$  et  $q_i$ , nous tenons compte du pouvoir de résolution du système spectrométrique.

La résolution spectrale de notre dispositif  $dl$ , sera limitée par la résolution du capteur  $dl_2$ , et ne pourra donc pas être inférieure à celle-ci. Analysons donc celle-ci.

$$dl_2 = \frac{x_p \cdot \Lambda_0 \cdot \cos q'}{f_5}$$

Appliquons cette formule à  $q'_{\max}$  et  $q'_{\min}$  correspondant à  $I = I_{\max}$  et pour  $I = I_{\min}$  :

$$dl_2 \Big|_{I=I_{\max}} = \frac{x_p \cdot \Lambda_0 \cdot \cos(\arcsin(0.42 - \sin q_i))}{f_5}$$

$$dl_2|_{l=l_{\min}} = \frac{x_p \cdot \Lambda_0 \cdot \cos(\arcsin(0.24 - \sin q_i))}{f_5}$$

*Remarque : Avec la relation que nous venons d'établir, il semble évident, que plus la distance focale de la lentille est grande, plus on pourra avoir en entrée de réseau un faisceau d'étendue spatiale importante sans occasionner de perte de résolution due à la dimension des pixels. Ainsi en augmentant la distance focale de la lentille, nous augmentons également le pouvoir de résolution du système. Cependant nous perdons une partie de la bande spectrale du signal interférométrique si nous nous plaçons dans le cas n°3 de la Figure 2.18.*

Un compromis entre la résolution spectrale et l'étendue spectrale analysée doit être effectué à ce niveau de notre étude. De façon à ne pas trop tronquer le spectre tout en améliorant le pouvoir de résolution, nous choisissons une lentille de focale  $f_5 = 50\text{mm}$ . Nous représentons sur la figure ci-dessous la résolution spectrale du dispositif en fonction de l'angle d'incidence, pour les deux longueurs d'ondes  $l_{\min}$  et  $l_{\max}$ .

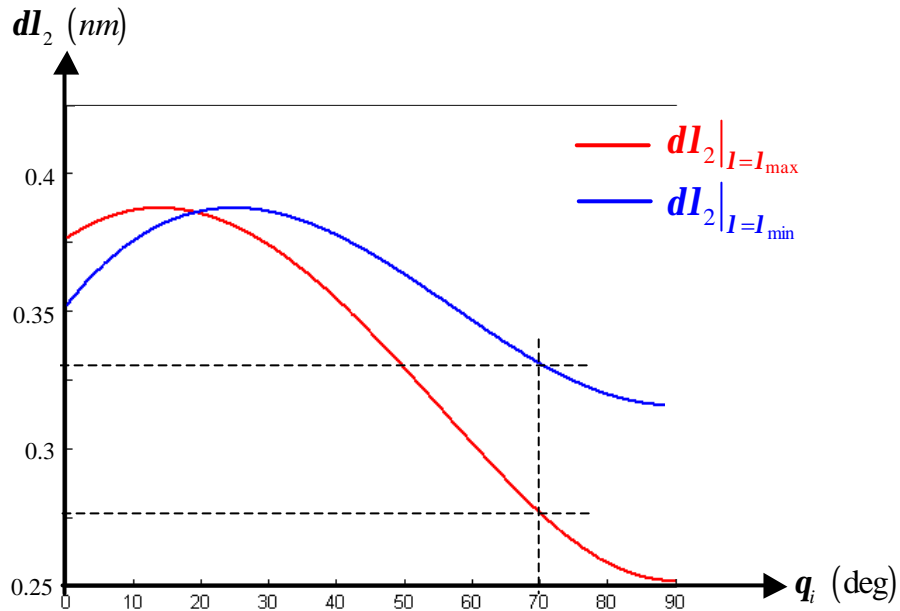


Figure 2.19 : Résolution spectrale du capteur pour les deux longueurs d'onde  $l_{\min}$  et  $l_{\max}$ .

Nous remarquons que la résolution spectrale est minimale pour un angle d'incidence de  $+90^\circ$ . Or, l'expérience nous montre que pour des angles proches de  $+90^\circ$ , la perte de luminosité est trop importante. De façon à obtenir un signal suffisamment intense, nous disposons le réseau avec un angle d'incidence de  $+70^\circ$ . Dans cette configuration, notre spectromètre est capable de discriminer deux longueurs d'ondes séparées d'environ 0.6nm (la résolution spectrale varie en fonction de la longueur d'onde étudiée).

De plus la Figure 2.18 montre qu'avec une lentille de focale 50mm, une partie de la bande spectrale dans le visible est tronquée. Ainsi la caméra CCD recueille un signal interférométrique dont il faut déterminer la bande spectrale. D'après la relation (2.54.) :

$$\Delta q' = 2 \cdot \arctan\left(\frac{L_a}{2 \cdot f_5}\right) \text{ et : } \begin{cases} q'_{\max} = \arcsin\left(\frac{I_{\max}}{\Lambda_0} - \sin q_i\right) \\ q'_{\min} = \arcsin\left(\frac{I_{\min}}{\Lambda_0} - \sin q_i\right) \end{cases}$$

Ainsi :

$$\Rightarrow \Delta I = \Lambda_0 \cdot \left\{ \sin\left(2 \cdot \arctan\left(\frac{L_a}{2 \cdot f_5}\right) + \arcsin\left(\frac{I_{\min}}{\Lambda_0} - \sin q_i\right)\right) + \sin q_i \right\} - I_{\min} \quad (2.67.)$$

Les deux inconnues de cette équation sont  $\Delta I$  et  $I_{\min}$ . Si nous fixons  $I_{\min}$ , nous déterminons  $\Delta I$  (Figure 2.20).

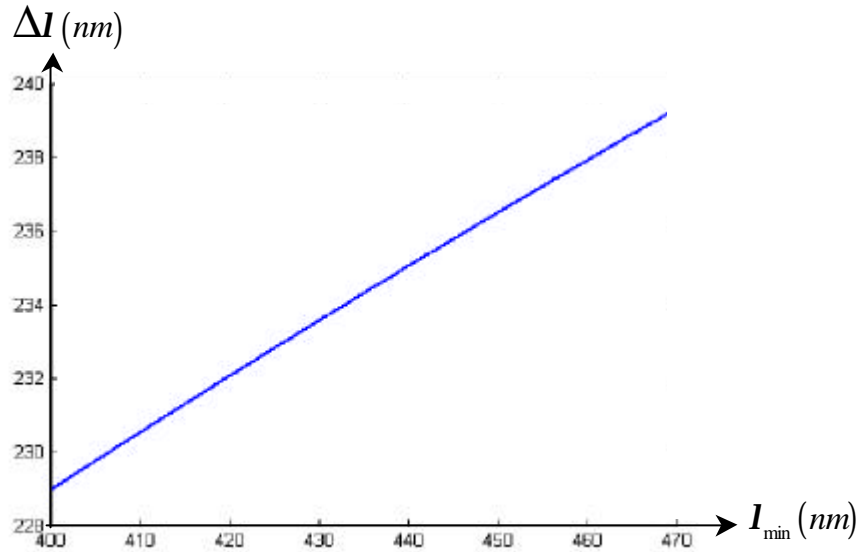


Figure 2.20 : Bande spectrale analysée en fonction de la longueur d'onde minimale recueillie sur la caméra.

L'expérimentateur peut aisément sélectionner la longueur d'onde minimale de son choix en orientant judicieusement la caméra CCD. De ce fait, il vaut mieux choisir d'analyser le signal à partir d'une longueur d'onde minimum un peu plus élevée, de façon à observer une plus large étendue du spectre. La largeur de la bande spectrale analysée ne varie cependant pas de façon spectaculaire, et l'on peut raisonnablement considérer que celle-ci est d'environ 235nm. Cette bande spectrale est suffisante pour les mesures envisagées, cependant il est intéressant de savoir qu'elle peut être augmentée, au détriment de la résolution du dispositif, simplement en diminuant la focale de la lentille.

De façon à optimiser, en fonction de la taille de notre capteur, les éléments du spectromètre, la condition de l'équation (2.65.) doit être satisfaite. Ceci nous donne accès à la distance focale  $f_4$  du collimateur et la largeur  $d$  de la fente d'entrée. L'équation (2.65.) impose donc :

$$\frac{\cos q_i}{f_4} \cdot \left( d + \frac{I_{\max} \cdot f_3}{D_0} \right) = \frac{x_p}{f_5} \cdot \cos q'_{\max}$$

$$f_4(d) = \frac{f_5 \cdot \cos \mathbf{q}_i}{x_p \cdot \cos \mathbf{q}'_{\max}} \cdot \left( d + \frac{I_{\max} \cdot f_3}{D_0} \right) \quad (2.68.)$$

Il faut également tenir compte du fait que ce dispositif est dédié à l'étude d'éléments optiques de grande taille. Par conséquent nous utilisons des lentilles de grands diamètres et à fortiori de grandes focales. Ainsi nous choisissons une lentille  $L_3$  en sortie d'interféromètre de focale  $f_3 = 300mm$ . La largeur du faisceau en sortie d'interféromètre est de :  $D_0 = 2mm$ .

En traçant la fonction  $f_4(d)$ , pour une largeur de fente d'entrée variant jusqu'à  $200\mu m$ , le choix d'une lentille collimatrice adaptée à notre dispositif est possible.

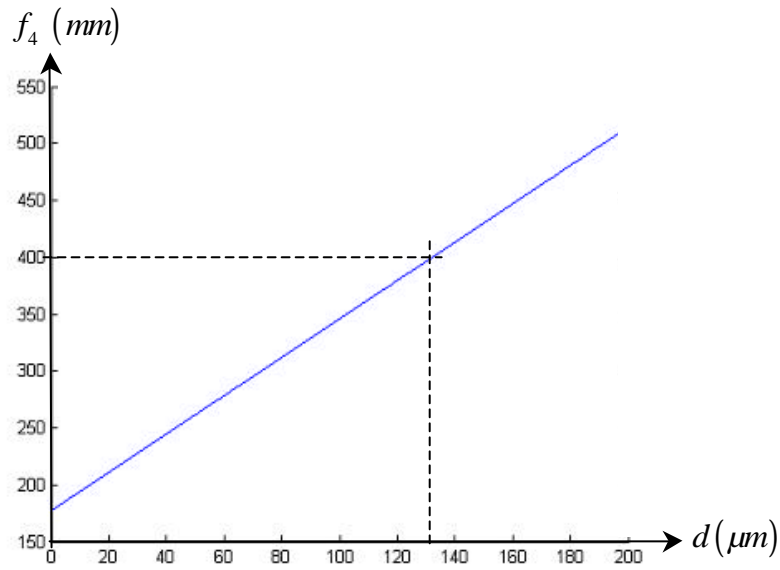


Figure 2.21 : Distance focale du collimateur en fonction de la largeur de la fente.

Avec cette figure, plusieurs solutions s'offrent à nous. En utilisant un collimateur de focale 400mm et une fente de largeur  $130\mu m$ , notre dispositif ne limite pas la résolution du capteur.

Pour vérification, le diamètre minimum de la lentille  $L_5$  est calculé en utilisant la relation (2.62.) :

$$\Phi_{L_{\min}} = \frac{f_4}{f_3} \cdot \frac{\cos \mathbf{q}'_0}{\cos \mathbf{q}_i} \cdot D_0 + L_{\text{moy}} \cdot \frac{\Delta X}{f_5}$$

La distance moyenne entre le réseau et la lentille étant, pour des raisons d'encombrement, limitée à  $50mm$ , le diamètre minimum de la lentille est :  $\Phi_{L_{\min}} = 15mm$ , ce qui semble physiquement convenable.

Les éléments du spectromètre sont à présent déterminés. Nous achevons cette étude en vérifiant les performances du système interférométrique.

### 2.4.3.3. Étude de l'interféromètre de Michelson

L'écart temporel maximum  $t_{\max}$  induit par le déséquilibre de l'interféromètre, tel que toutes les franges du spectre cannelé puissent être résolues par le spectromètre, quelle que soit la longueur d'onde analysée est :

$$t_{\max} = \frac{1}{\Delta n} = \frac{I^2}{c \cdot \Delta I}$$

D'après la relation (2.63.) il vient :

$$t_{\max} = \frac{I^2 f_5}{2 \cdot c \cdot x_p \cdot \Lambda_0 \cdot \cos q'}$$

Compte tenu de l'analyse menée dans ce chapitre, les franges sont moins bien résolues pour les faibles longueurs d'onde. Ainsi, l'écart temporel maximum  $t_{\max}$ , est calculé pour  $I = I_{\min}$  :

$$t_{\max} \simeq 1ps$$

$t_{\max}$  correspond dans le vide à un écart de trajet optique entre les deux bras de l'interféromètre de : 300 $\mu$ m.

Ainsi tant que le déséquilibre entre les bras de l'interféromètre n'engendre pas un retard temporel entre les deux trains d'onde supérieur à  $t_{\max}$ , le spectromètre sera capable de résoudre les franges d'interférences pour tout le spectre d'émission de la source.

### 2.4.4. Choix du dispositif

Finalement le système optique est totalement défini avec les caractéristiques suivantes :

- la largeur  $D_0$  du faisceau en sortie de l'interféromètre est de 2mm,
- une lentille  $L_3$  de distance focale  $f_3 = 300mm$ ,
- un collimateur de distance focale  $f_4 = 400mm$ ,
- une lentille en sortie de spectromètre de distance focale  $f_5 = 50mm$ ,
- un réseau en réflexion, de périodicité spatiale 600 traits par millimètre, soit :  $\Lambda_0 = 1,67\mu m$ ,
- une caméra CCD, PULNIX TM-9701:
  - Largeur active :  $L_a = 8.9mm$ ,
  - Taille d'un pixel :  $x_p = 11.6\mu m$ ,
- l'angle d'incidence  $q_i$  avec le réseau est de 70deg ,
- et l'observation s'effectue à l'ordre +1.

Avec cette configuration, le dispositif a les propriétés suivantes :

- Bande spectrale étudiée de  $\Delta I = 235nm$  ( $I_{\min} = 440nm$  et  $I_{\max} = 675nm$ ),

- Résolution spectrale de  $d\lambda = 0.3nm$ ,
- Dynamique de l'interféromètre :  $300\mu m$ .

## 2.5. CONCLUSION

---

Dans ce chapitre, la modélisation complète du dispositif a été établie conduisant à la réponse spectrale globale de l'interféromètre suivi du spectroscope. L'étude des facteurs limitatifs du montage a permis d'opter pour le choix le plus judicieux des différents éléments du système de mesure.

Le prochain chapitre est consacré aux méthodes de traitements numériques utilisés permettant d'extraire la phase spectrale des interférogrammes simulant des mesures de profilométrie ou d'indice.



# Bibliographie

- [1] **P.Kužel**  
"Electromagnétisme des milieux continus – OPTIQUE –"  
Cours de Licence de Physique, Institut Galilée.  
Université Paris -Nord (2000-2001)
  
- [2] **M.Joffre**  
"Propagation linéaire et non linéaire d'une impulsion ultrabrève"  
Cours. Ecole polytechnique Palaiseau.
  
- [3] **Catalogue des verres Schott**  
[http://www.schott.com/optic\\_devices/english/download/tie-29\\_refractive\\_index\\_v2.pdf](http://www.schott.com/optic_devices/english/download/tie-29_refractive_index_v2.pdf)

# *Chapitre 3 :*

## Traitement bidimensionnel des interférogrammes spectraux

---

<b>Chapitre 3. TRAITEMENT BIDIMENSIONNEL DES INTERFÉROGRAMMES SPECTRAUX.....</b>	<b>93</b>
3.1. INTRODUCTION .....	93
3.2. FRANGES PÉRIODIQUES : PROFILOMÉTRIE DE SURFACE .....	93
3.2.1. Introduction : Phase spectrale en profilométrie .....	93
3.2.2. Prise en considération de l'étalonnage spectral .....	96
3.2.3. Méthode de Fourier .....	96
3.2.3.1. Etape 1 : Transformation de Fourier (TF).....	97
3.2.3.2. Etape 2 : Filtrage numérique .....	97
3.2.3.3. Etape 3 : Transformation de Fourier inverse .....	97
3.2.3.4. Etape 4 : Extraction de la phase non déroulée .....	98
3.2.3.5. Etape 5 : Déroulement de la phase.....	98
3.2.3.6. Etape 6 : Détermination du profil de l'objet .....	99
3.2.4. Traitement par l'algorithme 7 points .....	100
3.2.4.1. Etape 1 : Application d'un filtre médian.....	101
3.2.4.2. Etape 2 : Calcul de la phase par un algorithme 7 points .....	101
3.2.4.3. Etape 3 : Détermination du profil de l'objet .....	104
3.2.5. Conclusion .....	104
3.3. FRANGES APÉRIODIQUES : MATÉRIAUX DISPERSIFS .....	105
3.3.1. Introduction : Phase spectrale induite par un matériau dispersif .....	106
3.3.2. Méthode par décalage de phase : .....	112
3.3.3. Transformation en ondelettes.....	115
3.3.3.1. Définition.....	115
3.3.3.2. Extraction de la phase : Application sur les modèles .....	116
3.3.4. Améliorations apportées à la Transformée en ondelettes .....	121
3.3.4.1. Méthode d'ajustement.....	121
3.3.5. Recherche de l'information : .....	124
3.3.5.1. Indice de groupe.....	124
3.3.5.2. Indice de réfraction .....	125
3.4. FRANGES APÉRIODIQUES COURBÉES : LES LENTILLES .....	130
3.4.1. Lentille dépourvue d'aberrations .....	130
3.4.2. Les différents types d'altérations du front d'onde .....	132
3.4.2.1. La défocalisation.....	133
3.4.2.2. Aberrations chromatiques .....	136
3.4.2.3. Aberrations géométriques .....	139
3.4.2.4. Conclusion .....	146
3.5. CONCLUSION.....	146
BIBLIOGRAPHIE.....	147

## Chapitre 3. TRAITEMENT BIDIMENSIONNEL DES INTERFÉROGRAMMES SPECTRAUX

### 3.1. INTRODUCTION

L'obtention de figures d'interférences par interférométrie spectrale, a fait l'objet d'une large étude dans le chapitre précédent. Cette étude a conduit à une modélisation complète des interférogrammes. Les spectrogrammes issus du dispositif expérimental sont porteurs d'une information qui doit être extraite. Ce chapitre est donc consacré aux divers traitements numériques appliqués sur les interférogrammes spectraux, afin d'en retirer, soit un profil de surface, soit un profil d'indice. Ainsi, nous nous appuyons sur des figures d'interférences simulées pour présenter ces traitements numériques. De façon à garder à l'esprit les deux problématiques (profilométrie de surface et mesure d'indice) de ce travail de thèse, nous les traitons séparément. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à une étude prospective des aberrations chromatiques et géométriques par interférométrie spectrale.

### 3.2. FRANGES PÉRIODIQUES : PROFILOMÉTRIE DE SURFACE

#### 3.2.1. Introduction : Phase spectrale en profilométrie

De façon générale, l'interférométrie code la différence de phase entre deux ondes lumineuses, une onde référence et une onde de mesure. L'information se trouve dans le terme de phase issu de la superposition de ces deux ondes. La détermination absolue du terme de phase est par conséquent une étape très importante pour laquelle différentes approches numériques sont envisageables.

Avant de décrire les traitements numériques d'images s'appliquant à nos interférogrammes spectraux, rappelons brièvement l'expression de la phase spectrale  $\Delta\Phi(\mathbf{n})$ , dans le cas de mesures profilométriques. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la densité de puissance, ou l'intensité s'écrit en fonction du terme de phase :

$$I(\mathbf{n}) \propto \cos(\Delta\Phi(\mathbf{n}))$$

Pour simplifier la modélisation, nous étudions uniquement ce terme de phase, ainsi nous avons :

$$\Delta\Phi(\mathbf{n}) = \frac{4\pi \mathbf{n}_0(\mathbf{n})}{c} \cdot \mathbf{d} \quad (3.1.)$$

où :  $\mathbf{d}$  est la différence de trajet géométrique entre les deux bras de l'interféromètre,  
et  $\mathbf{n}_0(\mathbf{n})$  est l'indice de réfraction du milieu traversé, ici  $\mathbf{n}_0(\mathbf{n}) = 1$  (indice de l'air).

Le spectrogramme est donc composé d'une succession de franges brillantes et de franges sombres dont la périodicité dépend du profil de l'objet sondé. La présence d'une frange brillante ou d'une frange sombre pour une fréquence  $n_0$ , découle de la valeur de la phase spectrale à cette fréquence.

Pour mieux visualiser la relation entre la phase et les franges spectrales, nous modélisons l'effet d'un objet quelconque placé dans notre dispositif d'interférométrie spectrale. Le profil de surface de cet objet est choisi de telle sorte qu'il présente des discontinuités supérieures à une demie longueur d'onde. Ces discontinuités de surface correspondent alors à des sauts de phase supérieurs à  $2p$ . Dans de telles conditions, l'interférométrie spatiale monochromatique atteint ses limites, et ne permet pas la restitution du profil de surface en une seule acquisition (cf. *chapitre 1*). Nous verrons par contre que ceci ne constitue en aucun cas un frein pour l'interférométrie spectrale.

Soit un objet dont le profil selon une ligne est présenté sur la *Figure 3.1* :

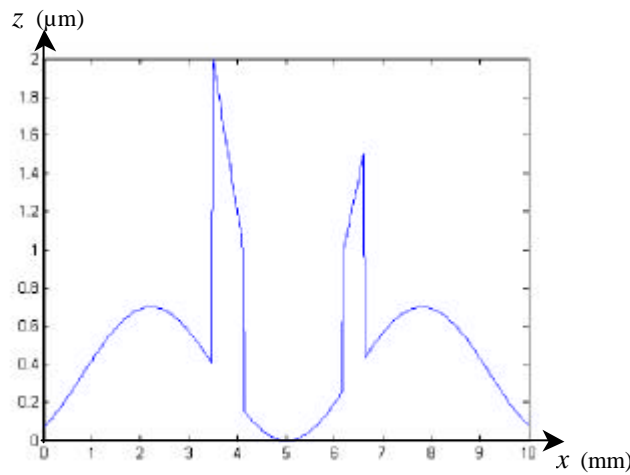


Figure 3.1 : Profil non continu d'un objet (modèle).

Représentons l'interféromètre de Michelson configuré pour mesurer le profil de l'objet modélisé. Ainsi la mesure est réalisée en réflexion sur l'objet sondé (*Figure 3.2*).

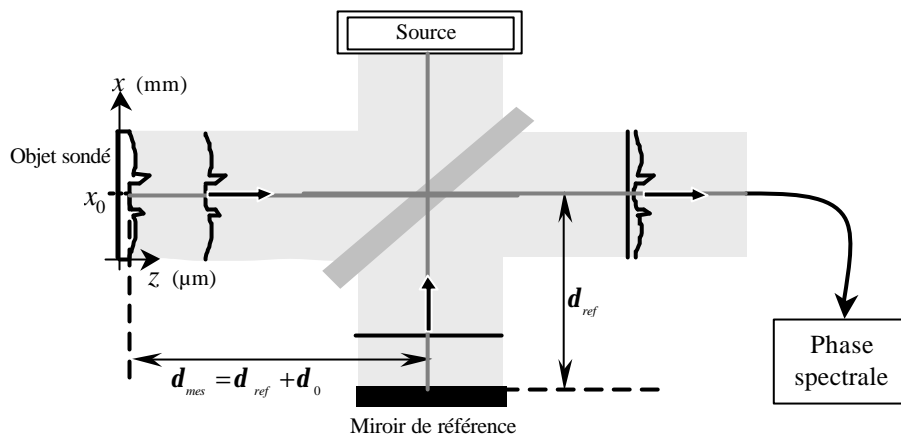


Figure 3.2 : Interféromètre de Michelson en configuration profilométrique.

En sortie de l'interféromètre, la phase spectrale  $\Delta\Phi(\mathbf{n})$  correspond à la différence de chemin optique entre les deux ondes issues des bras de référence et de mesure.

$$\Leftrightarrow \Delta\Phi(\mathbf{n}) = \frac{4p\mathbf{n}}{c} \cdot (d_0 + z) \quad (3.2.)$$

où :  $d_0$  est un décalage de l'objet par rapport à sa position correspondant au contact optique pour  $x = x_0$  et  $z$  est la coordonnée représentant le profil de l'objet.

Pour la modélisation, la bande spectrale  $\Delta\mathbf{n}$  d'analyse de l'interférogramme est choisie en fonction des résultats énoncés dans le chapitre précédent :

$$\Delta\mathbf{n} = [4,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 6,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}]$$

Un décalage  $d_0 = 15 \mu\text{m}$  est imposé à l'objet, afin d'obtenir un nombre de franges suffisant sur l'interférogramme, et à favoriser ainsi l'analyse par traitement de Fourier. Ce point est justifié dans le paragraphe 3.2.3.2.

La modulation d'intensité dans le plan de la matrice CCD est proportionnelle au cosinus de la phase spectrale en sortie de l'interféromètre. L'information brute correspond à un interférogramme spectral de 484 par 784 pixels.

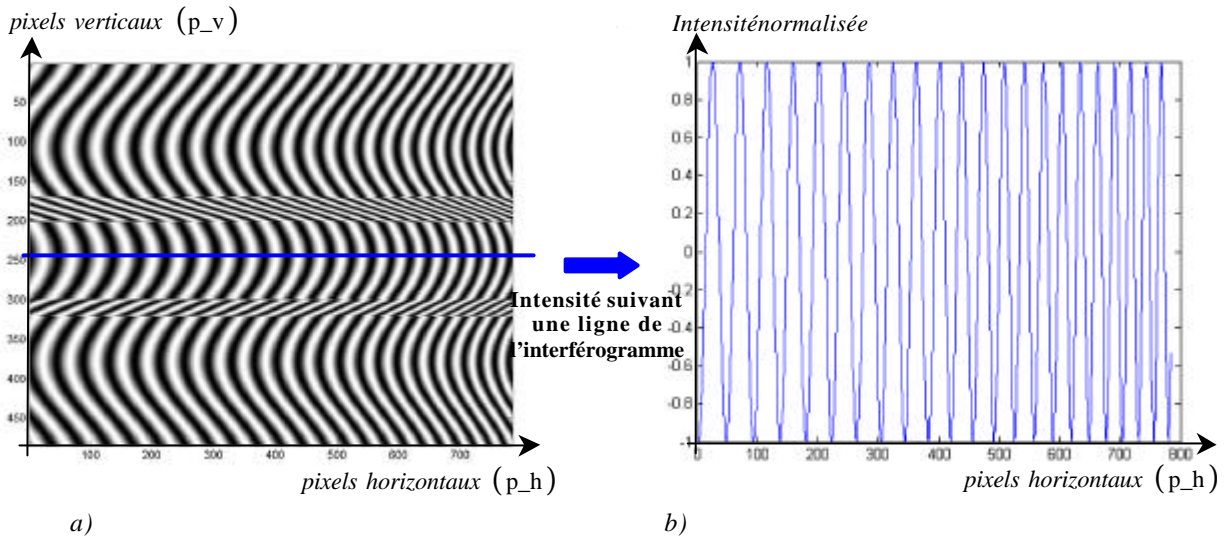


Figure 3.3 : a) Interférogramme spectral ; b) intensité suivant une ligne.

Cet interférogramme dépend de la correspondance pixel-fréquence suivant l'axe horizontal, ainsi que de la correspondance pixel-dimension ( $x$ ), suivant l'axe vertical. Il est possible d'accéder expérimentalement à ces deux correspondances,  $p_h = f(\mathbf{n})$  et  $p_v = g(x)$ .

*Remarque : De façon à se placer dans les conditions expérimentales, la fonction  $f(\mathbf{n})$  est choisie non linéaire, donc les franges dans le plan du capteur sont apériodiques (Figure 3.3).*

Par conséquent, un pré-traitement (§ 3.2.2) est réalisé, il consiste à convertir les interférogrammes obtenus de façon à avoir les franges spectrales dans l'espace  $(x, n)$ .

### **3.2.2. Prise en considération de l'étalonnage spectral**

Un pré-traitement appliqué systématiquement, prend en compte la courbe d'étalonnage spectral du dispositif interférométrique [1]. Cet étalonnage effectué par l'expérimentateur, permet de relier chaque numéro de pixel horizontal à sa fréquence. A partir de cette fonction d'étalonnage  $f(n)$ , l'interférogramme est reconstruit par interpolation dans le domaine des fréquences (Figure 3.4.b). A l'issue de cette interpolation, le spectre cannelé présente des franges périodiques. Dans l'espace  $(x, n)$ , la phase spectrale  $\Delta\Phi(n)$  est linéaire si le milieu traversé est non dispersif.

Cette étape sera commune aux deux traitements numériques décrits dans cette partie.

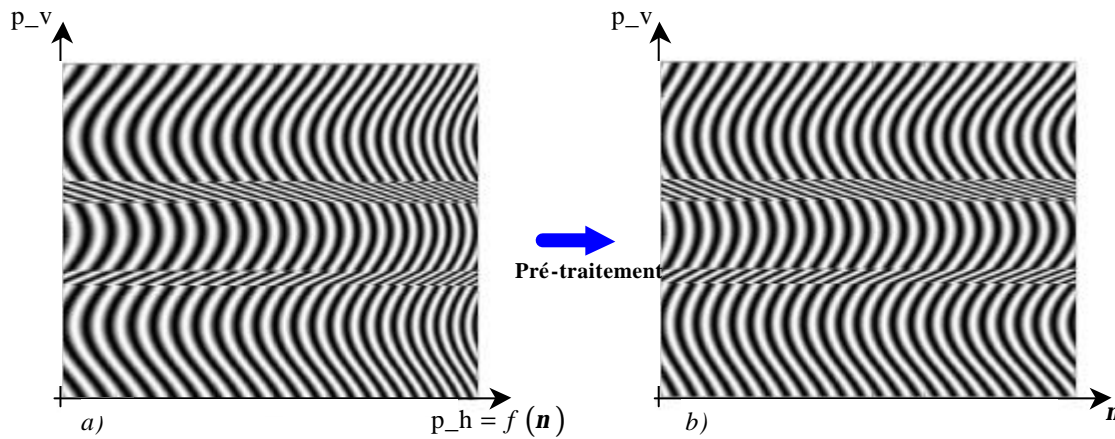


Figure 3.4 : Pré-traitement : a) Interférogramme brut ; b) Interférogramme dans le domaine des fréquences.

Le but des paragraphes suivants, est de traiter cet interférogramme (Figure 3.4.b), de façon à en extraire sa phase, et par conséquent le profil de l'objet sondé. Deux approches numériques différentes sont proposées :

- traitement de Fourier,
- algorithme à décalage de phase.

### **3.2.3. Méthode de Fourier**

Le but de ce paragraphe est de décrire le traitement numérique de Fourier [2, 3], et de l'appliquer à l'interférogramme spectral modélisé précédemment (Figure 3.4.b).

L'équation (3.2.) montre que la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre varie linéairement avec les variations en  $z$  du profil. Ainsi, le profil  $z$  se détermine par calcul de la pente de la phase en fonction de la fréquence.

$$\boxed{z = \frac{c}{4p} \cdot \frac{\partial [\Delta\Phi(\mathbf{n})]}{\partial [\mathbf{n}]} - d_0} \quad (3.3.)$$

$d_0$  est un paramètre expérimental relatif à la position du miroir indépendant de la ligne de l'interférogramme considérée. Il se retrouve par analyse de Fourier ( $d_0$  est fonction de la position du pic d'inter-corrélation dans le domaine de Fourier). Les variations relatives du profil ne dépendent pas de  $d_0$ , par conséquent, on peut ignorer ce paramètre.

La pente de la phase est calculée par une méthode classique basée sur la transformation de Fourier de l'interférogramme et sur le déroulement de la phase le long de l'axe des fréquences. Les différentes étapes de ce traitement numérique sont décrites ci-dessous.

### 3.2.3.1. Etape 1 : Transformation de Fourier (TF)

Une transformation de Fourier 1D est appliquée simultanément sur chaque ligne de l'interférogramme (*Figure 3.5.a*). Le module de la TF se compose de deux pics d'inter-corrélation porteurs de la même information, et symétriques par rapport à la fréquence centrale. L'un et l'autre de ces signaux contiennent toute l'information sur le profil en  $z$ .

*Remarque : La partie réelle de la TF, représente la superposition temporelle des deux paquets d'ondes issus de l'interféromètre.*

### 3.2.3.2. Etape 2 : Filtrage numérique

Le but de cette étape est de ne conserver qu'un seul pic d'inter-corrélation. Celle-ci s'effectue par filtrage numérique dans le domaine de Fourier (*Figure 3.5.b*). La position de ce pic varie en fonction du profil en  $z$ , et à fortiori pour chaque ligne du spectrogramme. Le filtrage numérique permet également de supprimer une partie du bruit de mesure, ce qui n'apparaît pas dans cet exemple. La *Figure 3.5.c* est un zoom du pic d'inter-corrélation, qui restitue le profil de l'objet.

*Remarque : Ce filtrage est d'autant plus efficace que le pic d'inter-corrélation est séparé du pic d'auto-corrélation positionné sur la fréquence centrale. Plus le décalage temporel entre les deux trains d'onde de référence et de mesure est important plus ces signaux sont séparés, ce qui justifie le choix du décalage de l'objet  $d_0$  de  $15\mu\text{m}$ .*

### 3.2.3.3. Etape 3 : Transformation de Fourier inverse

Un interférogramme spectral filtré est obtenu par transformation de Fourier inverse du pic d'inter-corrélation. Sur la *Figure 3.5.d*, on remarque que ce filtrage n'a aucun effet, puisque l'interférogramme modélisé n'est pas bruité. Les interférogrammes des *Figure 3.4.b*) et *Figure 3.5.d*), sont identiques, ce qui valide ce traitement.



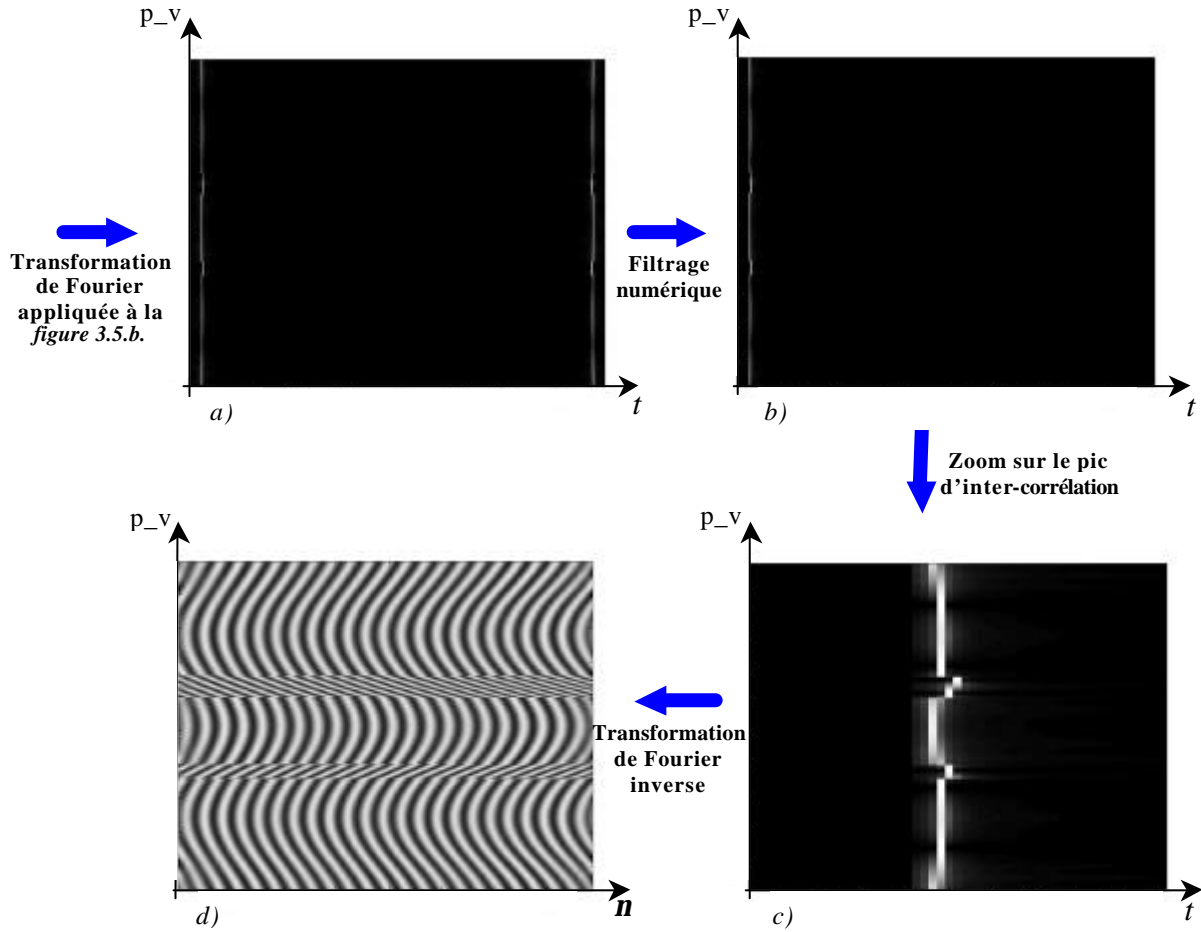


Figure 3.5 : Transformation de Fourier et filtrage numérique : a) Transformée de Fourier de l'interférogramme ; b) Transformée de Fourier filtrée numériquement ; c) Zoom sur le pic d'inter-corrélation ; d) Interférogramme filtré reconstitué par transformation de Fourier inverse.

#### 3.2.3.4. Etape 4 : Extraction de la phase non déroulée

Pour chacune des lignes de l'interférogramme filtré, l'information de la phase est prélevée. Celle-ci est calculée par tangente inverse du rapport entre la partie imaginaire et la partie réelle de l'intensité pour chaque pixel de l'image. Par conséquent, à ce niveau du traitement numérique, la phase varie entre  $-p$  et  $+p$  (Figure 3.6.a). Nous avons représenté une coupe suivant une ligne de cette carte de phase non déroulée sur la Figure 3.6.b.

#### 3.2.3.5. Etape 5 : Déroulement de la phase

Le déroulement de phase s'effectue à l'aide d'un algorithme qui consiste à redresser la phase à chaque saut de phase supérieur à  $2p$ . A l'issue de cette étape nous obtenons une phase linéaire en fonction de la fréquence pour chaque ligne de l'interférogramme (Figure 3.6.c). La pente de la phase déroulée contient l'information sur le profil en  $z$ . La carte de phase ainsi déroulée est représentée sur la Figure 3.6.d. De façon à ne pas avoir de saut de phase en passant d'une ligne à l'autre de l'interférogramme, la phase est recalée sur chaque ligne. Ce recalage de phase consiste à imposer une phase nulle pour la fréquence nulle. Ceci est en accord avec l'équation (3.2.), qui impose à la phase spectrale  $\Delta\Phi(\mathbf{n})$  de passer par l'origine.

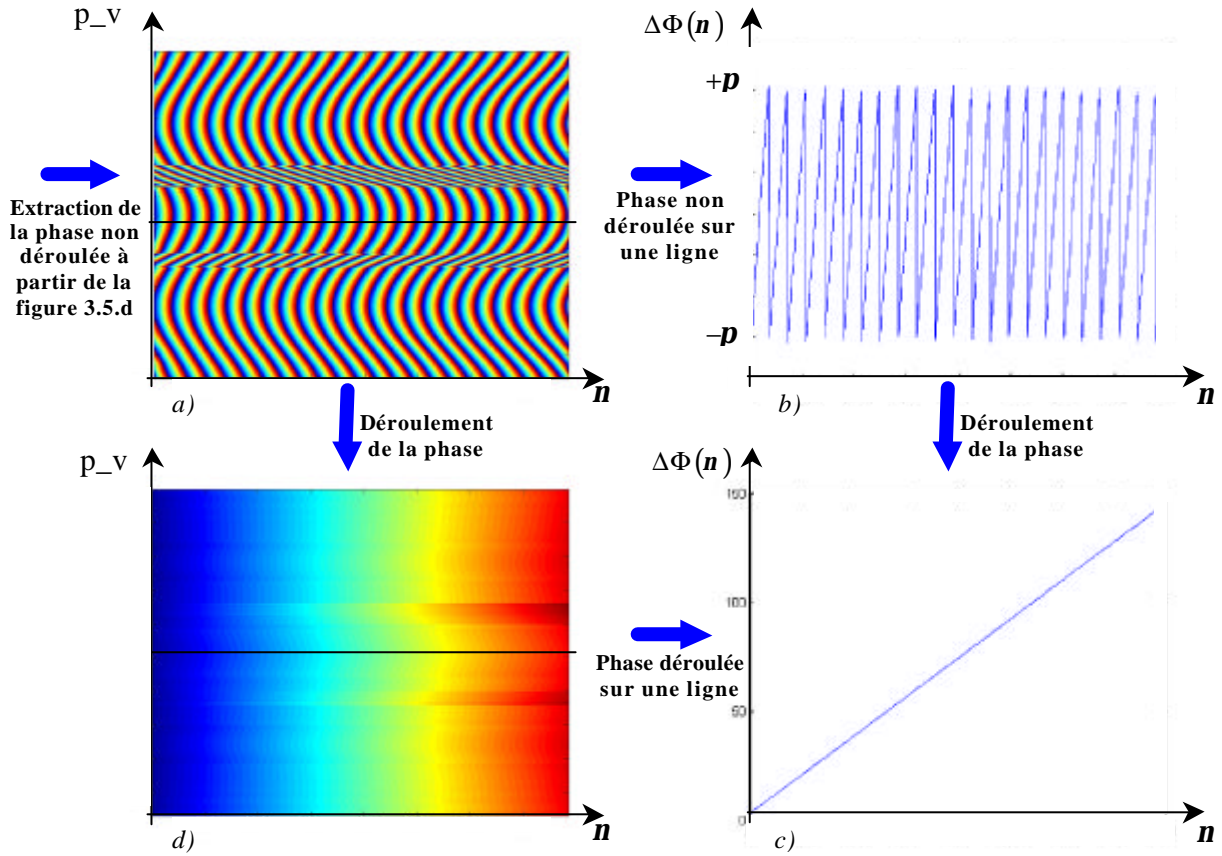


Figure 3.6 : Extraction et déroulement de la phase : a) Carte de phase non déroulée (information de phase codée dans la couleur) ; b) Phase non déroulée suivant une ligne ; c) Phase déroulée suivant une ligne ; d) Carte de phase déroulée (information de phase codée dans la couleur).

### 3.2.3.6. Etape 6 : Détermination du profil de l'objet

La dernière étape de ce traitement numérique par analyse de Fourier consiste à calculer la pente de la phase pour chaque ligne du spectrogramme. Les pentes déduites de la carte de phase déroulée sont ensuite converties en une variation de profil en  $z$ , le long de l'axe  $x$  de l'objet. Cette conversion s'effectue par l'intermédiaire de l'équation (3.3.). Avec le traitement par analyse de Fourier, nous obtenons le profil de la Figure 3.7.a. De façon à quantifier l'aptitude de ce traitement numérique à reconstituer le profil d'un objet, la Figure 3.7.b donne l'écart entre le profil modélisé et le profil reconstruit.

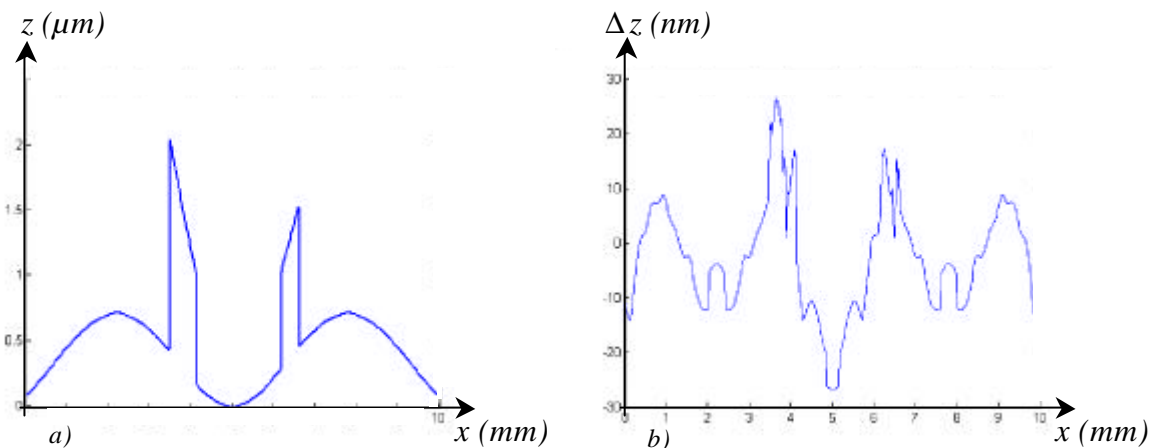


Figure 3.7 : a) Profil reconstruit par la méthode de Fourier ; b) Erreur commise avec ce traitement.

*Remarque : Le recalage de phase introduit lors de l'étape 5 n'est pas nécessaire puisque l'information recherchée est contenue dans la pente de la phase spectrale.*

L'erreur maximale entre le profil modèle et son estimation par le traitement numérique de Fourier est de 27nm. Ce traitement ne semble pas affecté par les fortes discontinuités du profil, de plus il a l'avantage d'être rapide. Remarquons, que l'interférogramme modélisé n'est pas bruité, ce qui favorise le traitement numérique. Finalement, il est clair que sur un interférogramme expérimental, l'erreur sera plus importante. Cette méthode est robuste, cependant d'autres traitements numériques ont été testés afin d'évaluer leurs performances.

A présent, nous analysons l'interférogramme modélisé de la *Figure 3.3.a*, par un algorithme à décalage de phase.

### **3.2.4. Traitement par l'algorithme 7 points**

Ce traitement numérique s'appuie sur les algorithmes de reconstruction de la phase développés pour l'interférométrie spatiale monochromatique et polychromatique. Cette méthode nommée « phase shifting interferometry » évoquée dans le premier chapitre, a trouvé son application en interférométrie spectrale.

Plusieurs algorithmes de reconstruction de la phase ont été développés tels que l'algorithme carré [4], 5 points, 6 points, ou 7 points. La principale différence entre ces algorithmes provient du nombre de points ou du nombre d'images en interférométrie spatiale, nécessaire au calcul de la phase. Cependant, il a été démontré que l'algorithme le moins sensible aux erreurs de calibration du décalage de phase est l'algorithme 7 points [5, 6]. Nous utilisons ce dernier pour extraire la phase.

Cette méthode se différencie de la méthode de Fourier par deux aspects :

- le filtrage de l'interférogramme ne se fera pas par transformée de Fourier, mais par application d'un filtre médian, car il ne modifie pas la périodicité des franges si la taille de la fenêtre de lissage reste très inférieure à celle-ci.
- et le calcul de la phase est réalisé avec l'algorithme 7 points.

*Rappel : Nous considérons que le pré-traitement du paragraphe 3.2.2, est réalisé, par conséquent le traitement décrit dans cette section s'applique à la Figure 3.4.b.*

La reconstruction du profil de phase de notre interférogramme modèle s'effectue en trois étapes :

- application d'un filtre médian,
- calcul de la phase par un algorithme 7 points,
- reconstruction du profil par détermination de la pente de la phase.

Dans les prochaines sections, nous expliquons chacune de ces étapes, cependant nous n'appliquerons pas le filtre médian qui n'aurait ici pas l'effet escompté, puisque le modèle est dépourvu de bruit.

### 3.2.4.1. Etape 1 : Application d'un filtre médian

Le filtre médian calcule en chaque pixel la valeur médiane des niveaux de gris des pixels environnants (appartenant à une fenêtre carrée). Il en résulte le niveau de gris du pixel dans l'image filtrée. On choisit une fenêtre de taille impaire (généralement 3×3 ou 5×5), centrée sur le pixel considéré. Notons que ce calcul se fait en parallèle, en d'autres termes, le calcul en un pixel  $p$  n'influe pas sur le calcul en un pixel voisin  $q$ .

Vu que la médiane, en tant que mesure statistique, représente une alternative à la moyenne, le filtre médian constitue une forme de lissage que l'on utilise à la place du lissage linéaire. Ce filtrage a pour effet d'éliminer une partie du bruit. De plus, le filtre médian préserve les arêtes (les sauts de phase dans le cas présent).

### 3.2.4.2. Etape 2 : Calcul de la phase par un algorithme 7 points

Pour cette étape, deux points essentiels sont développés :

- l'algorithme 7 points,
- un traitement par « zero padding ».

Cet algorithme consiste à extraire sur une même ligne de l'interférogramme, sept intensités  $I_{1\text{ à }7}$  pour sept fréquences différentes. Ces fréquences sont déterminées de telle sorte que la différence de phase pour passer d'une fréquence à sa fréquence voisine est de  $P/2$ .

Pour sélectionner ces fréquences particulières, nous convertissons, dans un premier temps le décalage de phase de  $P/2$  en un décalage fréquentiel  $dn$ . Cette conversion s'effectue en appliquant la relation suivante :

$$\boxed{dn = \frac{\Delta n}{4m}} \quad (3.4.)$$

où :  $m$  est la position du pic d'inter-corrélation dans le domaine de Fourier (sans dimension),  
et  $\Delta n$  est la bande spectrale analysée par le spectromètre.

Pour déterminer le décalage fréquentiel  $dn$ , il est donc nécessaire de se placer dans le domaine de Fourier, et d'appliquer l'étape 1 du paragraphe précédent, qui consiste à faire une transformée de Fourier de l'interférogramme.

De plus, pour améliorer artificiellement la localisation du pic d'inter-corrélation, il existe un traitement numérique qui consiste à ajouter des zéros de part et d'autre de l'interférogramme. Cette méthode appelée « zero padding » donne accès à une nouvelle matrice de taille plus importante. Le « zero padding » correspond à un sur-échantillonnage du signal d'inter-corrélation dans le domaine de Fourier (*Figure 3.8*). Sur la *Figure 3.8.a*, la transformée de Fourier est composée de 784 points, représentant le nombre de pixels horizontaux de notre capteur CCD. Sur la *Figure 3.8.b*, nous avons appliqué un « zero padding », de façon à obtenir 4096 points dans le domaine de Fourier.

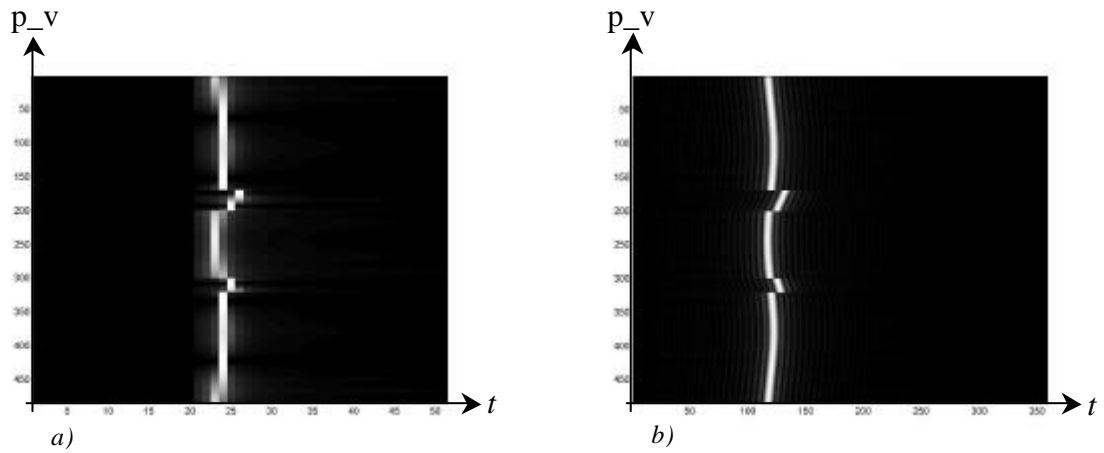


Figure 3.8 : a) Pic d'inter-corrélation sans appliquer le « zero padding » ; b) Pic d'inter-corrélation après application du « zero padding ».

Nous avons représenté sur les Figure 3.9.a et Figure 3.9.b, les positions des pics d'inter-corrélation dans le domaine de Fourier ( $m$ ), pour toutes les lignes de l'interférogramme, avec ou sans application du « zero padding ».

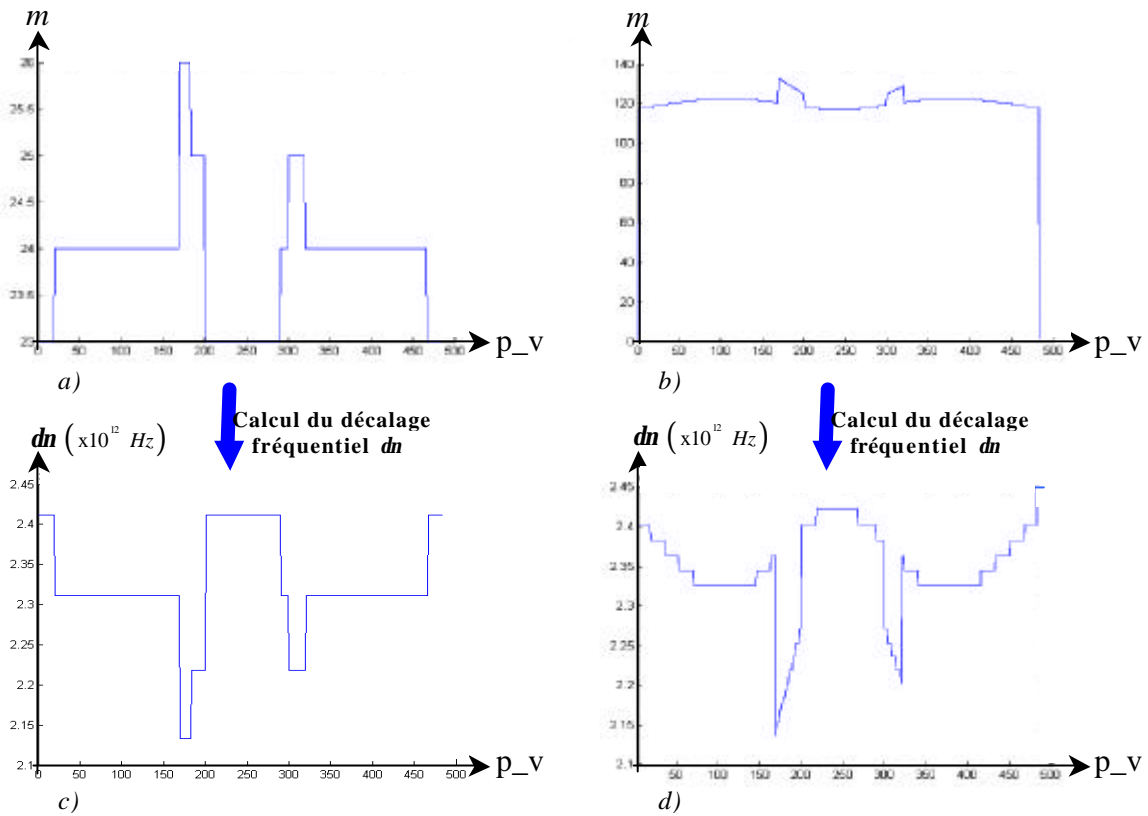


Figure 3.9 : a) Position du pic d'inter-corrélation (sans le « zero padding ») ; b) Position du pic d'inter-corrélation (avec le « zero padding ») ; c) Décalage fréquentiel (sans le « zero padding ») ; d) Décalage fréquentiel (avec le « zero padding »).

Les Figure 3.9 montrent une amélioration nette de la localisation du pic d'inter-corrélation par la méthode du « zero padding ». Cette approche numérique est très efficace, cependant elle augmente le temps de calcul. Celui-ci reste toutefois raisonnable, inférieur à 10 minutes (logiciel utilisé : Matlab, fréquence du PC utilisé : 2.4 GHz).

La position des pics d'inter-corrélation, donne accès au décalage fréquentiel  $dn$ , correspondant à un décalage de phase de  $p/2$  (Figure 3.9). A partir des sept intensités extraites aux sept fréquences décalées de  $dn$ , nous calculons la phase modulo  $2p$ , pour la fréquence centrale. Le calcul de la phase est réalisé avec l'équation suivante :

$$\Delta\Phi_{7points} = \tan^{-1} \left[ \frac{3(I_3 - I_5) - (I_1 - I_7)}{4I_4 - 2(I_2 + I_6)} \right] \quad (3.5.)$$

Cet algorithme est appliqué en parallèle pour chaque fréquence et pour toutes les lignes de l'interférogramme (Figure 3.10.a et Figure 3.10.b). Ainsi pour chaque ligne analysée la phase non déroulée est calculée (Figure 3.10.c). Puis nous appliquons le déroulement de phase évoqué dans le paragraphe précédent (Figure 3.10.d). Notons, que ce calcul de phase se fait indépendamment sur chaque ligne, les sauts de phase d'une ligne à l'autre seront donc pris en compte par cet algorithme. De plus, comme pour la méthode de Fourier, un recalage de phase est effectué sur chaque ligne de l'interférogramme, afin que la phase spectrale passe par l'origine des fréquences.

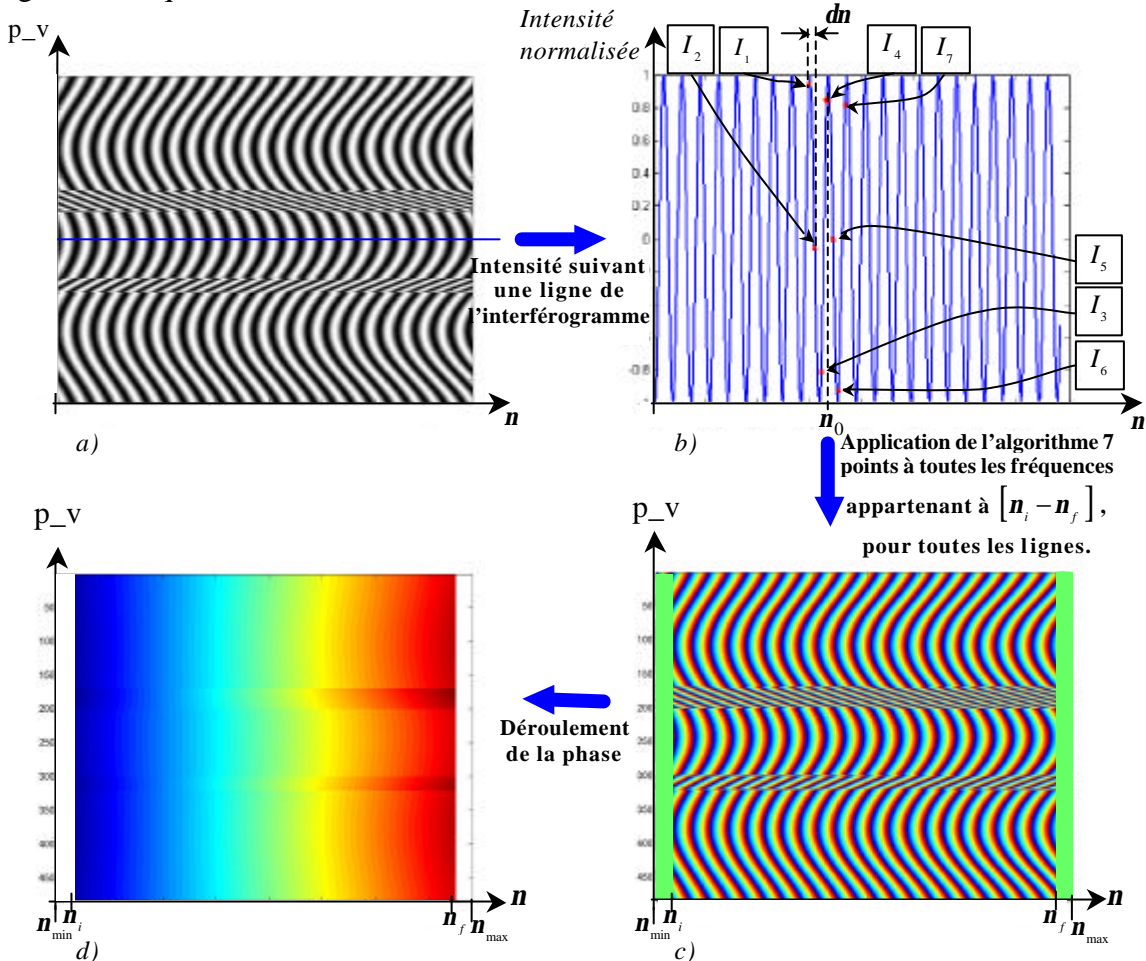


Figure 3.10 : a) Interférogramme spectral modélisé ; b) Application de l'algorithme 7 points pour la fréquence  $n_0$  pour une ligne ; c) Obtention de la phase non déroulée par l'algorithme 7 points ; d) Phase déroulée.

*Remarque :* La phase à une fréquence  $n$  est calculée à partir de trois fréquences qui lui sont inférieures et de trois fréquences qui lui sont supérieures. Ainsi pour les fréquences



n'appartenant pas à  $[n_i - n_f]$ , l'algorithme 7 points ne peut pas être appliqué. Par conséquent, la phase est calculée dans l'intervalle  $[n_i - n_f]$  inférieur à l'intervalle de fréquence analysable par le spectromètre  $[n_{\min} - n_{\max}]$  (Figure 3.10.c, et Figure 3.10.d).

### 3.2.4.3. Etape 3 : Détermination du profil de l'objet

A partir de la pente de la phase pour chaque ligne de l'interférogramme, nous calculons le profil de l'échantillon sondé (§ 3.2.3.6). Le profil ainsi déterminé fait l'objet de la Figure 3.11.a, et l'erreur associée à ce profil reconstruit est représentée sur la Figure 3.11.b.

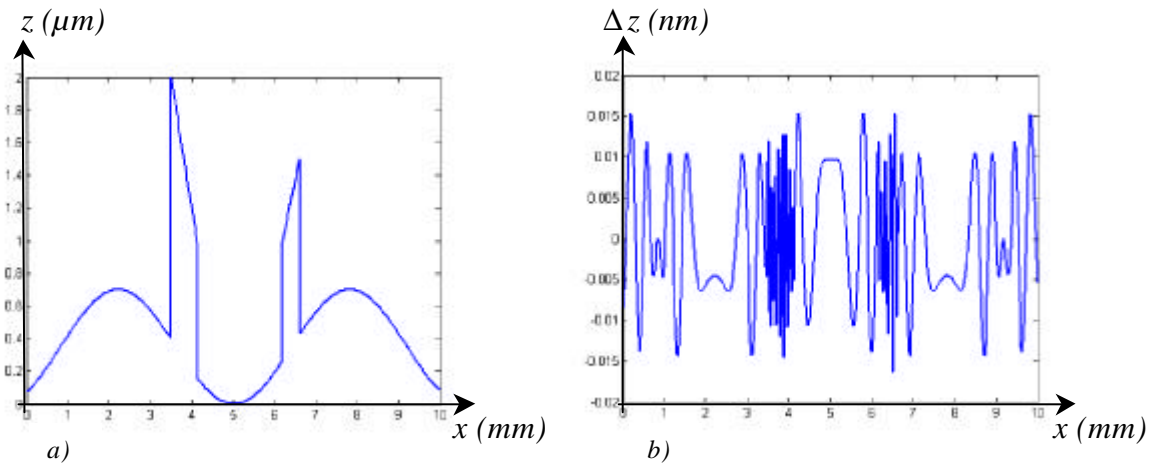


Figure 3.11 : a) Profil reconstruit avec l'algorithme 7 points ; b) Erreur commise avec ce traitement.

L'erreur maximale entre le profil modèle et son estimation avec l'algorithme 7 points est de 0.016nm. Ce traitement est donc capable de restituer le profil d'un objet avec une précision sub-nanométrique. Le seul inconvénient de ce traitement numérique réside dans son temps de calcul qui est nettement plus important que pour la méthode de Fourier. La durée de l'analyse provient en large partie de l'utilisation de la méthode du « zero padding ». Il n'est pas nécessaire de reproduire un signal contenant 4096 points pour obtenir une bonne précision. Ainsi un compromis peut-être fait à ce niveau du traitement afin de concilier une précision nanométrique à un temps d'analyse raisonnable.

### 3.2.5. Conclusion

Avant d'étudier les approches numériques dédiées à la mesure d'indice, nous pouvons d'ores et déjà faire un bilan sur les deux traitements que nous venons de décrire. La capacité à restituer le profil d'un objet avec de fortes hétérogénéités a été démontrée, de façon théorique, dans les deux paragraphes précédents. Toutefois, le traitement numérique par décalage de phase apporte une précision étonnante par rapport à la méthode par analyse de Fourier. Nous pouvons estimer que les limitations de notre système pour faire des mesures profilométriques proviendront essentiellement du signal optique délivré par notre interféromètre spectral:

- soit par les aberrations liées aux optiques du dispositif,
- soit par la perte de visibilité qu'engendre un objet rugueux, ou une source peu cohérente spatialement.

Pour conclure, avec de nouveaux modèles de profil, les *Figure 3.12.a* et *Figure 3.12.b* montrent l'aptitude de ce dispositif à effectuer une mesure topographique sur une surface plane ou asphérique. A partir d'un interférogramme tel que l'un de ceux représentés sur la *Figure 3.12*, l'un ou l'autre des traitements numériques décrits auparavant permet de reconstruire le profil suivant une ligne de l'objet.

La propriété fondamentale autorisant la détermination de ces profils s'appuie sur le fait que la périodicité des franges est inversement proportionnelle à la différence de marche.

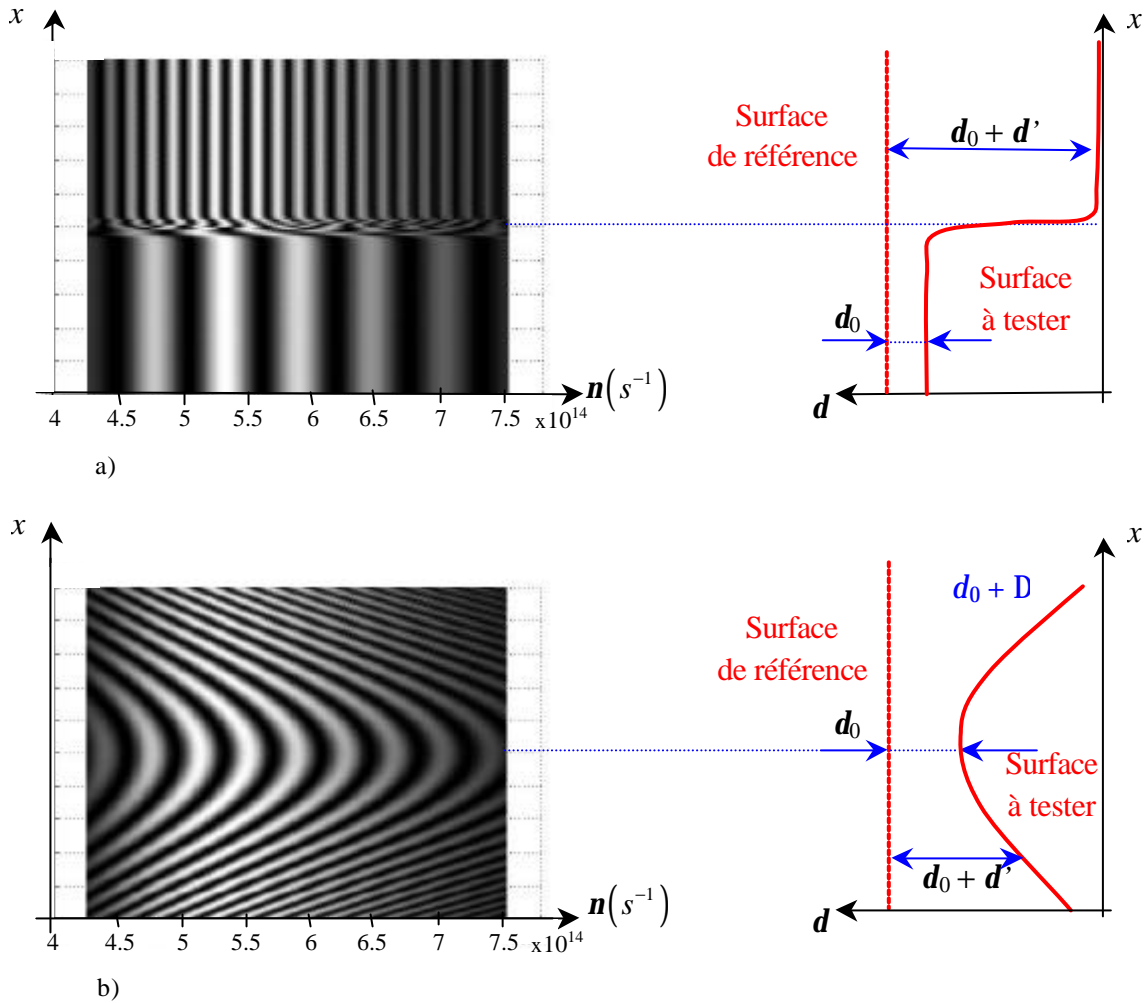


Figure 3.12 : Profilométrie : a) de surface en escalier (modélisation) ; b) de surface asphérique (modélisation)

L'étude théorique des méthodes numériques pour extraire l'information profilométrique nous a permis de souligner l'intérêt considérable de la méthode par décalage de phase. Dans la prochaine partie, nous testons entre autres, ce traitement sur un nouveau modèle d'interférogramme spectral à franges a périodiques.

### 3.3. FRANGES APÉRIODIQUES : MATÉRIAUX DISPERSIFS

Dans cette partie, nous nous intéressons aux traitements numériques à appliquer pour extraire d'un interférogramme, l'indice d'un matériau dispersif homogène. Pour ce faire, nous



procédons de la même façon que pour les mesures profilométriques. Dans un premier temps, nous modélisons un interférogramme spectral issu du déphasage induit par un matériau dispersif. Ce premier point fera l'objet d'une étude complète du terme de phase spectrale. Puis nous tenterons d'extraire l'indice de réfraction et l'indice de groupe sur toute la plage  $\Delta n$  par ces méthodes numériques.

### 3.3.1. Introduction : Phase spectrale induite par un matériau dispersif

Tout comme pour la mesure profilométrique, le terme de phase contient toute l'information sur l'objet à tester. Tout l'intérêt de cette partie réside dans l'extraction de cette information. De façon à bien appréhender les difficultés inhérentes à cette mesure nous étudions la phase spectrale introduite par un objet dispersif.

Pratiquement, pour effectuer la mesure de l'indice de réfraction d'un échantillon homogène d'épaisseur constante, il suffit de l'insérer dans le bras de mesure de notre dispositif (Figure 3.13). Celui-ci induit alors un déphasage  $\Delta\Phi(n)$  entre les deux bras de l'interféromètre. Contrairement à ce que nous avons vu en profilométrie, dans le cas d'un échantillon dispersif, la différence de chemin optique  $d$ , n'est plus une fonction constante de la fréquence. En effet, la traversée d'un élément dispersif, va occasionner un étalement temporel du paquet d'onde (cf. chapitre 2). Cet étalement se traduit spectralement par un retard qui évolue de façon non linéaire en fonction de la fréquence considérée.

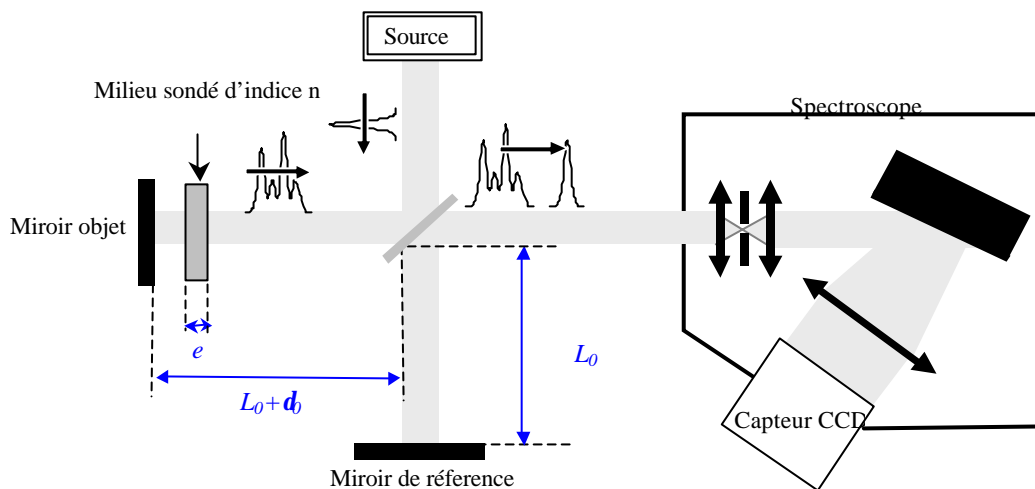


Figure 3.13 : Interféromètre de Michelson : cas où le milieu sondé est une lame de verre homogène d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$ .

Sur la figure ci-dessus,  $d_0$  est la distance entre la position du miroir test pour obtenir le contact optique sans échantillon, et celle qui permet l'obtention de franges spectrales après insertion de l'échantillon dans le bras de mesure.

Dans cette configuration classique, on utilise le Michelson en double transmission pour déterminer les caractéristiques intrinsèques (volumique) du matériau sondé. Le retard accumulé dans la lame de verre dépend de son indice de réfraction  $n(n)$ , ainsi que de son épaisseur  $e$ . La différence de trajet optique  $d$ , entre les deux bras de l'interféromètre se déduit de la Figure 3.13, ainsi :

$$\mathbf{d} = 2 \cdot (L_0 + \mathbf{d}_0 + n(\mathbf{l}) \cdot e - e) - 2L_0$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{d} = 2 \cdot (\mathbf{d}_0 + (n(\mathbf{l}) - 1) \cdot e) \quad (3.6.)$$

L'expression de la phase spectrale  $\Delta\Phi(\mathbf{n})$  correspondant à cette différence de trajet optique est donnée ci-dessous :

$$\Delta\Phi(\mathbf{n}) = \frac{4p\mathbf{n}}{c} \cdot (\mathbf{d}_0 + (n(\mathbf{n}) - 1) \cdot e) \quad (3.7.)$$

De façon à comprendre les figures d'interférences obtenues dans cette configuration, nous étudions la phase spectrale. Afin de connaître les variations de cette fonction, il est nécessaire d'analyser le signe de sa dérivée.

Soit  $\frac{\partial\Delta\Phi(\mathbf{n})}{\partial\mathbf{n}}$ , la dérivée de la phase spectrale, alors :

$$\frac{\partial\Delta\Phi(\mathbf{n})}{\partial\mathbf{n}} = \frac{4p}{c} \cdot \left( \mathbf{d}_0 + \left( n(\mathbf{n}) + \mathbf{n} \cdot \frac{\partial n(\mathbf{n})}{\partial\mathbf{n}} - 1 \right) e \right) \quad (3.8.)$$

Dans cette expression, on remarque l'apparition du terme d'indice de groupe  $n_g(\mathbf{n})$  introduit dans le chapitre précédent (§ 2.2.2.2, équation (2.11.)). Par conséquent :

$$\frac{\partial\Delta\Phi(\mathbf{n})}{\partial\mathbf{n}} = \frac{4p}{c} \cdot (\mathbf{d}_0 + (n_g(\mathbf{n}) - 1) e) \quad (3.9.)$$

La dérivée de la phase spectrale s'annule en fonction de la valeur de  $\mathbf{d}_0$ . Rappelons que  $\mathbf{d}_0$  est un paramètre expérimental qui dépend de la position du miroir objet. Ainsi pour un matériau d'indice de groupe  $n_g(\mathbf{n})$ , et d'épaisseur  $e$ , la dérivée de la phase spectrale s'annule pour :

$$\mathbf{d}_0(\mathbf{n}) = -(n_g(\mathbf{n}) - 1) e \quad (3.10.)$$

Cette équation montre que pour chaque fréquence, il existe une position du miroir objet qui annule la dérivée de la phase spectrale. Ainsi, puisque l'indice de groupe  $n_g(\mathbf{n})$  est une fonction monotone dans le domaine du visible, la dérivée de la phase spectrale est également monotone. Par conséquent, pour chaque fréquence, il existe une position unique du miroir correspondant à l'équation (3.10.), pour laquelle la dérivée de la phase change de signe.

Considérons un matériau dont l'indice de groupe est croissant en fonction de la fréquence, alors, quelle que soit la valeur de  $\mathbf{d}_0$ , la dérivée de la phase spectrale est croissante. De plus, si le miroir objet est positionné de telle sorte que la relation (3.10.) est vérifiée pour la fréquence  $\mathbf{n}_0$  alors :

$$\boxed{\begin{aligned} d_0 &= -(n_g(n_0) - 1)e \\ \text{et: } \begin{cases} \Delta\Phi(\mathbf{n}) \text{ est décroissante lorsque } \mathbf{n} \in [\mathbf{n}_{\min} - \mathbf{n}_0], \\ \Delta\Phi(\mathbf{n}) \text{ est croissante lorsque } \mathbf{n} \in [\mathbf{n}_0 - \mathbf{n}_{\max}]. \end{cases} \end{aligned}} \quad (3.11.)$$

Pour être complet, pour une position du miroir telle que :

$$\boxed{\begin{aligned} d_0 &> -(n_g(\mathbf{n}_{\min}) - 1)e \\ \Delta\Phi(\mathbf{n}) &\text{ est croissante } \forall \mathbf{n} \in \Delta\mathbf{n}, \end{aligned}} \quad (3.12.)$$

et pour une position du miroir telle que :

$$\boxed{\begin{aligned} d_0 &< -(n_g(\mathbf{n}_{\max}) - 1)e \\ \Delta\Phi(\mathbf{n}) &\text{ est décroissante } \forall \mathbf{n} \in \Delta\mathbf{n}, \end{aligned}} \quad (3.13.)$$

Vérifions ces résultats en modélisant la phase spectrale dans le cas où une lame de verre de BK7 est insérée dans le bras de mesure de notre dispositif d'interférométrie spectrale.

*Remarques :*

- Nous avons déjà représenté l'évolution d'un paquet d'ondes gaussien lors de sa propagation dans une lame de BK7, d'épaisseur 1mm, dans le chapitre 2 (cf. 2.2.2.4). Nous reprendrons les lois de dispersion utilisées lors de cette simulation (cf. relations (2.17) et (2.18)).
- Nous modéliserons la phase à l'issue de l'interféromètre sur une bande spectrale  $\Delta\mathbf{n}$ , identique à celle utilisée pour la simulation de mesures profilométriques :  
 $\Delta\mathbf{n} = [4,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 6,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}]$   
autour de la fréquence centrale  $\mathbf{n}_o = 5,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .
- Les indices de réfraction et de groupe du BK7 à la fréquence centrale sont les suivants :  $n(\mathbf{n}_o) = 1,5188$  et  $n_g(\mathbf{n}_o) = 1,5469$ .

Nous choisissons de représenter la phase du paquet d'ondes en sortie de l'interféromètre ainsi que son spectrogramme associé, pour trois positions du miroir de mesure, de telle sorte que les relations (3.11.), (3.12.) et (3.13.) soient vérifiées. Ces trois positions correspondent à trois décalages du miroir de mesure que nous notons  $d_{01}$ ,  $d_{02}$ , et  $d_{03}$ .

-  $d_{01}$  est choisi de telle sorte que la phase du spectrogramme soit croissante sur tout le spectre. Par conséquent,  $d_{01}$  doit vérifier la relation (3.12.) :

$$\begin{aligned} d_{01} &> -(n_g(\mathbf{n}_{\min}) - 1)e \\ \Rightarrow d_{01} &> -523 \mu\text{m} \end{aligned}$$

La valeur retenue est :  $\boxed{d_{01} = -(n(\mathbf{n}_o) - 1)e = -519 \mu\text{m}}$

*Remarque : Notons que pour cette position particulière du miroir, la phase est croissante sur tout le spectre, et s'annule pour la fréquence  $\mathbf{n}_o$ .*

- Nous choisissons le décalage du miroir  $\mathbf{d}_{02}$ , de façon à ce que l'équation (3.11.) se vérifie. La phase spectrale passe alors par un minimum.

$$\mathbf{d}_{02} = -\left(n_g(\mathbf{n}_o) - 1\right)e$$

$$\boxed{\mathbf{d}_{02} = -547\mu m}$$

*Remarque : Pour cette position du miroir, le minimum de phase advient pour la fréquence  $\mathbf{n}_o$ .*

- Enfin la troisième position du miroir de mesure est sélectionnée afin que la phase soit décroissante sur tout le spectre, pour ce faire, il suffit que  $\mathbf{d}_{03}$  assure la validité de l'équation (3.13.) :

$$\mathbf{d}_{03} < -\left(n_g(\mathbf{n}_{\max}) - 1\right)e$$

$$\Rightarrow \mathbf{d}_{03} < -565\mu m$$

Nous optons pour :  $\boxed{\mathbf{d}_{03} = -570\mu m}$

Ces trois décalages du miroir de mesure,  $\mathbf{d}_{01}$ ,  $\mathbf{d}_{02}$ , et  $\mathbf{d}_{03}$ , permettent l'obtention de trois interférogrammes spectraux différents dont les simulations ont été respectivement représentées sur les *Figure 3.14.a*, *Figure 3.14.b*, et *Figure 3.14.c*. Les interférogrammes sont ceux visualisés au niveau du capteur CCD, par conséquent le pré-traitement, prenant en compte la courbe d'étalonnage spectral, n'a pas encore été réalisé.

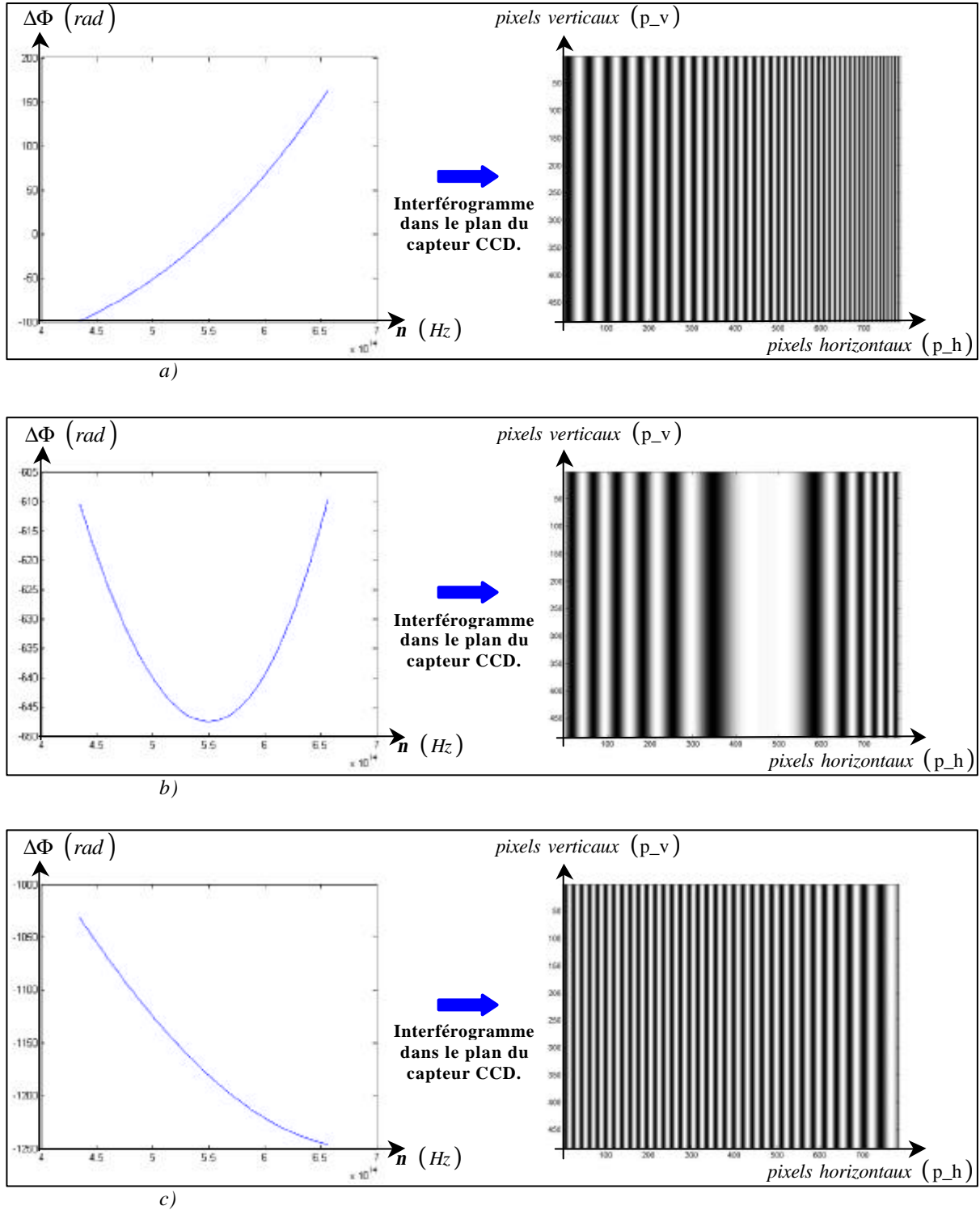


Figure 3.14 : Phase spectrale, et son interférogramme associé (modélisation) : a) pour  $d_{01} = -519\mu\text{m}$  ; b) pour  $d_{02} = -547\mu\text{m}$  ; c) pour  $d_{03} = -570\mu\text{m}$ .

Nous remarquons que l'interférogramme de la Figure 3.14.b, se compose d'une large frange (ici brillante) centrée sur le pixel correspondant à  $n_0$ , autour de laquelle, on observe une alternance de franges brillantes et de franges sombres qui se resserrent lorsqu'on s'écarte de la fréquence  $n_0$ . Le minimum local de la phase spectrale pour la fréquence  $n_0$ , ne correspond

pas obligatoirement à un multiple de  $2p$ . Ceci signifie que l'intensité du spectrogramme en  $n_0$ , ne correspond pas forcément à un maximum d'intensité. Pour connaître la valeur de la phase en  $n_0$ , il suffit de remplacer  $d_{02}$ , dans l'expression (3.7.) de la phase spectrale. Ainsi :

$$\Delta\Phi(n_0) = \frac{4pn_0}{c} \cdot \left( -(n_g(n_0) - 1)e + (n(n_0) - 1) \cdot e \right)$$

$$\Rightarrow \Delta\Phi(n_0) = \frac{-4pe n_0^2}{c} \cdot \frac{\partial n(n)}{\partial n} \Big|_{n=n_0} \quad (3.14.)$$

Finalement dans cette configuration, la valeur de la phase dépend de la dérivée de l'indice de réfraction en  $n_0$ .

Nous remarquons également, en comparant les trois interférogrammes de la *Figure 3.14*, que le nombre de franges est bien moins important pour  $d_0 = d_{02}$ , que pour les deux autres positions du miroir de mesure. A cette position du miroir, la dérivée de la phase s'annule sur l'intervalle défini par la bande spectrale analysée, ainsi les variations de la phase sur cet intervalle sont plus faibles que pour les deux autres positions du miroir. De ce fait, l'espacement minimum, entre deux franges brillantes ou deux franges sombres consécutives, est plus important que pour les deux autres interférogrammes. En conséquence, l'ensemble spectromètre-capteur CCD pourra résoudre plus facilement l'interférogramme de la *Figure 3.14.b*, que les interférogrammes des *Figure 3.14.a* et *Figure 3.14.c*.

Nous avons insisté sur l'interférogramme obtenu sur la *Figure 3.14.b*, car il présente une large frange facilement détectable expérimentalement. De plus, pour cette position du miroir de mesure, la phase spectrale, ainsi que sa dérivée suivent des lois bien spécifiques, déduites des relations (3.7.) et (3.9.) :

$$\begin{cases} \Delta\Phi(n) = \frac{4pe n}{c} \cdot (n(n) - n_g(n_0)) \\ \frac{\partial \Delta\Phi(n)}{\partial n} = \frac{4pe}{c} \cdot (n_g(n) - n_g(n_0)) \end{cases} \quad (3.15.)$$

où :  $n_0$  est la fréquence, pour laquelle la dérivée de la phase s'annule, et sur laquelle la frange étendue est centrée.

Quel que soit l'interférogramme analysé, l'information est codée dans l'apériodicité des franges provenant de la non-linéarité de la phase, induite par les propriétés dispersives du matériau sondé.

De la même façon que pour la mesure profilométrique, le but du traitement numérique est d'extraire la phase spectrale d'un interférogramme. Pour ce faire, nous avons exploré trois approches numériques :

- l'algorithme 7 points associé à la transformée de Fourier,
- la transformation en ondelettes,
- la transformation en ondelettes suivie d'une méthode d'ajustement.

Dans un premier temps, nous expliquons pourquoi l'algorithme 7 points appliqué sur la base de la Transformée de Fourier (TF) atteint ses limites pour l'analyse d'interférogramme à franges aperiodiques.

### **3.3.2. Méthode par décalage de phase :**

Dans le paragraphe précédent, nous avons modélisé trois interférogrammes spectraux obtenus par insertion d'un objet dispersif (lame à face parallèle de BK7) dans le bras de mesure de notre dispositif. Le but de ce paragraphe est de tester la méthode utilisant l'algorithme 7 points sur ces interférogrammes.

Il est clair que les algorithmes de décalage de phase sont réservés à l'extraction de l'information optique pour des franges périodiques. Toutefois, nous avons voulu évaluer la robustesse de l'algorithme 7 points (sachant qu'il est l'un des moins sensibles aux erreurs de décalages de phase), en supposant quasi-périodiques les franges spectrales obtenues à partir d'un échantillon dispersif, sur un peu plus d'une période et demie.

Tout l'enjeu ici, est de déterminer la période locale des franges spectrales, période qui varie en fonction de la fréquence optique. Une modélisation simple nous montre que, contrairement au cas des franges périodiques, la méthode de Fourier atteint ses limites pour la localisation de la périodicité des franges spectrales dans le cas d'un échantillon dispersif.

L'une des étapes de la méthode basée sur le décalage de phase (§ 3.2.4) consiste à déterminer la position du pic d'inter-corrélation. Cette position donne accès à un écart fréquentiel  $dn$  nécessaire à l'application de l'algorithme 7 points (§ 3.2.4.2, équation (3.4.)).

Pour la mesure profilométrique, la TF est bien adaptée car les franges observées sont périodiques. Par conséquent, dans le domaine de Fourier, nous observons un pic d'inter-corrélation centré sur la fréquence du signal. Finalement, le décalage fréquentiel  $dn$  calculé est constant (équation (3.4.)).

Pour une mesure d'indice de réfraction, le problème est bien différent. Les franges spectrales sont aperiodiques. Cette aperiodicité correspond à un étalement temporel du signal d'inter-corrélation dans le domaine de Fourier. Par conséquent, l'écart fréquentiel  $dn$ , relatif à un décalage de phase de  $P/2$ , varie avec la fréquence.

La détermination du décalage fréquentiel  $dn$  en fonction de la fréquence, à partir de la transformée de Fourier semble peu triviale. Pour s'en convaincre visualisons la partie réelle des transformées de Fourier de chacun des trois interférogrammes modélisés dans le paragraphe précédent. Ceux-ci sont représentés sur la *Figure 3.15*.

De façon à bien résoudre les variations temporelles de la transformée de Fourier, nous avons appliqué à chaque interférogramme, la méthode du « zero-padding ». Avec cette technique nous obtenons un signal de 4096 points dans le domaine de Fourier. De plus, nous effectuons un zoom sur le signal portant l'information utile et lui associons sa coupe suivant une ligne. Nous obtenons donc sur les *Figure 3.15.a*, *Figure 3.15.b* et *Figure 3.15.c* :

- sur la partie gauche, la partie réelle de la TF de l'interférogramme,
- et sur la partie droite, la partie réelle de la TF d'une coupe de l'interférogramme.

*Remarque : Pour chaque ligne, le signal est identique, puisque nous considérons une lame à face parallèle taillée dans un matériau homogène.*

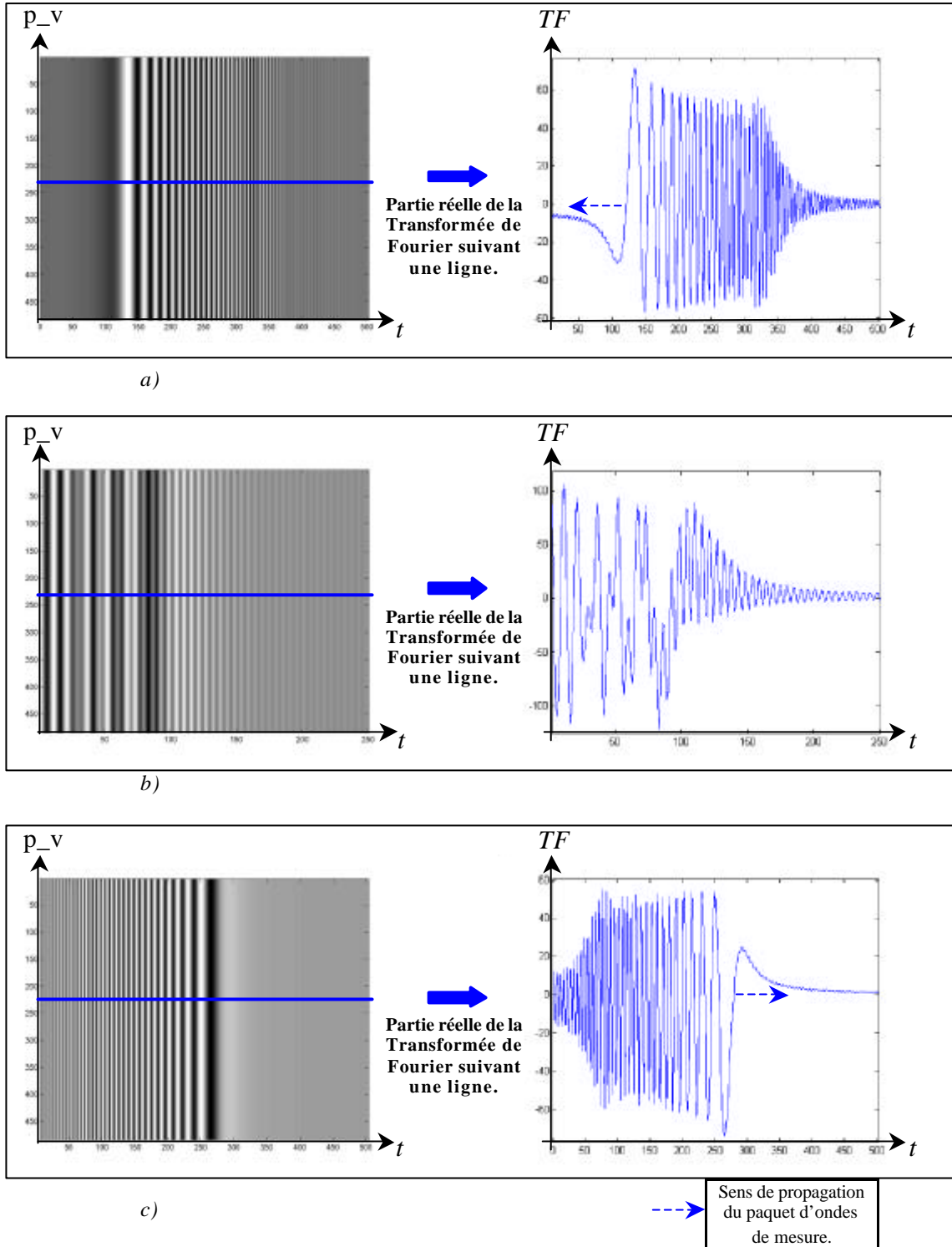


Figure 3.15 : Partie réelle de la Transformée de Fourier de l'interférogramme spectral, et coupe suivant une ligne (modélisation): a) pour  $d_{01} = -519 \mu m$  ; b) pour  $d_{02} = -547 \mu m$  ; c) pour  $d_{03} = -570 \mu m$ .

La partie réelle de la TF de l'interférogramme pour un décalage du miroir de mesure tel que  $d_{02} = -547 \mu m$  (Figure 3.15.b) ne semble pas favoriser la recherche d'un hypothétique



décalage en fréquence  $dn$ . En effet pour cette position du miroir, les deux enveloppes des paquets d'ondes en sortie de l'interféromètre se recouvrent, ce qui brouille considérablement l'information dans le domaine de Fourier. Nous retrouvons d'ailleurs ici, une des conditions que nous avons formulée dans le cas de la profilométrie, à savoir :

- L'interféromètre de Michelson doit être suffisamment déséquilibré, afin de séparer au mieux les pics d'auto-corrélation et d'inter-corrélation dans le domaine de Fourier.

De plus, dans le cas de la *Figure 3.15.b*, le signal d'inter-corrélation s'étale et les signaux porteurs de fréquences positives et négatives de la TF se recouvrent.

Par contre, les transformées de Fourier des *Figure 3.15.a* et *Figure 3.15.c*, semblent être plus à même de nous restituer des informations sur le matériau sondé. Approfondissons un peu l'analyse de ces signaux de façon à appréhender l'évolution des paquets d'ondes.

*Remarque : Le matériau que nous avons utilisé pour faire cette modélisation (BK7), a un indice qui croît en fonction de la fréquence. Ainsi, la vitesse de groupe d'une onde traversant ce matériau décroît avec la fréquence. Les basses fréquences seront donc en avance sur les hautes fréquences.*

Cette remarque nous permet de constater que :

- Sur la *Figure 3.15.a*, les basses fréquences se situent à des temps plus faibles que les autres fréquences. Le paquet d'ondes évolue donc suivant l'axe des temps négatifs. Le paquet d'ondes de mesure est par conséquent en retard sur le paquet d'onde référence (qui se situe à l'origine des temps).
- A contrario, sur la *Figure 3.15.c*, les basses fréquences se situent à des temps plus élevés que les autres fréquences. Le paquet d'ondes évolue donc suivant l'axe des temps positifs. Le paquet d'ondes de mesure est par conséquent en avance sur le paquet d'onde référence (qui se situe à l'origine des temps).

Cependant, même avec l'une de ces deux figures, il semble difficile d'extraire le décalage  $dn$  qui nous intéresse, pour mettre en œuvre l'algorithme 7 points de reconstruction de phase.

En effet, la TF consiste à décomposer le signal en somme de sinusoides de fréquences différentes et illimitées temporellement. Par conséquent, elle ne permet pas de localiser temporellement chaque fréquence du signal. La TF atteint donc ses limites pour l'étude des signaux dont la fréquence varie dans le temps. Et l'application de l'algorithme 7 points devient délicate.

Il faut également préciser que la phase des franges apériodiques peut-être extraite par la méthode de Fourier directe (§ 3.2.3), avec des précisions honorables de l'ordre du radian, mais inférieures à celles souhaitées.

Il existe cependant une alternative qui consiste à utiliser la transformée en ondelettes, afin de déterminer la variation de la périodicité des franges sur tout le spectre. Nous exposons cette méthode dans le prochain paragraphe.

### 3.3.3. Transformation en ondelettes

#### 3.3.3.1. Définition

L'introduction d'un nouvel outil pour extraire la phase d'un signal devient nécessaire, puisque la TF est peu exploitable avec les spectrogrammes observés sur les *Figure 3.14*. Nous avons remarqué dans le paragraphe précédent que l'incapacité de la TF à localiser temporellement chaque fréquence du signal provient de la nature illimitée des fonctions d'analyses. De nombreux travaux ont été menés de façon à parvenir à une information « temps-fréquence » complète.

*Remarque : Dans ce paragraphe, nous introduisons la transformée en ondelettes dans le cas le plus répandu d'une application à des signaux temporels. Pour notre étude, il s'agit de déterminer la fréquence locale pour chaque pixel de l'interférogramme. Afin de traiter nos spectrogrammes, nous utilisons donc une représentation « espace-fréquence » de la transformée en ondelettes.*

Pour parvenir à une localisation temporelle, les fonctions d'analyses utilisées pour la TF doivent recouvrir un caractère temporel limité. L'une des premières représentations prenant en compte cet aspect, est la transformée de Gabor [7]. Les fonctions analysantes  $W(t-u)$  sont alors des sinusoides modulées par une gaussienne dont l'étalement temporel est limité et constant.

La transformée de Gabor  $G(n, u)$  de la fonction  $f(t)$  est donnée par :

$$G(n, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot W^*(t-u) \cdot \exp\{-2ipnt\} \cdot dt$$

$$\text{avec: } W(t-u) = \exp\left\{-\frac{(t-u)^2}{2s_t^2}\right\} \cdot \exp\{2ipnt\}$$
(3. 16.)

où :  $u$  est le paramètre de localisation temporelle de la fenêtre,  
 $s_t$  est la demie largeur temporelle de la fenêtre.

La Transformée de Gabor est une Transformée de Fourier à fenêtre glissante, elle permet de faire une analyse simultanée en temps et en fréquence. Cependant ce modèle souffre de son incapacité à allier à la fois une bonne résolution temporelle et fréquentielle. Cet inconvénient est directement lié à la largeur de la fenêtre glissante qui est fixe. Par conséquent, l'analyse par transformée de Gabor d'un signal composé de fréquences étalées dans le temps donne une représentation approximative de celui-ci.

Pour pallier cette difficulté à représenter en temps-fréquence un signal offrant une évolution fréquentielle irrégulière, J. Morlet a introduit une nouvelle forme de fonctions analysantes. Ces fonctions présentent la particularité d'être de largeur variable. En fait, la largeur de la fenêtre s'adapte en fonction de la fréquence analysée afin de conserver simultanément une bonne résolution en temps et en fréquence sur la totalité du signal. La transformée en ondelettes est établie sur une famille de fonctions à fenêtre variable. Cette famille d'ondelettes

se décline à partir d'une fonction mère  $y(t)$ , subissant une translation dans l'espace fréquentiel, accompagnée d'une dilatation ou d'une contraction temporelle. La transformée en ondelettes associée au modèle de Morlet [8], est définie par :

$$O(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) y_{a,b}^*(t) dt$$

$$\text{avec: } y_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp \left\{ -\frac{(t-b)^2}{2a^2} \right\} \cdot \exp \left\{ 2i\pi n_0 \frac{(t-b)}{a} \right\} \quad (3.17.)$$

où :  $b$  est le paramètre de localisation temporelle de la fenêtre,  
 $a$  est appelé paramètre d'échelle de la fenêtre et de la fréquence, il est relié à la fréquence analysée,  
 $n_0$  est la fréquence « mère ».

L'avantage de cette transformée par rapport à celles évoquées précédemment, provient de la fenêtre d'analyse, dont la largeur est inversement proportionnelle à la fréquence analysée. Ceci lui confère la propriété d'être à largeur de bande relative constante, ou à facteur de qualité constant ( $Q = \frac{\Delta n}{n}$ ). En d'autres termes, le nombre de périodes de chaque ondelette de la famille est invariant.

Le choix des ondelettes de Morlet a été dicté par l'information que nous voulons extraire du signal. Dans notre cas, il ne s'agit pas de caractériser entièrement le signal, mais de déterminer la phase de celui-ci. Par conséquent la famille d'ondelettes de Morlet qui explore une partie de la gamme temporelle et fréquentielle adaptée au signal étudié, est suffisante et permet d'accéder rapidement à l'information.

### 3.3.3.2. Extraction de la phase : Application sur les modèles

Ce paragraphe est une mise en application de la transformée en ondelettes sur les différents modèles établis dans la partie 3.3.1. Nous expliquons les différentes étapes mises en œuvre, puis nous vérifions les performances de ce nouveau traitement numérique.

- La première étape, consiste à définir la famille d'ondelettes de Morlet (relation 3.17.). La *Figure 3.16* montre cette famille d'ondelettes en intensité (sur la gauche de la *Figure 3.16*), ainsi que trois coupes pour des fréquences différentes, appelées « ondelettes filles » (sur la droite de la *Figure 3.16*).

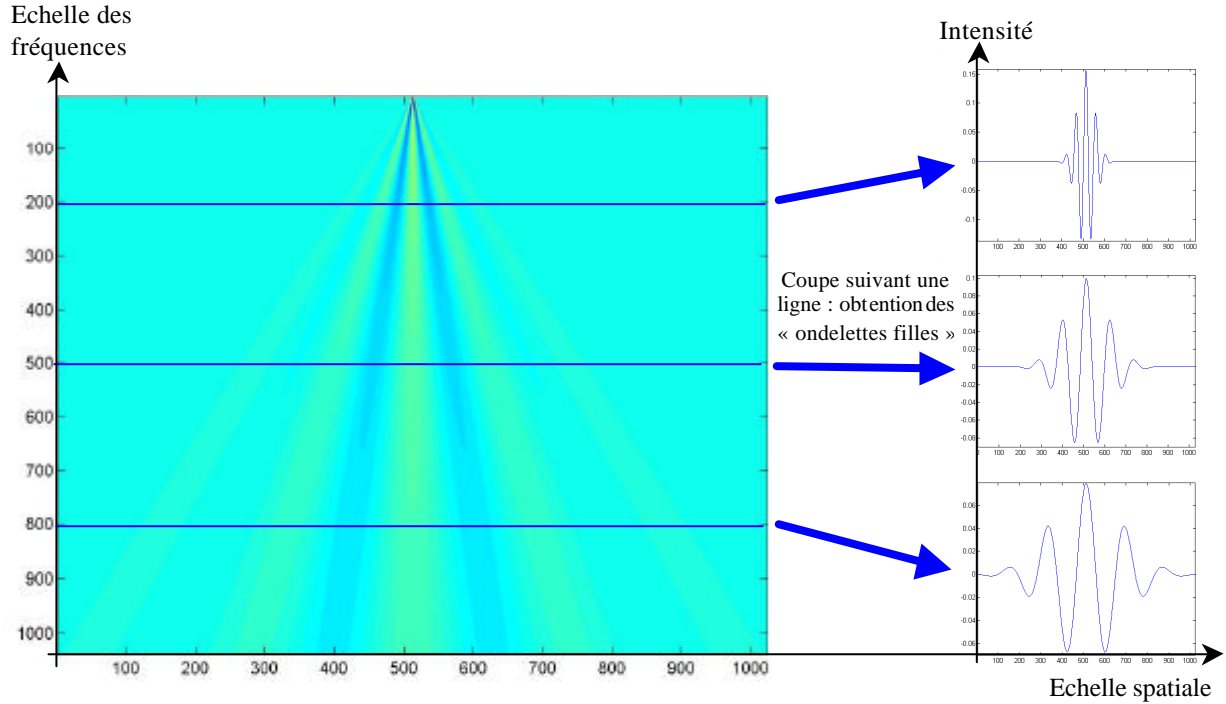


Figure 3.16 : Représentation d'une famille d'ondelettes de Morlet.

- La deuxième étape, consiste à convoluer l'image représentant la famille d'ondelettes (Figure 3.16), avec une ligne de l'interférogramme. A l'issue de cette opération nous obtenons un « scalogramme », c'est-à-dire une représentation dans l'espace  $(a, b)$  du spectrogramme. Lorsque la fréquence locale du signal étudié correspond à la fréquence d'une ondelette de la famille définie précédemment, le scalogramme présente un maximum d'intensité. Le scalogramme indique donc la fréquence locale de chaque pixel de la ligne du spectrogramme. Cette fréquence locale est codée à travers le paramètre  $a$  et sa localisation est définie par le paramètre  $b$ . Ces deux paramètres sont fonctions des variables décrivant la variation de l'intensité suivant une ligne de l'interférogramme de telle sorte que :

$$\begin{cases} a = \frac{2pn_0}{\partial \Delta \Phi(\mathbf{n}) / \partial \mathbf{n}} \\ b = \mathbf{n} \end{cases}$$

*Remarque : Les paramètres  $a$  et  $b$  sont fonctions de la variable  $\mathbf{n}$ , lorsque nous traitons les interférogrammes calibrés en fréquence. Sinon,  $a$  et  $b$  sont fonctions de la variable pixel horizontal  $p_h$ .*

L'application de ce produit de convolution sur les interférogrammes modélisés (Figure 3.14), donne lieu aux scalogrammes suivants :

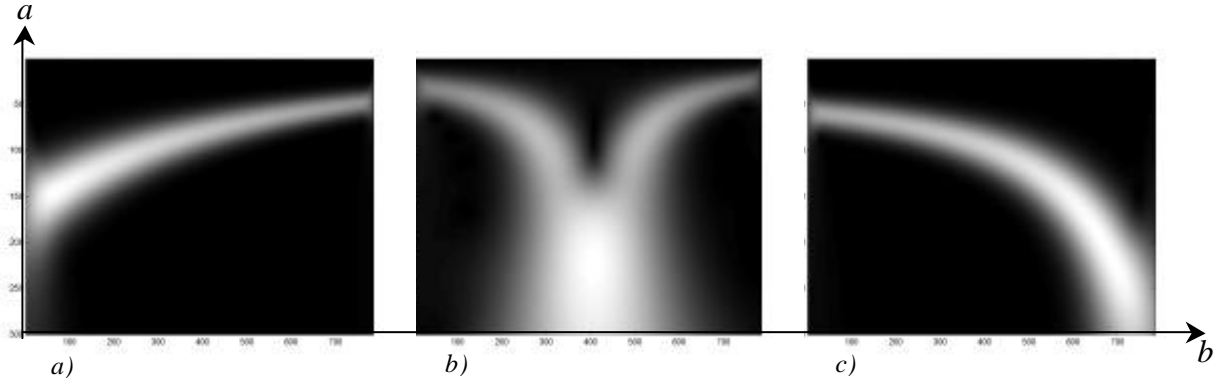


Figure 3.17 : Scalogrammes des trois interférogrammes modélisés : a) pour  $d_{01} = -519\mu\text{m}$  ; b) pour  $d_{02} = -547\mu\text{m}$  ; c) pour  $d_{03} = -570\mu\text{m}$ .

- La troisième étape, réside dans la détection du maximum d'intensité pour chaque colonne du scalogramme. Cette opération permet de déterminer l'arête du scalogramme, c'est-à-dire le lieu des points  $(a, b)$  correspondant aux ondelettes optimales pour représenter le signal. Sur la Figure 3.18, nous avons représenté l'arête des trois scalogrammes de la Figure 3.17, ainsi que la phase de la transformée en ondelettes dans le plan  $(a, b)$ .

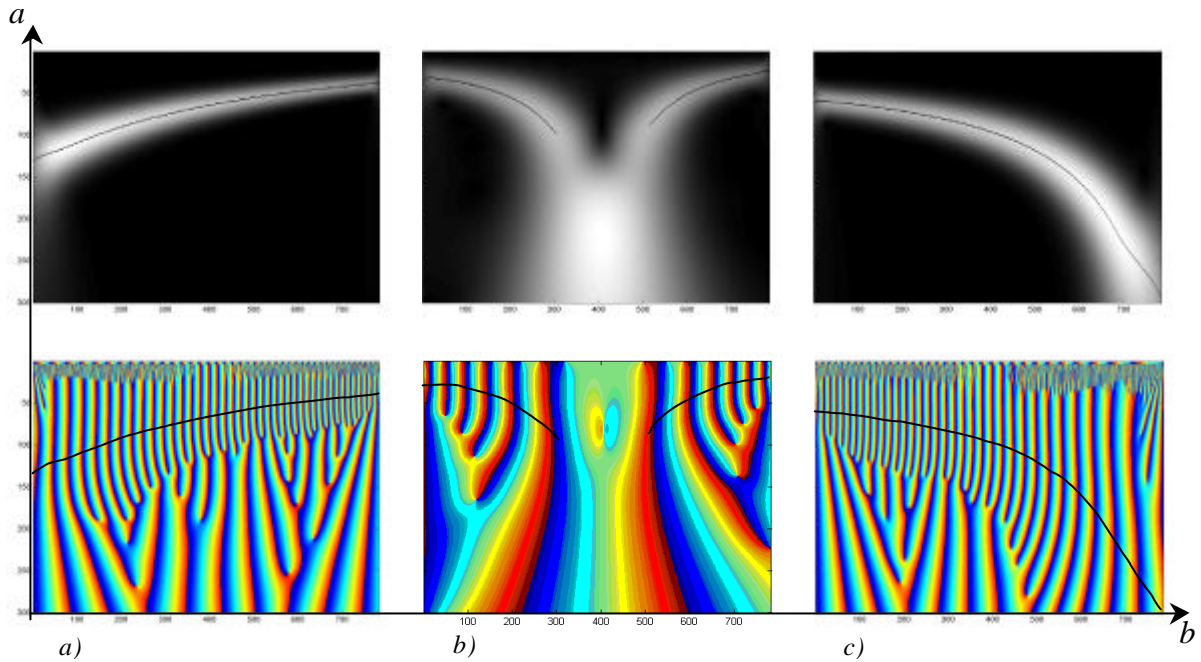


Figure 3.18 : Arêtes et phases de la transformée en ondelettes appliquée aux interférogrammes modélisés : a) pour  $d_{01} = -519\mu\text{m}$  ; b) pour  $d_{02} = -547\mu\text{m}$  ; c) pour  $d_{03} = -570\mu\text{m}$ .

Nous constatons en premier lieu que l'information est erronée sur l'arête de la Figure 3.18.b. Sur la partie de l'interférogramme correspondant à l'arête non reconstituée du scalogramme, la fréquence du signal est très faible, quasiment nulle. La famille d'ondelettes de Morlet qui explore une partie de la gamme fréquentielle est donc moins adaptée à ce signal. Pour remédier à ce problème, nous aurions pu :

- soit, traiter cet interférogramme par zones, en adaptant la gamme fréquentielle visitée en fonction de la bande spectrale du signal étudié,

- soit, adapter les paramètres  $a$  et  $b$  afin d'élargir la gamme fréquentielle explorée par la famille d'ondelettes de Morlet.

Sur les *Figure 3.18.a* et *Figure 3.18.c*, les arêtes des scalogrammes sont reconstitués pour toutes les positions de pixels.

La détermination de la phase du signal s'effectue lors de la prochaine étape.

- La quatrième étape, consiste à extraire la phase le long de l'arête du scalogramme. Celle-ci correspond aux variations de phase du signal comprises entre  $-\mathbf{p}$  et  $\mathbf{p}$ . Nous complétons cette méthode en déroulant la phase et en appliquant l'étape d'étalonnage en fréquence, de façon à obtenir la phase spectrale.

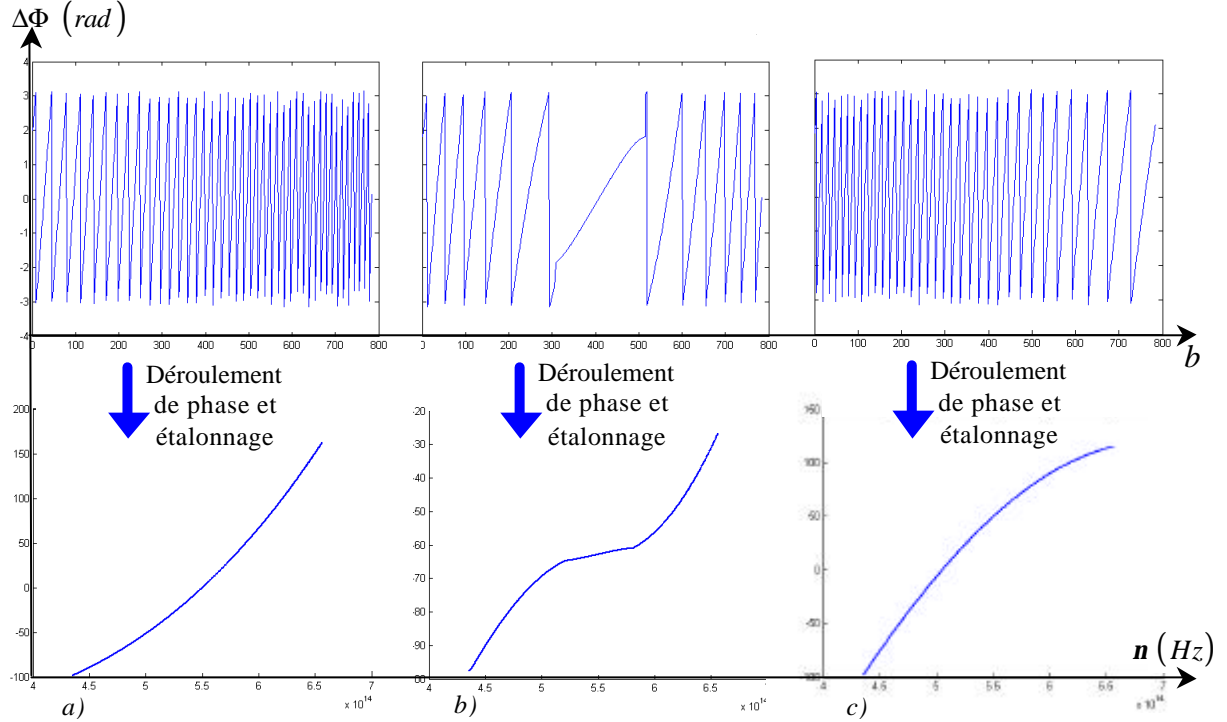


Figure 3.19 : Phases non déroulée et déroulée le long de l'arête des scalogrammes correspondants aux interférogrammes modélisés : a) pour  $\mathbf{d}_{01} = -519\mu\text{m}$  ; b) pour  $\mathbf{d}_{02} = -547\mu\text{m}$  ; c) pour  $\mathbf{d}_{03} = -570\mu\text{m}$ .

Cette approche numérique nous permet d'extraire la phase spectrale modulo  $2\mathbf{p}$  des interférogrammes recueillis sur le capteur CCD. Cependant, si on observe la phase spectrale déroulée de chacune des *Figure 3.19.a*, *Figure 3.19.b* et *Figure 3.19.c*, nous remarquons que les phases obtenues sont toutes trois strictement croissantes sur l'intervalle spectral considéré puisque le déroulement de phase utilisé consiste à ajouter  $2\mathbf{p}$  à chaque saut de phase.

Or d'après les relations (3.11.) et (3.13.), la phase spectrale est décroissante lorsque :

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_0 &= -(n_g(n_0) - 1)e & \text{pour } \mathbf{n} \in [n_{\min} - n_0], \\ \mathbf{d}_0 &< -(n_g(n_{\max}) - 1)e & \text{pour } \mathbf{n} \in \Delta\mathbf{n}, \end{aligned}$$

Ainsi, la phase reconstruite sur la *Figure 3.19.a* semble être correcte (après recalage sur la phase théorique), tandis que les phases sont vraisemblablement mal déroulées pour les deux positions du miroir de mesure telles que  $\mathbf{d}_{02} = -547\mu\text{m}$  et  $\mathbf{d}_{03} = -570\mu\text{m}$  (*Figure 3.19.b* et

Figure 3.19.c). Pour ces deux positions du miroir, nous effectuons un traitement supplémentaire qui consiste à multiplier la phase par  $-1$ , dans le domaine spectral approprié. Ce traitement est trivial pour la Figure 3.19.c, puisqu'il s'applique à toutes les fréquences analysées.

Cependant, pour la phase spectrale obtenue sur la Figure 3.19.b, nous devons appliquer ce traitement pour les fréquences appartenant à l'intervalle  $[n_{\min} : n_0]$ . Par conséquent, nous détectons en premier lieu la fréquence  $n_0$  avant de traiter la phase. Cette détection s'effectue par recherche du point d'inflexion de la phase restituée (Figure 3.19.b).

Après application de ce traitement sur la phase, nous obtenons les phases corrigées, représentées sur la Figure 3.20. Afin de vérifier sa validité, nous avons également représenté l'erreur entre la phase théorique (Figure 3.14) et la phase reconstruite.

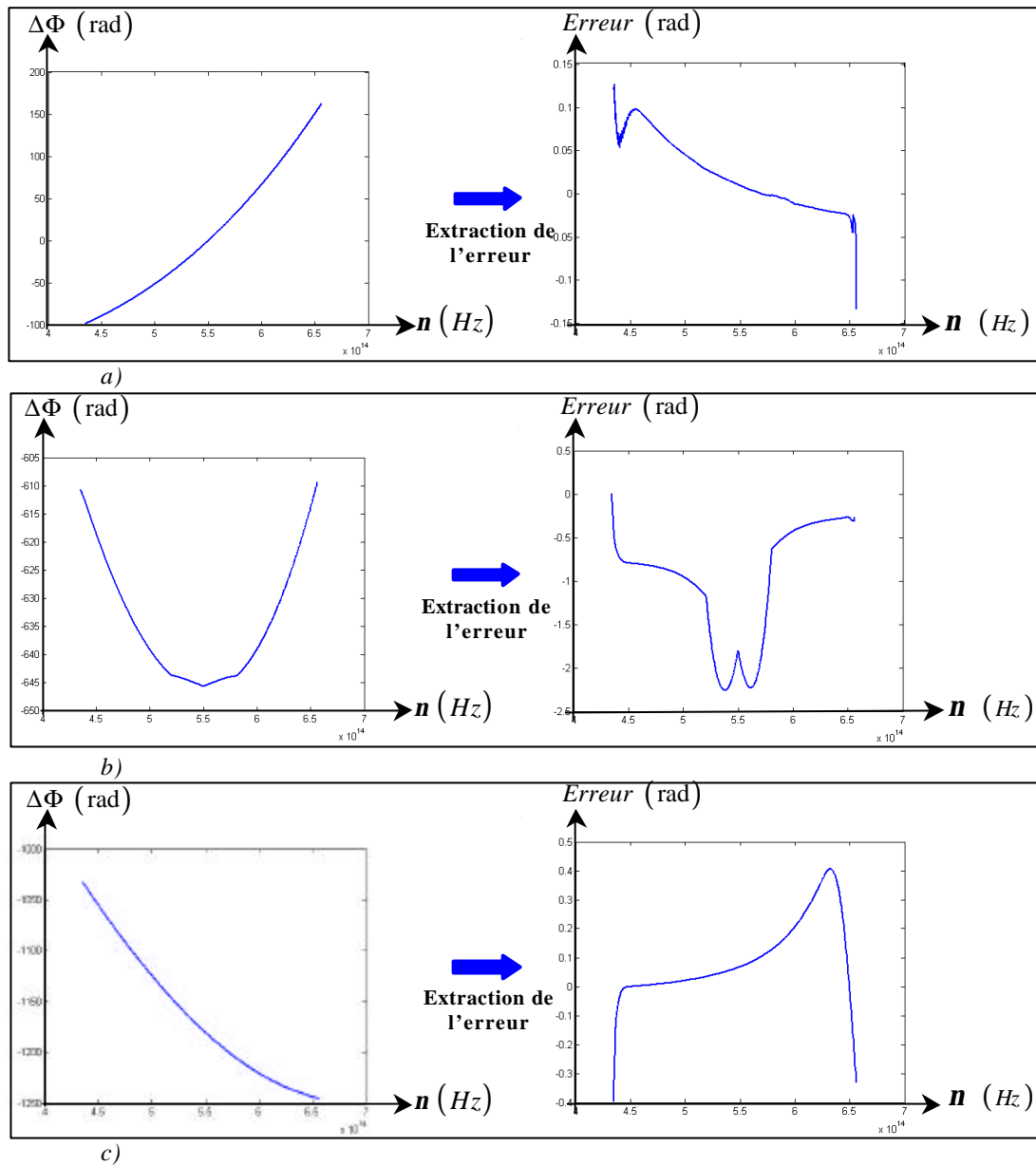


Figure 3.20 : Phase spectrale restituée par transformée par ondelettes, accompagnée de l'erreur liée au traitement par ondelettes : a) pour  $d_{01} = -519 \mu\text{m}$  ; b) pour  $d_{02} = -547 \mu\text{m}$  ; c) pour  $d_{03} = -570 \mu\text{m}$ .

*Remarque : Pour pouvoir faire ce comparatif, nous avons effectué un recalage de phase de façon à ce que la phase reconstruite soit égale à la phase théorique pour une fréquence  $\mathbf{n}$  appartenant à l'intervalle spectral analysé.*

Finalement, comme le laissait présager le scalogramme de la *Figure 3.18.b*, la restitution de la phase pour l'interférogramme de la *Figure 3.14.b*, est erronée pour les fréquences centrales du spectre analysé. La famille d'ondelettes mal adaptée, engendre une erreur de 2.3 rad sur la phase de la frange centrale. Cependant en dehors de la bande spectrale centrale, la phase est restituée avec une erreur inférieure à 1 rad (*Figure 3.20.b*). De plus, celle-ci n'excède pas 0.4 rad pour les deux autres spectrogrammes étudiés (*Figure 3.20.a et Figure 3.20.c*), et pour une variation totale de phase de l'ordre de 220 rad. Ces résultats sont bons. Cependant, si nous tenons compte de l'incertitude sur la phase induite par le traitement en ondelettes, il mène à une précision sur l'indice de réfraction de  $3 \cdot 10^{-3}$ , qui n'atteint pas celle fixée par le cahier des charges.

Dans le paragraphe suivant, nous associons un autre traitement numérique à la transformée en ondelettes, afin d'en améliorer les performances.

### **3.3.4. Améliorations apportées à la Transformée en ondelettes**

#### **3.3.4.1. Méthode d'ajustement**

Afin d'améliorer la recherche de la phase par transformée en ondelettes, nous essayons de compléter celle-ci par une méthode d'ajustement de la fonction en intensité des interférogrammes spectraux.

Cette méthode permet un ajustement des paramètres provenant du traitement par ondelettes, afin d'approcher au mieux l'intensité du spectrogramme. Cet ajustement s'effectue en minimisant par moindres carrés, l'écart entre l'intensité de l'interférogramme et l'intensité reconstruite. Cette méthode s'applique également sur une ligne de l'interférogramme.

De façon à mettre en œuvre cette méthode, le modèle utilisé doit être en adéquation avec le signal délivré en sortie de l'interféromètre spectral. Ici nous n'aurons pas à modéliser l'enveloppe du signal d'intensité, puisque celle-ci n'a pas été prise en compte pour simuler les interférogrammes (§ 3.3.1). Cependant il sera nécessaire d'en tenir compte pour l'analyse des interférogrammes expérimentaux.

Soit  $f_{fit}(\mathbf{n})$ , la fonction qui doit s'accorder au mieux avec l'intensité spectrale  $I(\mathbf{n})$ . Rappelons que pour les modélisations du paragraphe 3.3.1, nous avons :

$$I(\mathbf{n}) = \cos(\Delta\Phi(\mathbf{n}))$$

Le modèle utilisé pour la phase  $\Delta\Phi(\mathbf{n})$ , doit correspondre à tous types de matériaux homogènes. Pour la mise en équation de ce modèle, nous considérerons que la phase et la dérivée de la phase peuvent être mises sous forme de séries entières. Cette hypothèse est fondamentalement vraie. En effet, l'indice de réfraction dans le domaine du visible est une



fonction infiniment dérivable, ce qui lui confère, ainsi qu'à sa dérivée, la propriété d'être développable en séries entières (équations 3.7. et 3.9.).

Ainsi, nous aurons de façon générale :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\Phi(\mathbf{n}) = \sum_{q=0}^{+\infty} a_q \mathbf{n}^q \\ \Rightarrow \frac{\partial \Delta\Phi(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} = \sum_{q=0}^{+\infty} (q+1).a_{q+1} \mathbf{n}^q = \sum_{q=0}^{+\infty} b_q \mathbf{n}^q \end{array} \right. \quad (3.18.)$$

Les équations 3.18. constituent la base de notre modèle. La phase suit donc une loi polynomiale d'ordre infini. Bien évidemment, il n'est pas possible de modéliser un polynôme d'ordre infini, cependant plus l'ordre de ce polynôme sera élevé, plus l'approximation sera fine. Nous choisissons dans le cadre de ce paragraphe un polynôme d'ordre cinq pour mettre en œuvre cette technique d'ajustement.

La phase provenant de la transformée en ondelettes est approximée par un polynôme d'ordre cinq. Les six coefficients issus de ce polynôme constituent les valeurs initiales au voisinage desquelles le programme va chercher à minimiser l'écart entre la fonction  $f_{fit}(\mathbf{n})$  et l'intensité spectrale  $I(\mathbf{n})$  par une méthode des moindres carrés. Le résultat de cette étape est représenté sur la Figure 3.21 pour la position du miroir de mesure  $\mathbf{d}_{01} = -519\mu\text{m}$ , permettant d'obtenir un interférogramme dont la phase est croissante.

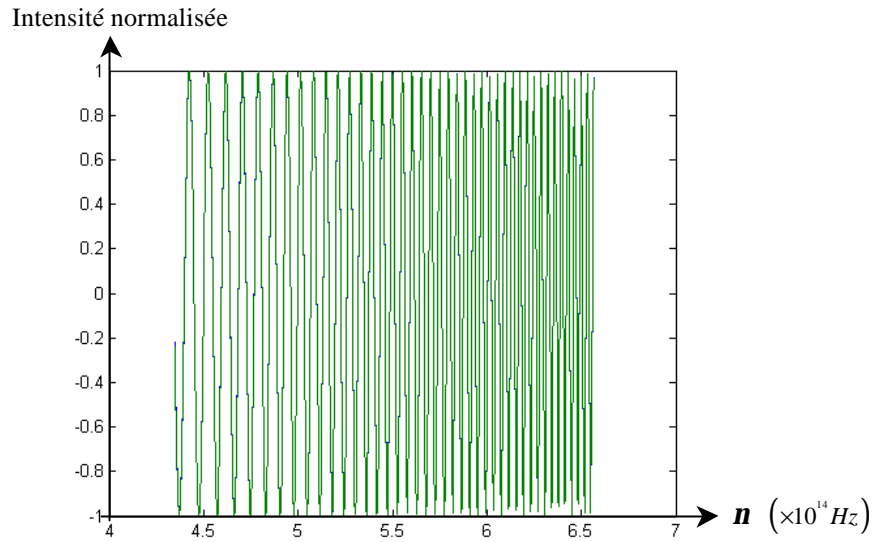


Figure 3.21 : Intensité modélisée (bleu), et intensité restituée (vert) par la méthode d'ajustement pour  $\mathbf{d}_{01} = -519\mu\text{m}$ .

Les intensités recherchée (en bleu sur la Figure 3.21) et restituée (en vert sur la Figure 3.21) par la méthode d'ajustement sont quasiment identiques, elles sont donc indiscernables. A l'issue de cette approche numérique, nous avons accès à six nouveaux paramètres constituant le polynôme d'ordre cinq, qui s'apparente le plus avec la phase spectrale modulo  $2\mathbf{p}$ . Afin de valider cet algorithme, nous représentons la phase reconstruite, ainsi que l'erreur introduite par cette méthode (Figure 3.22).

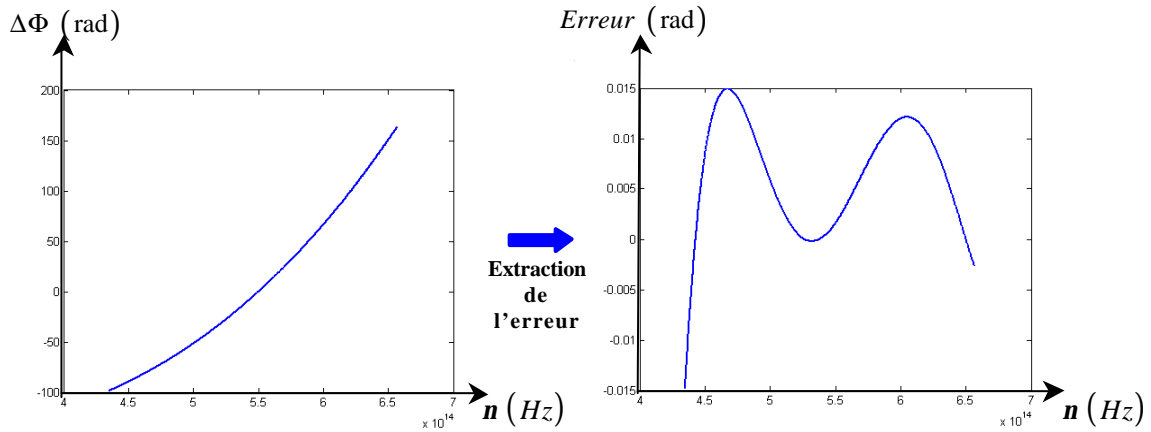


Figure 3.22: Phase spectrale restituée par la méthode d'ajustement, accompagnée de l'erreur liée au traitement par ondelettes : pour  $d_{01} = -519 \mu\text{m}$ .

*Remarque 1 : Tout comme pour le traitement en ondelettes, pour pouvoir faire ce comparatif, nous avons effectué un recalage de phase de façon à ce que la phase reconstruite soit égale à la phase théorique pour une fréquence  $n$  appartenant à l'intervalle spectral analysé. Ce recalage est nécessaire car il existe une infinité de polynômes qui assurent un bon ajustement de la courbe d'intensité (Figure 3.21).*

Cette méthode a également été testée sur les deux autres interférogrammes modélisés, montrant une nette amélioration des résultats obtenus par la transformation en ondelettes (Figure 3.23).

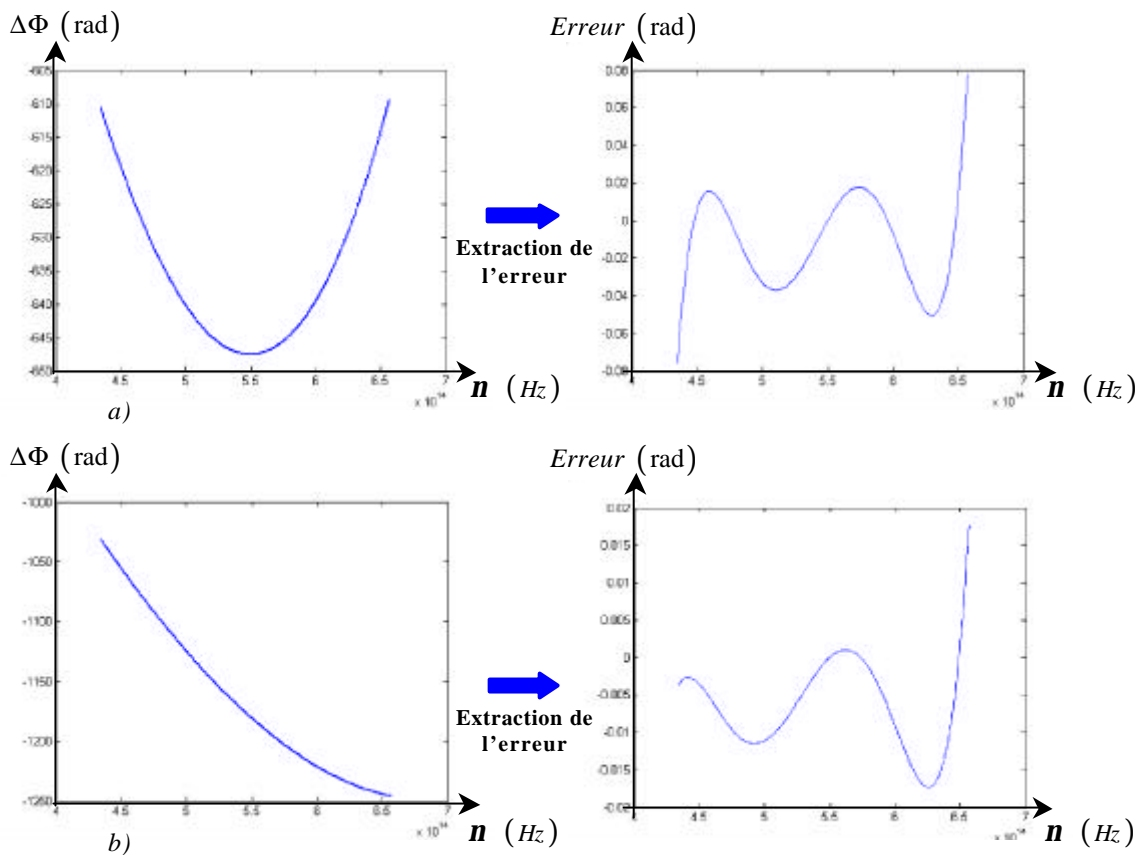


Figure 3.23: Phase spectrale restituée par la méthode d'ajustement, accompagnée de l'erreur liée au traitement par ondelettes : a) pour  $d_{02} = -547 \mu\text{m}$  ; b) pour  $d_{03} = -565 \mu\text{m}$ .

Ce traitement améliore substantiellement les résultats obtenus par la transformée en ondelettes puisque l'erreur maximale relevée est de 0.015 rad (*Figure 3.22*). Par conséquent, si l'expérimentateur positionne le miroir de mesure dans le cas où  $d_{01} = -519\mu m$ , alors l'erreur réalisée sur la phase est minimisée. Rappelons que ce cas se traduit par l'obtention d'un spectrogramme dont les franges se resserrent dans le sens des fréquences croissantes. L'expérimentateur peut donc aisément se placer dans ce cas, par un balayage rapide du miroir de mesure et par observation des interférogrammes au niveau du capteur CCD. L'approche numérique employée pour évaluer la phase relative étant bien définie, nous cherchons à déterminer dans le paragraphe suivant, la variation de l'indice de groupe, ainsi que la loi de dispersion du matériau sondé sur toute la plage spectrale  $\Delta n$ .

### **3.3.5. Recherche de l'information :**

#### **3.3.5.1. Indice de groupe**

La phase relative est à présent connue avec une précision très acceptable. Nous noterons :

- $\Delta\Phi_{fit}(n)$ , la phase calculée par combinaison de la transformée par ondelettes et de la méthode d'ajustement,
- et  $\Delta\Phi(n)$ , la phase à laquelle on veut accéder.

Alors nous avons :

$$\Delta\Phi_{fit}(n) = \Delta\Phi(n) + 2pn + Erreur(n) \quad \text{avec: } p \in \mathbb{Z}$$

La *Figure 3.22* montre que l'erreur peut être négligée, ainsi :

$$\Delta\Phi_{fit}(n) = \Delta\Phi(n) + 2pn \quad \text{avec: } p \in \mathbb{Z}$$

*Remarque : Le paramètre  $p$  est indéterminé, quelque soit la valeur de ce paramètre, la fonction de phase  $\Delta\Phi_{fit}(n)$  assure l'ajustement de la fonction d'intensité des franges.*

Vérifions les informations auxquelles la phase relative calculée par la méthode d'ajustement,  $\Delta\Phi_{fit}(n)$ , nous fait accéder. D'après l'équation précédente, les dérivées des phases calculée et modélisée sont égales.

$$\frac{\partial \Delta\Phi_{fit}(n)}{\partial n} = \frac{\partial \Delta\Phi(n)}{\partial n}$$

Nous avons donc une connaissance absolue de la dérivée de la phase et, selon l'équation (3.9.), nous obtenons :

$$\frac{\partial \Delta\Phi_{fit}(n)}{\partial n} = \frac{4p}{c} \cdot (d_0 + (n_g(n) - 1)e)$$

$$\Rightarrow n_g(n) = \frac{c}{4pe} \cdot \frac{\partial \Delta \Phi_{fit}(n)}{\partial n} - \frac{d_0 - e}{e} \quad (3.19.)$$

$d_0$  et  $e$ , sont des paramètres expérimentaux dont les valeurs sont connues. Par conséquent, ce dispositif d'interférométrie spectrale permet de calculer la loi de variation de l'indice de groupe en une seule acquisition.

Nous déterminons cet indice de groupe à partir de la phase calculée précédemment et représentée sur la *Figure 3.22*. Pour ce faire, il nous suffit de calculer la dérivée de la phase obtenue par la méthode d'ajustement, puis d'appliquer la relation (3.19.). Le résultat accompagné de son erreur est présenté sur la *Figure 3.24*.

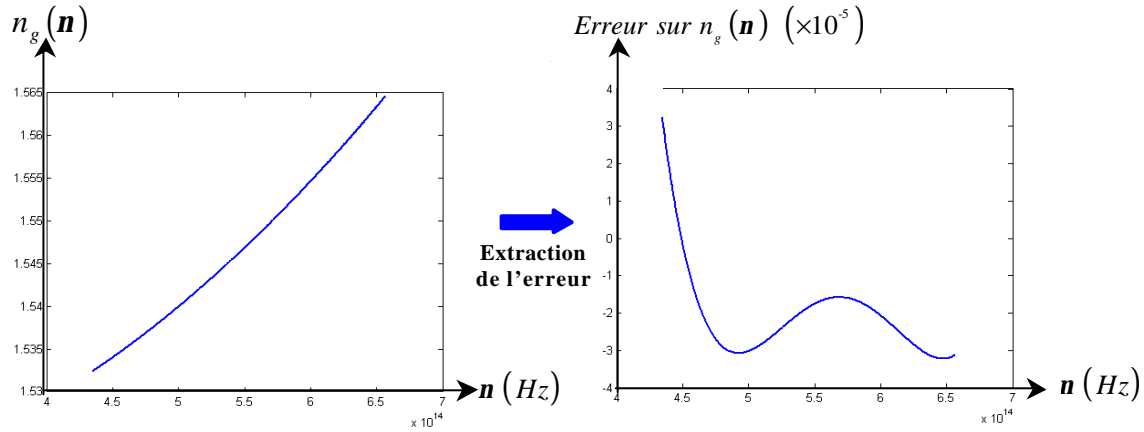


Figure 3.24 : Indices de groupe calculés par la méthode d'ajustement, et l'erreur commise par rapport au modèle donné par l'équation de Sellmeier.

Ce résultat est en accord avec le cahier des charges qui nous a été fixé. L'erreur commise sur celui-ci n'excède pas  $4 \cdot 10^{-5}$ , sur la bande spectrale analysée.

La détermination de l'indice de groupe par interférométrie spectrale vient d'être établie. Cependant, ce sont les variations de l'indice de réfraction qui nous intéressent dans ce projet.

### 3.3.5.2. Indice de réfraction

#### Description d'une méthode pour calculer l'indice de réfraction :

L'information sur l'indice de réfraction est contenue dans la phase, et l'équation (3.7.) nous donne :

$$\Delta \Phi_{fit}(n) = \frac{4pn}{c} \cdot (d_0 + (n(n) - 1) \cdot e) + 2p \quad \text{avec : } p \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n(n, p) = \frac{c}{4pe} \Delta \Phi_{fit}(n) - \frac{d_0 - e}{e} - p \cdot \frac{c}{2en} \\ \frac{\partial n(n, p)}{\partial n} = \frac{n_g(n) - n(n, p)}{n} \end{cases} \quad \text{avec : } p \in \mathbb{Z} \quad (3.20.)$$

La connaissance de la phase modulo  $2\pi$ , ne nous permet pas d'extraire l'indice de réfraction. En effet, quelle que soit la valeur de l'entier « p », la phase  $\Delta\Phi_{fit}(\mathbf{n})$  est cohérente avec l'interférogramme obtenu. En d'autres termes, si on introduisait « p » échantillons différents, dont les lois de dispersion seraient celles écrites en (3. 20.), alors le système de franges en sortie de notre dispositif d'interférométrie spectrale serait toujours le même. Ce constat laisse penser que l'indice de réfraction ne peut être mesuré de façon absolue puisque le système d'interférométrie spectrale génère une infinité de solutions (pour chaque ordre p). Ce nombre de solutions est cependant restreint, car l'indice  $n(\mathbf{n}, p)$  est inférieur à l'indice de groupe (équation 20.) et est supérieur à 1. Néanmoins, celui-ci reste très grand (environ 1000 solutions possibles).

*Remarque : Dans le cas de la profilométrie le problème ne se pose pas, puisque dans ce cas la phase est linéaire. Par conséquent, la connaissance de la pente, nous permet un recalage systématique de la phase en imposant à celle-ci de passer par l'origine ( $\Delta\Phi(0) = 0$ ). Dans le cas de la mesure d'indice, le recalage de la phase à l'origine est impossible, puisque nous ne connaissons pas la loi de variation de l'indice pour les fréquences inférieures à  $\mathbf{n}_{min}$ .*

Pour solutionner ce problème, il faudrait :

- soit avoir une connaissance à priori de l'indice de réfraction pour une fréquence quelconque appartenant à l'intervalle de fréquences analysées,
- soit faire une acquisition supplémentaire apportant de nouvelles informations.

La deuxième option a été longuement explorée, soit par translation du miroir de mesure, soit par rotation de l'échantillon. La translation du miroir est parfaitement inefficace puisqu'elle conduit à l'ajout d'un terme linéaire à la phase, ce qui n'apporte évidemment aucune information nouvelle. Par contre, la rotation de l'échantillon permet de modifier l'épaisseur de matière traversée par le paquet d'ondes de mesure, ce qui revient à ajouter un nouveau terme non linéaire à la phase, susceptible de nous fournir l'information manquante.

Dans la suite de ce paragraphe, nous tenterons de déterminer la phase absolue par rotation de l'échantillon. Cette méthode permet de lever l'indétermination sur l'indice de réfraction.

Expérimentalement, cette méthode consiste, à tourner l'échantillon d'un angle  $\mathbf{q}_{rot}$  et à chercher par balayage du miroir de mesure, un système de franges d'interférences. Dans l'annexe II, nous avons démontré les expressions, de la phase et de sa dérivée, en fonction de la fréquence, pour l'angle  $\mathbf{q}_{rot}$  (cf. Annexe II, relations (II.1) et (II.4)).

Après obtention d'un interférogramme lors de la rotation de l'échantillon, il est possible de déterminer la phase relative de celui-ci et sa dérivée par la méthode décrite précédemment (transformée par ondelettes et méthode d'ajustement). Nous notons ces fonctions,  $\Delta\Phi_{rot-fit}(\mathbf{n})$ , et  $\frac{\partial \Delta\Phi_{rot-fit}(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}}$ . De la même façon que précédemment, le traitement numérique réside dans l'approximation de la phase relative par un polynôme d'ordre cinq.

Le premier interférogramme effectué en incidence normale nous a permis de déterminer un très grand nombre de solutions pour l'indice de réfraction, de telle sorte que celui-ci, suit la

loi donnée par l'équation (3. 20.). A partir des données de ce premier interférogramme, il est possible de construire deux vecteurs  $[n(\mathbf{n}, p)]$  et  $\left[\frac{\partial n(\mathbf{n}, p)}{\partial \mathbf{n}}\right]$ , solutions du premier interférogramme, où seul le paramètre  $p$  change.

Par combinaisons linéaires des deux vecteurs définis par la relation (3. 20.), nous formons un système de quatre vecteurs :  $[A(\mathbf{n}, p)]$ ,  $[B(\mathbf{n}, p)]$ ,  $\left[\frac{\partial A(\mathbf{n}, p)}{\partial \mathbf{n}}\right]$ , et  $\left[\frac{\partial B(\mathbf{n}, p)}{\partial \mathbf{n}}\right]$ .

Ceux-ci sont spécifiques à l'interférogramme obtenu après rotation de l'échantillon. Ils sont créés à partir des relations déterminées dans l'annexe II (cf. Annexe II, relations (II.2) et (II.3)).

Enfin, on définit les vecteurs  $[\Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n}, p)]$  et  $\left[\frac{\partial \Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n}, p)}{\partial \mathbf{n}}\right]$ , de  $p$  éléments, qui constituent respectivement  $p$  solutions possibles de la phase du spectrogramme obtenu après rotation de l'objet sondé, et de sa dérivée (cf. Annexe II, relations (II.1) et (II.4)).

Pour extraire de ces vecteurs, constitués d'un ensemble de solutions possibles, la solution qui correspond à la fois à l'interférogramme en incidence normale et en incidence quelconque, il suffit de construire une matrice qui teste la validité de chaque solution. Ce test s'effectue soit sur l'intensité normalisée, soit sur la dérivée de la phase. Nous notons respectivement  $[Err_1]$ , et  $[Err_2]$ , ces deux matrices.

$$\begin{aligned} [Err_1] &= \left( \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \left( \cos(\Delta\Phi_{rot-fit}(\mathbf{n})) - [\cos(\Delta\Phi(\mathbf{n}))] \right) \right)^2 \\ [Err_2] &= \left( \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \left( \frac{\partial \Delta\Phi_{rot-fit}(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} - \left[ \frac{\partial \Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} \right] \right) \right)^2 \end{aligned} \quad (3. 21.)$$

Ces matrices sont constituées de  $p$  éléments. Parmi ces éléments, il en existe un, pour lequel l'erreur est minimale. Si ce minimum se réalise pour  $p = p_0$ , alors, le couple de points  $\left(n(\mathbf{n}, p_0), \frac{\partial n(\mathbf{n}, p_0)}{\partial \mathbf{n}}\right)$  est à la fois solution du système de franges spectrales obtenu, en incidence normale, et en incidence quelconque.

Finalement, cette méthode doit aboutir à la solution suivante :

$$\begin{cases} n(\mathbf{n}, p_0) = \frac{c}{4pe\mathbf{n}} \Delta\Phi_{fit}(\mathbf{n}) - \frac{d_0 - e}{e} - p_0 \cdot \frac{c}{2e\mathbf{n}} \\ \frac{\partial n(\mathbf{n}, p_0)}{\partial \mathbf{n}} = \frac{n_g(\mathbf{n}) - n(\mathbf{n}, p_0)}{\mathbf{n}} \end{cases} \quad (3. 22.)$$

### Application de la méthode décrite :

Si nous appliquons ce processus sur l'objet que nous avons modélisé (lame de verre de BK7), après une rotation de  $q_{rot} = 10$  degrés, et un positionnement du miroir de telle sorte que  $d_{rot} = -525 \mu m$ , alors nous observons dans le plan du capteur CCD, l'interférogramme suivant :

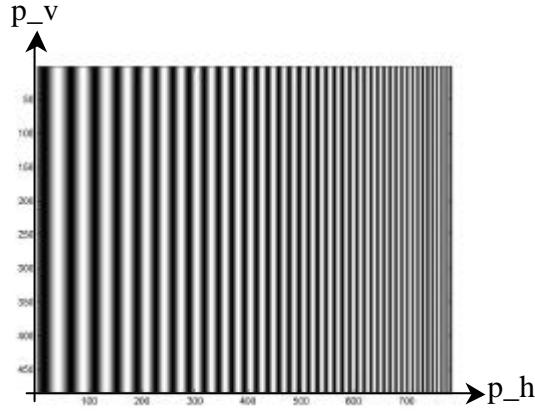


Figure 3.25: Interférogramme observé après une rotation de l'échantillon de 10 degrés et un décalage du miroir de mesure tel que  $d_{rot} = -525 \mu m$  (modélisation).

On extrait la phase de cet interférogramme en utilisant la transformation par ondelettes, et en appliquant la méthode d'ajustement, puis on calcule sa dérivée.

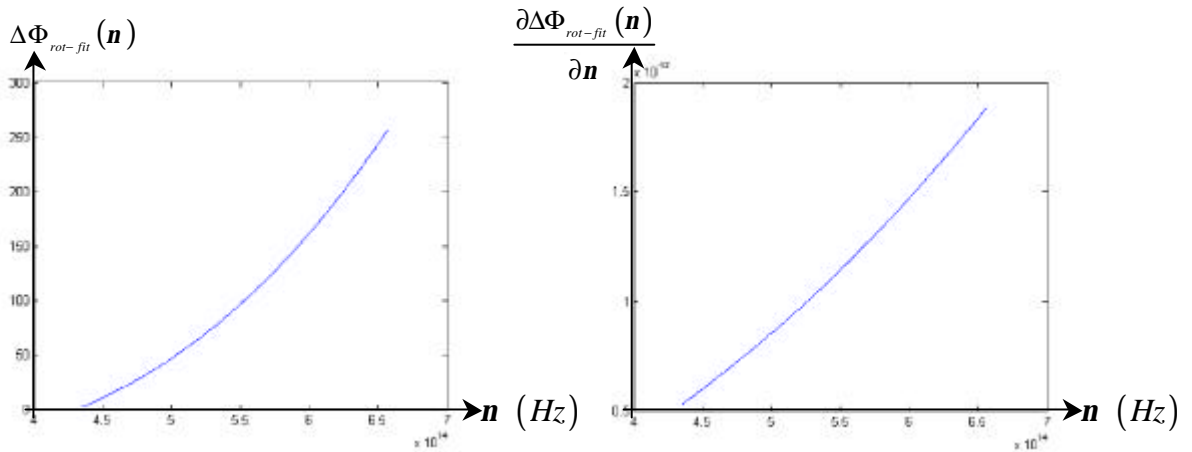


Figure 3.26 : Phase de l'interférogramme de la figure 3.24 et sa dérivée calculée par la méthode d'ajustement.

A partir des différentes solutions de l'indice de réfraction et de sa dérivée, on crée une matrice de solutions que l'on compare d'une part, à l'intensité normalisée de l'interférogramme après rotation de l'échantillon et d'autre part, à la dérivée de sa phase.

Après modélisation, il apparaît que la dérivée de la phase ne varie pas suffisamment en fonction du paramètre  $p$  pour extraire une solution unique pour l'indice de réfraction. Par contre, si on applique cet algorithme à l'intensité normalisée, on obtient une solution

préférentielle pour la courbe de dispersion de l'objet sondé. Nous avons représenté sur la *Figure 3.27*, la fonction  $Err_1$ , en fonction du paramètre  $p$ .

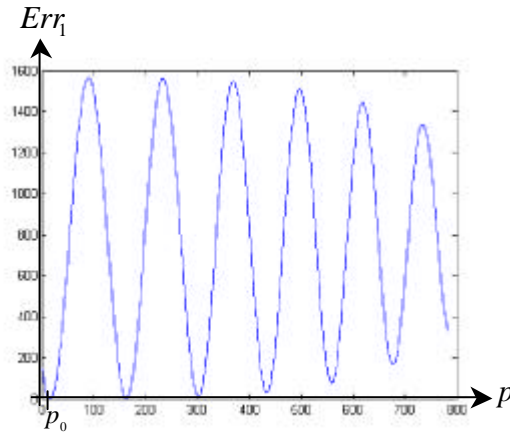


Figure 3.27 : Représentation de  $Err_1$  en fonction du paramètre  $p$ .

Sur la *Figure 3.26*, le minimum se situe pour  $p = p_0$ . Enfin, nous pouvons calculer et représenter la relation de dispersion de l'objet sondé donnée par l'équation  $n(\mathbf{n}, p_0)$ . Dans le cas du BK7, nous obtenons la courbe de la *Figure 3.27*, accompagnée de l'erreur par rapport à la courbe de dispersion donnée par l'équation de Sellmeier.

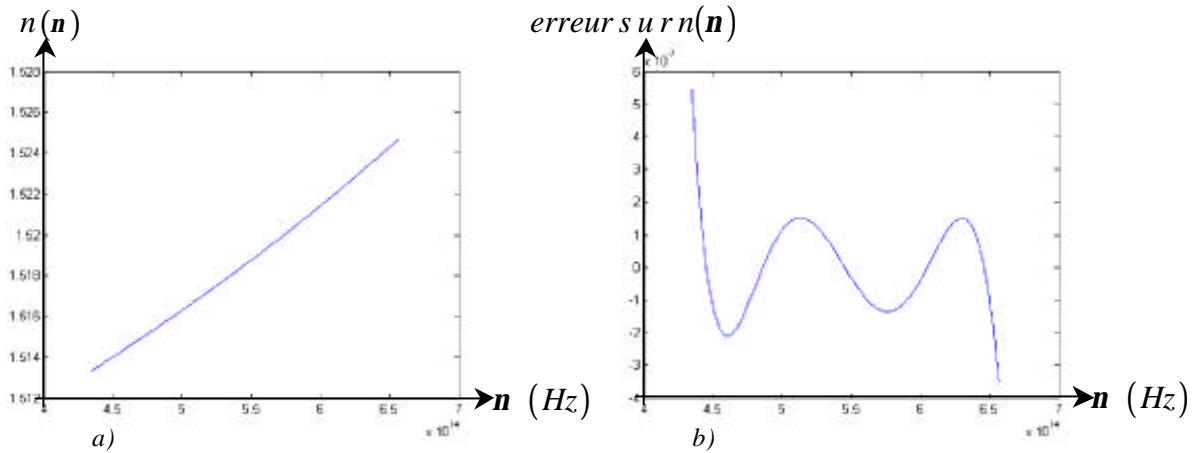


Figure 3.28 : a) Indice de réfraction déterminé par rotation de l'échantillon ; b) erreur commise sur l'indice de réfraction avec cette méthode.

Les résultats obtenus sur le calcul de l'indice de réfraction à partir de l'étude d'un interférogramme acquis après rotation de l'échantillon sont très satisfaisants. L'erreur commise sur celui-ci n'excède pas  $6 \cdot 10^{-7}$  sur l'ensemble de la bande spectrale étudiée (*Figure 3.28.b*). La détermination de l'indice de réfraction et de l'indice de groupe par interférométrie spectrale a été démontrée. Cependant, pour garder un esprit critique sur ce travail, il faut rappeler qu'il s'agit d'une modélisation et les courbes d'erreurs des *Figure 3.24* et *Figure 3.28* ne prennent pas en compte les incertitudes de mesures sur les paramètres  $\mathbf{d}_0$ ,  $\mathbf{d}_{rot}$ ,  $\mathbf{q}_{rot}$  et  $e$ . Rappelons que  $\mathbf{d}_0$  et  $\mathbf{d}_{rot}$  sont des paramètres relatifs à la position du miroir de mesure. Ces paramètres sont donc connus avec une précision qui dépend de la platine de déplacement utilisée pour positionner ce miroir. Les précisions sur l'épaisseur  $e$  de l'objet et



l'angle de rotation  $q_{rot}$ , dépendent quant à elles, de l'appareil de mesure utilisé pour les déterminer. Les incertitudes sur ces paramètres peuvent engendrer des imprécisions importantes sur l'indice de réfraction ou l'indice de groupe.

Nous venons de décrire des méthodes numériques dédiées soit à la recherche d'un profil de surface, soit à la détermination de la loi de dispersion d'un matériau. Dans la suite de ce chapitre nous apportons un complément à cette étude, en étudiant, le comportement de notre dispositif lorsqu'on insère une lentille dans le bras de mesure. La prochaine partie s'attache à montrer les déformations de fronts d'onde liées aux aberrations des lentilles, et à modéliser les figures d'interférences engendrées par ces défauts optiques.

---

### **3.4. FRANGES APÉRIODIQUES COURBÉES : LES LENTILLES**

---

La fonction d'une lentille est de transformer un front d'onde incident plan en un front d'onde cylindrique ou sphérique de façon à ce que le faisceau lumineux converge bien au foyer. L'un des objectifs de ce travail est de vérifier si une lentille remplit convenablement ses fonctions optiques. Le dispositif d'interférométrie spectrale est basé sur la comparaison des fronts d'onde ayant transité dans les deux bras de l'interféromètre. Ainsi, toute figure d'interférences non conforme à celle attendue, montre l'existence d'aberrations géométriques et chromatiques. L'objectif de ce paragraphe est de modéliser l'interférogramme issu de notre dispositif dans le cas où l'objet étudié est une lentille « parfaite », puis, d'observer les altérations engendrées sur cet interférogramme pour différents types d'aberrations.

#### **3.4.1. Lentille dépourvue d'aberrations**

Avant tout, pour obtenir des franges d'interférences après insertion de la lentille, il faut que les conditions de cohérence spatiale et temporelle soient conservées. Il est toujours possible de rétablir les conditions temporelles par déplacement du miroir de mesure. Cependant pour que les faisceaux de référence et de mesure issus de l'interféromètre se superposent spatialement, il est nécessaire de placer la lentille de telle sorte que le miroir de mesure coïncide avec son plan focal image.

Dans cette configuration, le segment lumineux vertical, collimaté à l'entrée de l'interféromètre, converge dans le plan du miroir de mesure. Après réflexion sur celui-ci et nouveau passage à travers la lentille, le faisceau en sortie du bras de mesure est de nouveau collimaté et se superpose spatialement avec le faisceau de référence. Autrement dit, une lentille dépourvue d'aberrations transforme le front d'onde incident plan, en un front d'onde sphérique convergent dans le plan du miroir. La réflexion sur le miroir n'altère pas la forme du front d'onde et par conséquent, après réflexion, la lentille convertit le front sphérique, en un front d'onde plan (cf. *Figure 3.29*).

Finalement, les fronts d'onde de référence et de mesure en sortie de l'interféromètre sont tous les deux plans, ce qui signifie que la phase est invariante en fonction de la coordonnée spatiale  $x$ .

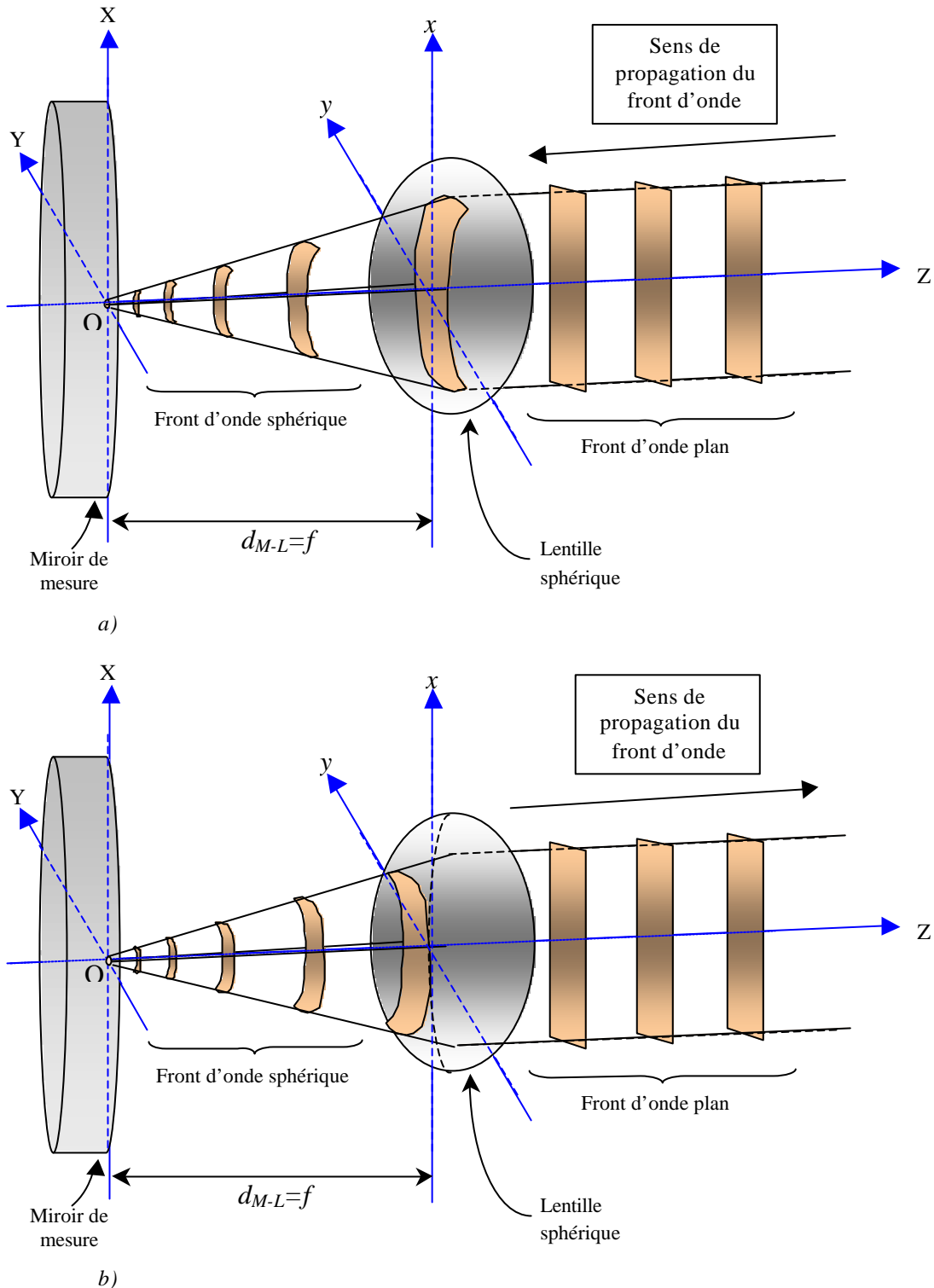


Figure 3.29 : a) Modification du front d'onde lors de l'aller dans le bras de mesure ; b) Modification du front d'onde lors du retour dans le bras de mesure.

Cependant, la phase du front d'onde de mesure dépend de l'indice de réfraction du matériau qui compose la lentille et a fortiori de la fréquence considérée. Ainsi la phase spectrale varie de la même façon que pour un matériau dispersif (cf. *paragraphe 3.3.1*). Afin de mieux comprendre le comportement de la phase spectrale, raisonnons à partir de la notion de front d'onde.

Le rayon se propageant le long de l'axe optique de la lentille (OZ) traverse une épaisseur  $e$  de verre d'indice  $n(\mathbf{n})$ , sans être dévié. Ainsi le déphasage entre l'onde référence et l'onde de mesure,  $\Delta\Phi(\mathbf{n})$ , introduit lors d'un aller-retour en  $x=0$ , est équivalent à celui introduit par une lame de verre à faces parallèles de même épaisseur et de même indice de réfraction. De plus, ce déphasage est invariant en fonction de la coordonnée spatiale  $x$ , puisque lors d'un aller-retour, le front d'onde (surface équiphase) reste plan pour une lentille dépourvue d'aberrations géométriques.

Ainsi :

$$\Delta\Phi(\mathbf{n}, x) = \frac{4pn}{c} (d_0 + (n(\mathbf{n}) - 1).e)$$

où :  $e$  est l'épaisseur au centre de la lentille,

$n(\mathbf{n})$  est l'indice de réfraction du matériau composant la lentille,

et  $d_0$  est le décalage du miroir de mesure par rapport au contact optique.

Les interférogrammes devraient, par conséquent, être semblables à ceux obtenus dans le paragraphe précédent (cf. *Figure 3.14*). Ainsi la présence, en sortie de notre dispositif, d'un spectre cannelé dont les franges sont verticales démontre le bon comportement de la lentille étudiée. Par contre, plus les franges s'écartent de ce modèle, plus la lentille présente des aberrations géométriques et/ou chromatiques. La difficulté est de déterminer le phénomène qui est à l'origine de la déformation du front d'onde et de quantifier celle-ci.

Dans la suite de ce paragraphe, nous établissons un inventaire des différentes sources d'altérations d'un front d'onde et modélisons les figures d'interférences qui sont associées à celles-ci.

### **3.4.2. Les différents types d'altérations du front d'onde**

Une lentille présente inévitablement des défauts, aussi faibles soient-ils, qui vont altérer le front d'onde. On appelle aberration, l'écart entre le front d'onde souhaité (en général un front d'onde sphérique ou cylindrique) et le front d'onde réel. Généralement, les aberrations d'un système optique sont décrites par les polynômes de Zernike. Ils forment une base sur laquelle on décompose l'écart entre le front d'onde de mesure et le front d'onde idéal. Les termes de ces polynômes sont affectés des coefficients de Zernike qui correspondent aux aberrations optiques. Dans cette étude qui se veut qualitative, nous aborderons les aberrations de façon descriptive sans quantifier leurs effets sur le front d'onde [9].

Si nous connaissons les propriétés de la lentille étudiée (son épaisseur au centre  $e$  et la loi de dispersion  $n(\mathbf{n})$  qu'elle suit en son centre), nous pouvons modéliser l'interférogramme que nous devrions obtenir dans le cas idéal d'une lentille ne présentant aucun défaut. Ainsi l'écart entre la figure d'interférences obtenue expérimentalement et celle modélisée à partir des données constructeur, nous permettrait de remonter à une information globale sur les aberrations engendrées par cette lentille ou par un système de lentilles selon l'objet étudié.

*Remarque : Ceci est vrai pour tous types de lentilles, y compris pour les lentilles asphériques et les lentilles à gradient d'indice, puisqu'elles doivent toutes remplir idéalement la même fonction optique.*

L'une des premières sources d'erreurs provient du positionnement de la lentille étudiée, si son plan focal image ne correspond pas au plan du miroir de mesure, alors, le front d'onde en sortie d'interféromètre ne peut pas être plan. Cette erreur expérimentale de défocalisation fait l'objet d'une discussion dans la prochaine partie.

### 3.4.2.1. La défocalisation

De façon générale, les aberrations optiques, qu'elles soient géométriques ou chromatiques, se traduisent par l'existence de plusieurs points focaux. Pour aborder les différentes altérations subies par un front d'onde, il semble donc judicieux :

- de comprendre comment agit la défocalisation sur celui-ci,
- et de déterminer le système de franges qui en résulte.

La défocalisation est fonction du positionnement de la lentille :

- si la distance miroir-lentille,  $d_{M-L}$  est supérieure à la distance focale  $f$ , nous l'appellerons défocalisation de type A (*Figure 3.30.a*),
- si la distance miroir-lentille,  $d_{M-L}$  est inférieure à la distance focale  $f$ , nous l'appellerons défocalisation de type B, (*Figure 3.30.b*).

*Remarque : La lentille est éclairée par un segment lumineux dont la largeur est négligeable devant sa hauteur. De façon à alléger la représentation des fronts d'onde, nous approximations ce segment par un trait vertical infiniment fin.*

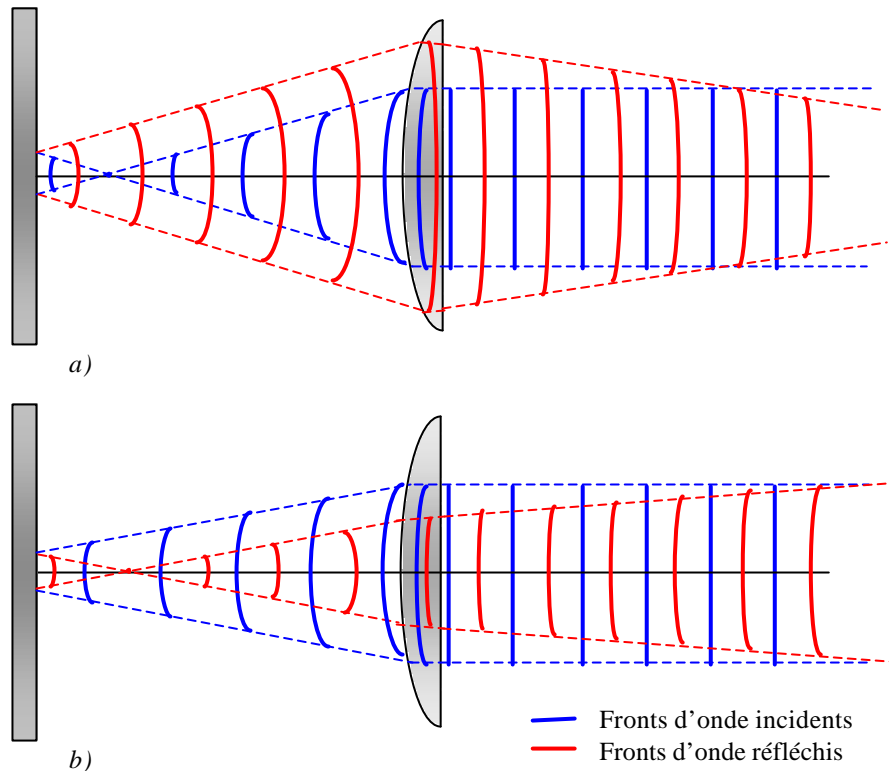


Figure 3.30 : Défocalisation : a) Evolution du front d'onde dans le bras de mesure lorsque  $d_{M-L} > f$  ;

b) Evolution du front d'onde dans le bras de mesure lorsque  $d_{M-L} < f$  .

La *Figure 3.30* montre l'évolution du front d'onde dans le bras de mesure dans les deux cas de défocalisation, pour une lentille dépourvue de toute aberration. Le front d'onde en sortie du bras de mesure est de type sphérique à courbure positive ou négative selon le cas présenté. Par conséquent, en sortie d'interféromètre, il existe un déphasage qui varie en fonction de la coordonnée spatiale  $x$ , combiné avec le déphasage spectral. De façon à modéliser la carte de phase en sortie de notre dispositif expérimental, nous devons prendre le même formalisme pour le calcul de la phase spatiale et celui de la phase spectrale.

Suivant une ligne verticale, la défocalisation de la lentille conduit à un déphasage spatial différent en fonction de la position en amont ou en aval du miroir par rapport au plan focal image de la lentille.

Nous représentons maintenant les phases spectrale et spatiale pour ces deux cas (*Figure 3.31*). Pour la phase spectrale nous avons choisi de reprendre le modèle représenté sur la *Figure 3.14.b* et repris sur la *Figure 3.31.c*, ce qui signifie que, la lentille suit en son centre la même loi de dispersion qu'un verre de BK7 et que son épaisseur au centre est de  $1\text{mm}$ . Cette phase spectrale est identique pour les deux cas de la *Figure 3.30*. Concernant la phase spatiale, nous avons opté pour une variation parabolique suffisamment importante pour observer une modification du système de franges en sortie d'interféromètre spectral.

Notons que les phases spectrale et spatiale présentent soit :

- des courbures opposées lorsque  $d_{M-L} > f$  (*Figure 3.31.a* et *Figure 3.31.c*),
- des courbures de mêmes signes lorsque  $d_{M-L} < f$  (*Figure 3.31.b* et *Figure 3.31.c*).

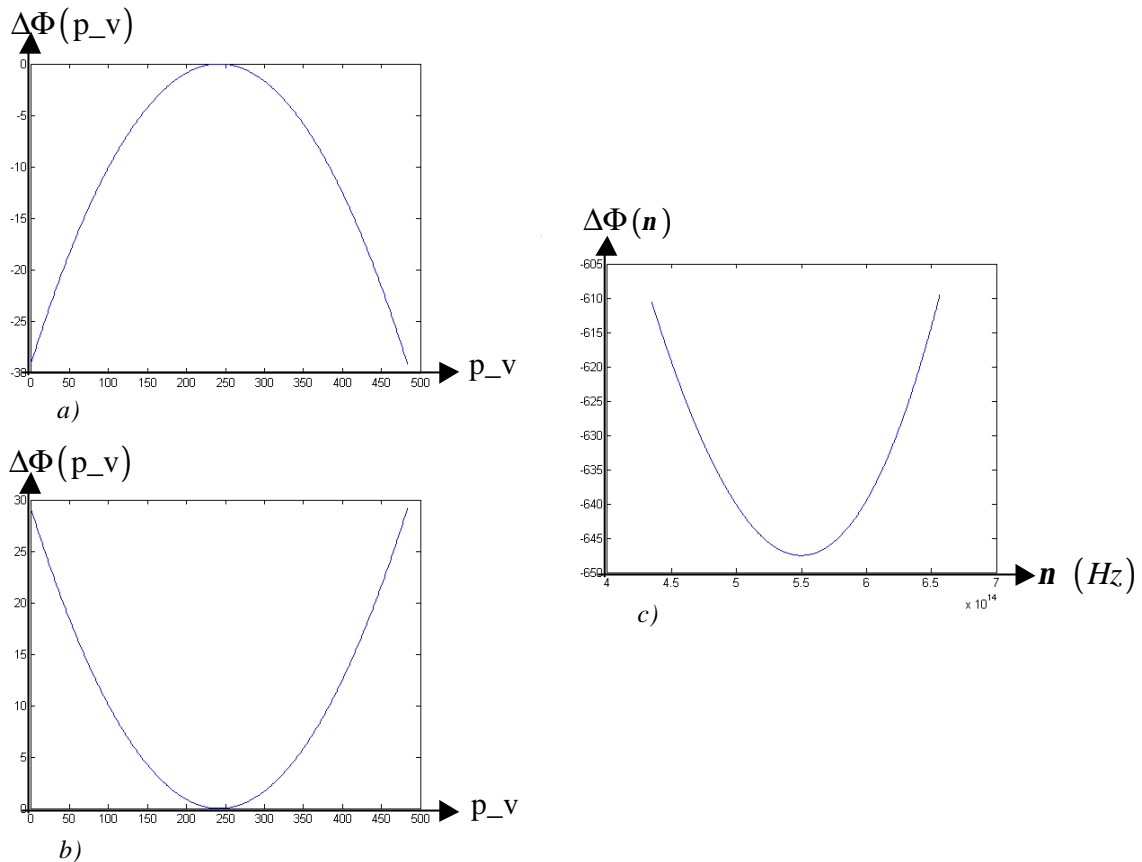


Figure 3.31 : a) Phase spatiale lorsque  $d_{M-L} > f$  ; b) Phase spatiale lorsque  $d_{M-L} < f$  ; c) Phase spectrale quelque soit la position de la lentille.

*Remarque 1 : Les phases spatiales modélisées ne prennent pas en considération la distance focale de la lentille, ni la distance entre le miroir et la lentille  $d_{M-L} > f$ . La modélisation rend seulement compte du fait que le front d'onde de sortie est considéré sphérique à courbure positive ou négative. Cette étude ne se veut pas rigoureuse mais illustrative des potentialités de l'interférométrie spectrale pour la détection des aberrations.*

*Remarque 2 : En toute rigueur, la phase spectrale ne peut pas être constante en fonction de la coordonnée spatiale  $x$ , puisque les rayons marginaux ne parcourent pas le même trajet optique que les rayons paraxiaux dans le verre.*

Les variations de la phase spatiale et spectrale sont définies, nous pouvons conjuguer les deux afin de modéliser la carte de phase en sortie de notre dispositif expérimental. Afin de conserver la continuité de la carte de phase suivant les deux coordonnées spatiale et spectrale, nous appliquons un recalage de la phase spatiale sur la phase spectrale (en utilisant la valeur de la phase spectrale au centre).

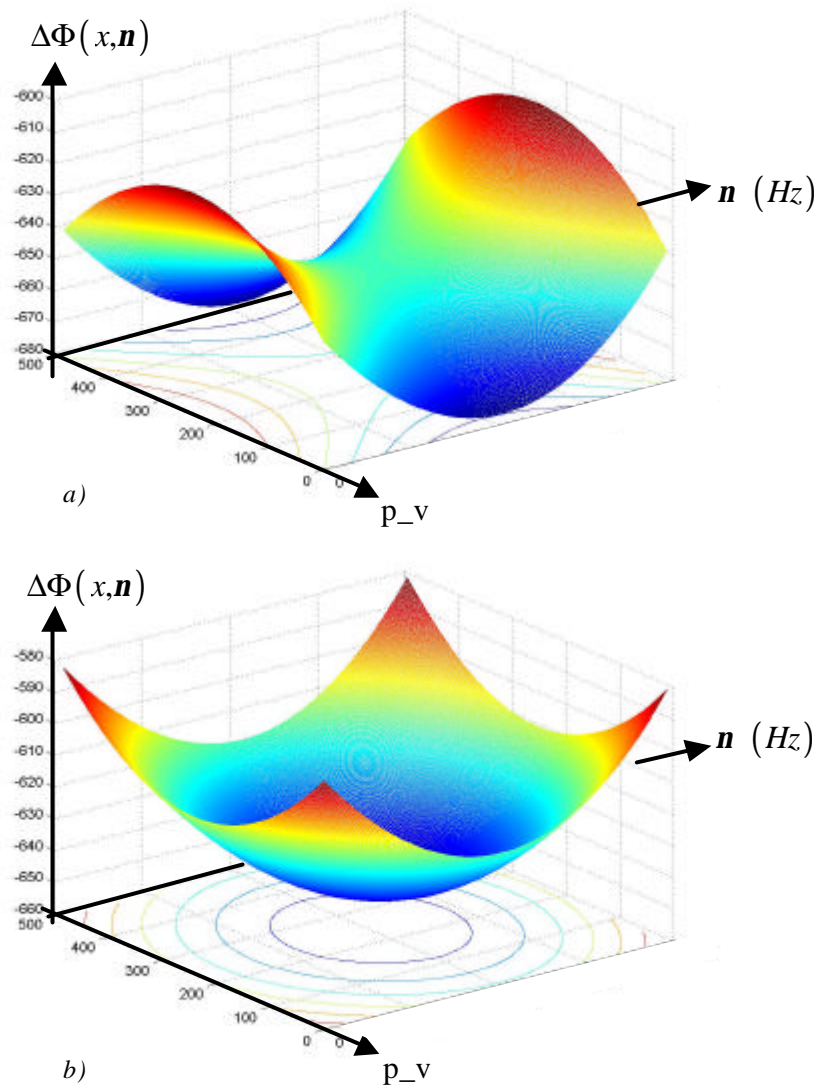
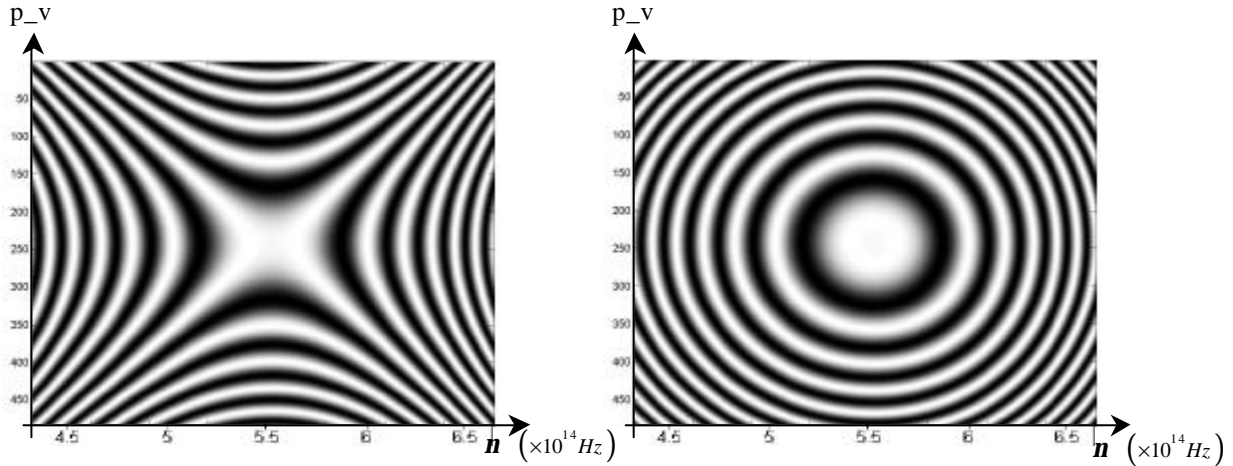


Figure 3.32 : Défocalisation : a) Carte de phase 3D, lorsque  $d_{M-L} > f$  ; b) Carte de phase 3D, lorsque  $d_{M-L} < f$ .

Enfin nous pouvons représenter les figures d'interférences pour ces deux positions de la lentille. Ces figures sont les premières de notre base de données, qui permettra d'identifier le phénomène à l'origine du système de franges observé. Sur la *Figure 3.33*, les franges obtenues sont bien différenciables, puisque l'un des interférogrammes est composé de franges dont les contours sont fermés, tandis que l'autre contient des franges à contours ouverts. Ainsi l'expérimentateur est en mesure de reconnaître le phénomène de défocalisation par simple observation des figures d'interférences.



*Figure 3.33 : Défocalisation : a) Interférogramme simulé lorsque  $d_{M-L} > f$  ; b) Interférogramme simulé lorsque  $d_{M-L} < f$  .*

#### 3.4.2.2. Aberrations chromatiques

Nous venons d'observer l'effet de la défocalisation sur un système de franges issu de l'interférométrie spectrale. Cette étude nous sera très utile pour comprendre de quelle façon, et dans quelle proportion, les aberrations chromatiques d'une lentille peuvent altérer un front d'onde. De façon synthétique, les aberrations chromatiques sont dues à la variation de l'indice de réfraction du matériau composant la lentille en fonction de la longueur d'onde de la lumière qui les traverse. Il en résulte un point de focalisation qui varie avec la longueur d'onde. Représentons ce phénomène sur la *Figure 3.34*, en considérant trois longueurs d'onde appartenant au spectre du visible, de telle sorte que la longueur d'onde moyenne converge dans le plan du miroir de mesure.

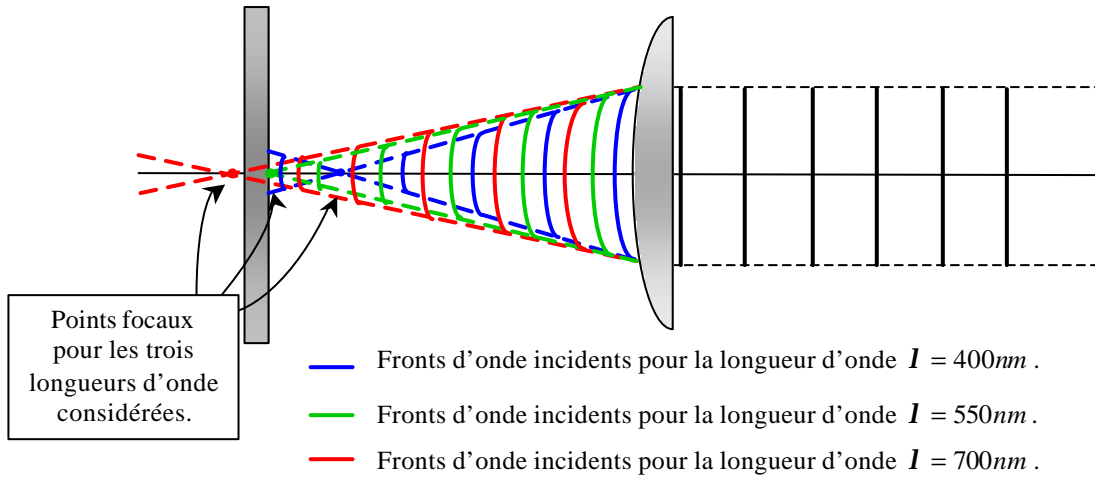


Figure 3.34 : Aberrations chromatiques : Evolution des fronts d'onde incidents dans le bras de mesure.

Cette figure nous montre de façon simple, que chaque longueur d'onde (sauf  $I = 550nm$ ) du spectre visible sera plus ou moins exposée au phénomène de défocalisation. Plus précisément, nous retrouvons les deux cas de la Figure 3.30, c'est-à-dire :

- pour  $I < 550nm$ , alors  $d_{M-L} > f(I)$  (défocalisation de type A),
- pour  $I > 550nm$ , alors  $d_{M-L} < f(I)$  (défocalisation de type B).

Par conséquent, la déformation spatiale du front d'onde varie en fonction de la longueur d'onde considérée, alors que ce n'était pas le cas pour une lentille dépourvue de toute aberration.

Les fronts d'onde en sortie d'interféromètre, pour les trois longueurs d'onde considérées, sont schématisés sur la figure suivante.

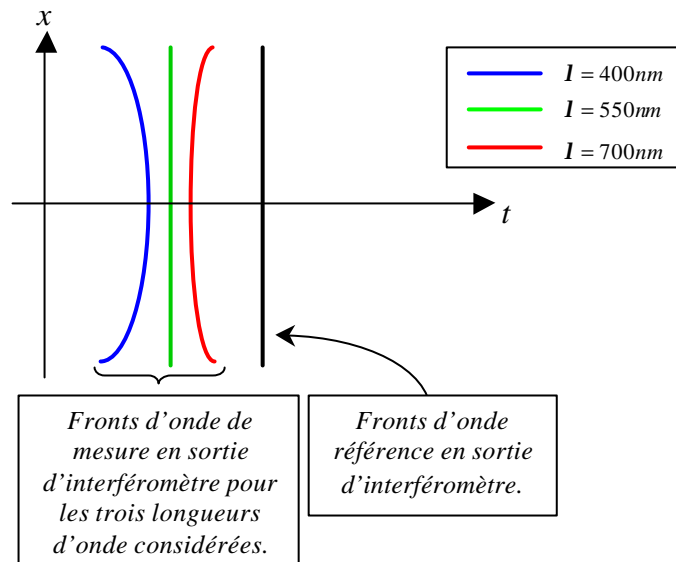


Figure 3.35 : Aberration chromatique : Fronts d'onde référence et de mesure en sortie d'interféromètre.

Cette approche schématique nous permet d'accéder à une compréhension basique de l'évolution du front d'onde en fonction des coordonnées spatiales et spectrales. Cette évolution permet dans un premier temps de modéliser le déphasage spatial pour trois longueurs d'onde (Figure 3.36).



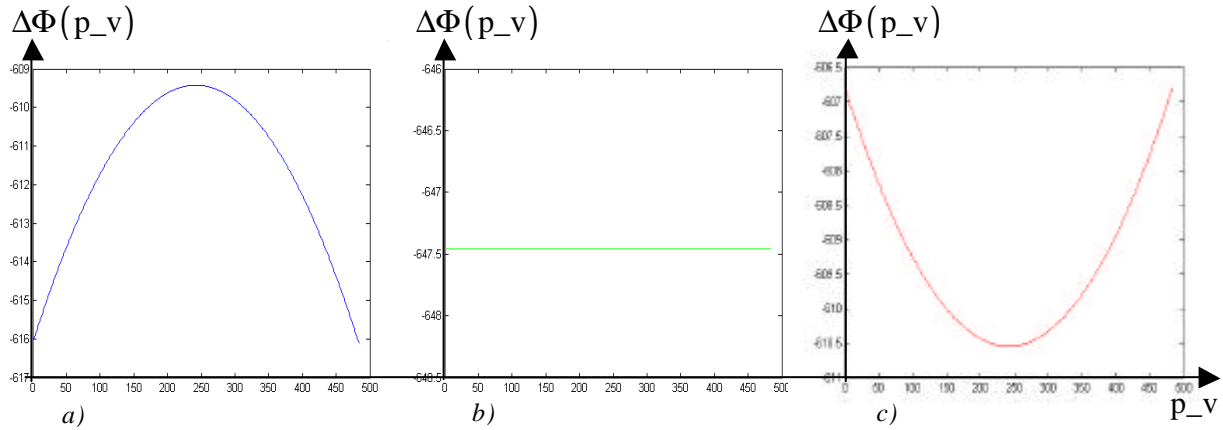


Figure 3.36 : a) Phase spatiale pour  $\lambda = 400\text{nm}$  ; b) Phase spatiale pour  $\lambda = 550\text{nm}$  ; c) Phase spatiale pour  $\lambda = 700\text{nm}$  .

Pour réaliser cette simulation, nous avons également tenu compte du fait que l'indice de réfraction du BK7 varie plus rapidement pour les faibles longueurs d'onde que pour les hautes. De ce fait, le point de focalisation pour  $\lambda = 400\text{nm}$ , est plus éloigné du miroir que celui pour  $\lambda = 700\text{nm}$  (cf. Figure 3.34), ce qui induit une plus forte modification du front d'onde (Figure 3.35) et à fortiori une plus grande variation de la phase pour  $\lambda = 400\text{nm}$  que pour  $\lambda = 700\text{nm}$  (Figure 3.36).

A présent, pour modéliser la carte de phase pour toutes les longueurs d'onde, on s'appuie sur le fait que la phase varie continûment spectralement et spatialement. De plus, pour la coordonnée  $x=0$ , qui correspond au centre de la lentille, le faisceau n'est pas dévié par la lentille et le déphasage spectral est celui représenté sur la Figure 3.31.c. Cette information, nous donne une ligne où la phase est connue pour effectuer un recalage. Finalement, on obtient la carte de phase en trois dimensions suivante :

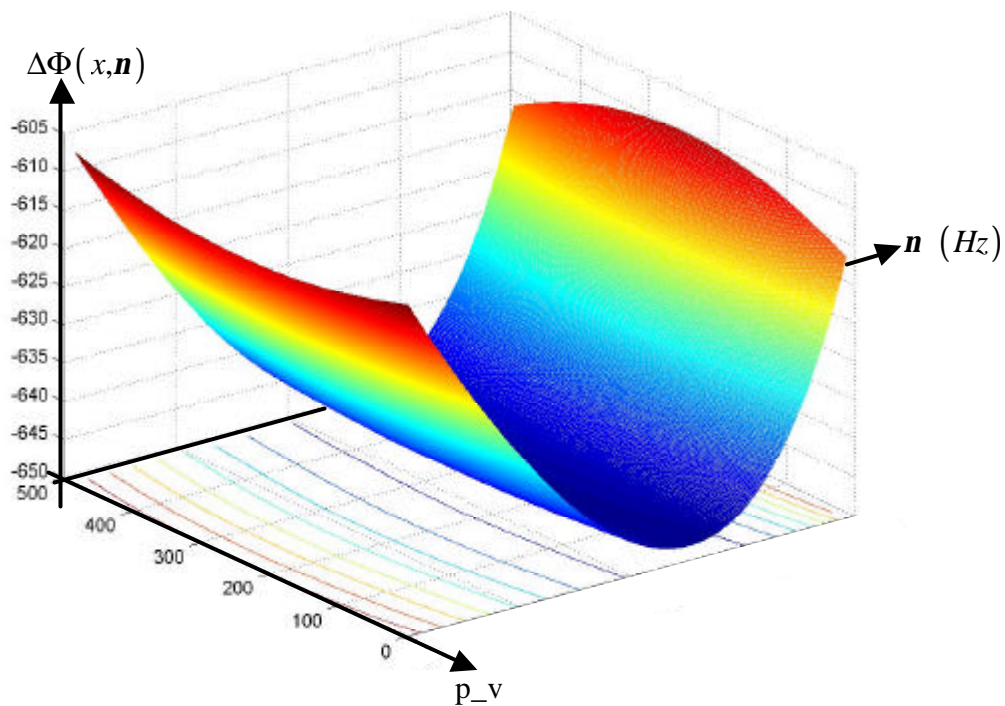


Figure 3.37 : Aberration chromatique : Carte de phase 3D.

Cette carte de phase permet de simuler le type de figure d'interférences observée avec notre dispositif, lorsque la lentille étudiée présente des aberrations chromatiques.

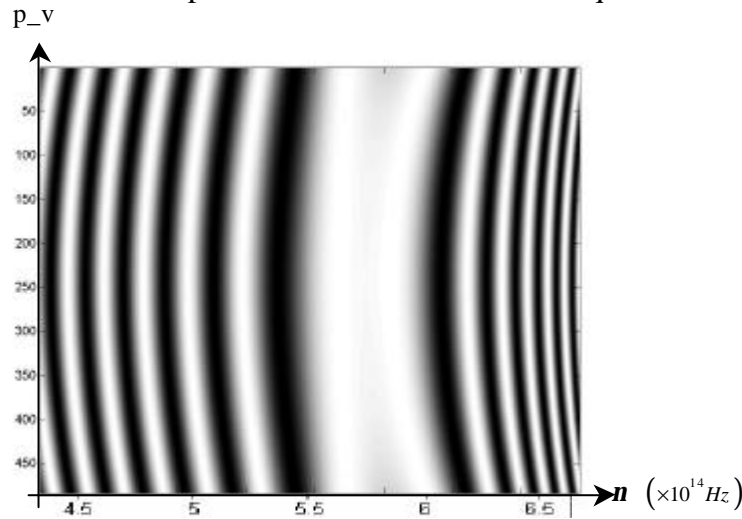


Figure 3.38 : Aberration chromatique : Interférogramme simulé.

Cette figure montre clairement une courbure des franges. On peut imaginer une figure d'interférences similaire, mais dont les franges seraient courbées dans l'autre sens, ce qui signifierait que :

- les longueurs d'onde supérieures à  $\lambda = 550nm$ , convergent avant le miroir de mesure,
- et les longueurs d'onde inférieures à  $\lambda = 550nm$ , convergent après le miroir de mesure.

Ceci peut se produire pour des lentilles, à gradients d'indice ou achromatiques, pour lesquelles la correction des aberrations chromatiques a été surévaluée.

Quoi qu'il en soit, l'observation d'un interférogramme tel que celui présenté sur la Figure 3.38 est facilement identifiable, et montre la présence d'aberrations chromatiques.

Nous continuons cette modélisation en étudiant l'effet des aberrations géométriques sur nos systèmes de franges.

### 3.4.2.3. Aberrations géométriques

Dans la recherche des défauts optiques des lentilles, la déformation du front d'onde face à une lentille pourvue d'aberrations géométriques doit être prise en compte. L'une des questions qui se pose dans cette étude, est de savoir si le dispositif d'interférométrie spectrale permet de discerner les aberrations géométriques couplées aux aberrations chromatiques. Il existe de nombreuses aberrations géométriques, dont les trois plus courantes sont :

- l'aberration sphérique,
- l'astigmatisme,
- et la coma.

Dans ce paragraphe, chacune de ces trois aberrations est abordée séparément. Le but n'est pas d'expliquer le phénomène relié à chacune d'elles, mais de le décrire très simplement pour appréhender les déformations du front d'onde inhérentes à ces aberrations.

### Aberration sphérique :

#### Approche phénoménologique :

L'aberration sphérique est caractérisée par le fait que :

- les rayons marginaux sont plus déviés et convergent plus que les rayons paraxiaux. Les premiers convergent en un point  $F'_m$  appelé *foyer marginal* et les seconds en un point  $F'_p$  appelé *foyer paraxial* (cf. Figure 3.39).

*Remarque : Sur la Figure 3.39, le foyer marginal est positionné en avant du miroir, tandis que le foyer paraxial se situe en arrière du plan du miroir de mesure. Nous aurions pu opter pour une autre position du miroir, mais le principe reste le même.*

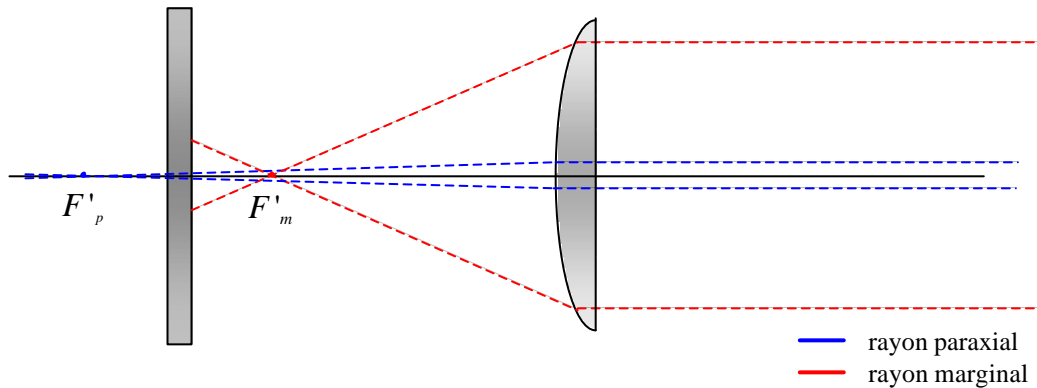


Figure 3.39 : Aberration sphérique.

#### Déformation du front d'onde dans le bras de mesure :

Intuitivement, il est relativement aisé de se représenter la forme du front d'onde en sortie du bras de mesure. En effet, le front d'onde hors axe subit un effet de défocalisation de type A, tandis que le front d'onde paraxial subit une défocalisation de type B. La continuité spatiale du front d'onde impose par conséquent la forme décrite sur la Figure 3.40 :

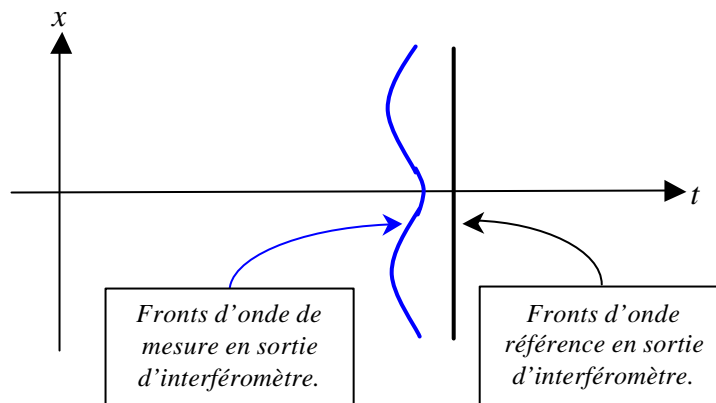


Figure 3.40 : Aberration sphérique : Forme du front d'onde.

La forme du front d'onde représenté sur la *Figure 3.40*, est en accord avec le polynôme de Zernike décrivant l'aberration sphérique [9].

#### Phase :

La phase globale prenant en compte cette perturbation du front d'onde de mesure par rapport à celui de référence est modélisée (*Figure 3.41*). Nous continuons de considérer une lentille dont la loi de dispersion au centre est identique à celle du BK7, et dont l'épaisseur au centre est de 1mm. Il en sera de même pour la suite de cette étude des aberrations.

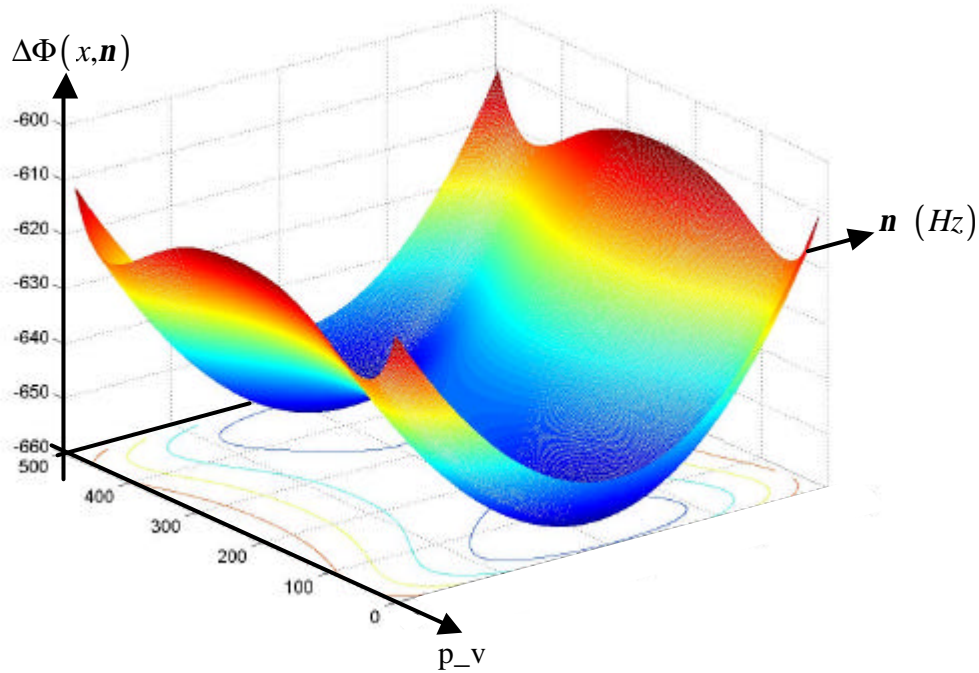


Figure 3.41 : Aberration sphérique : Carte de phase 3D.

#### Interférogramme :

La *Figure 3.42*, représente l'interférogramme correspondant à l'aberration sphérique.

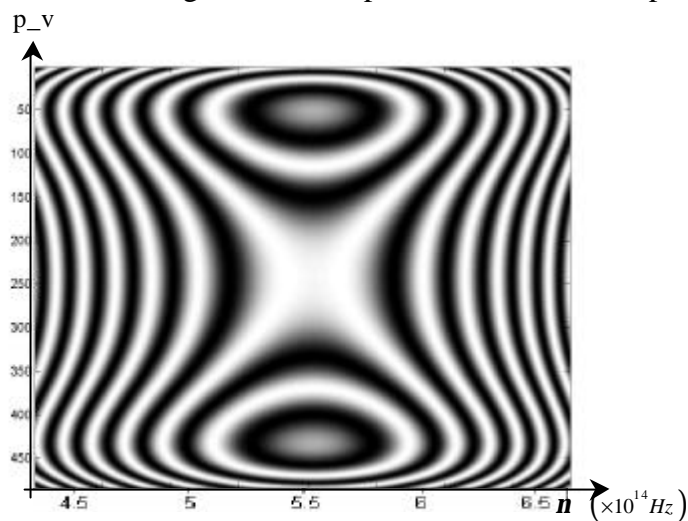


Figure 3.42 : Aberration sphérique : Interférogramme simulé.

La forme de l'interférogramme est tout à fait caractéristique de l'aberration de sphéricité. Nous abordons à présent l'astigmatisme, avec ce type d'aberration l'explication de la déformation du front d'onde devient plus complexe.

### L'astigmatisme:

#### Approche phénoménologique :

On dit qu'une lentille est astigmatique lorsque la distance focale n'est pas la même suivant tous les axes de la lentille. Ainsi, les lignes horizontales et verticales d'une grille ne seront pas focalisées au même endroit. Pour faciliter cette description, nous représentons deux plans orthogonaux contenant l'axe optique de la lentille.

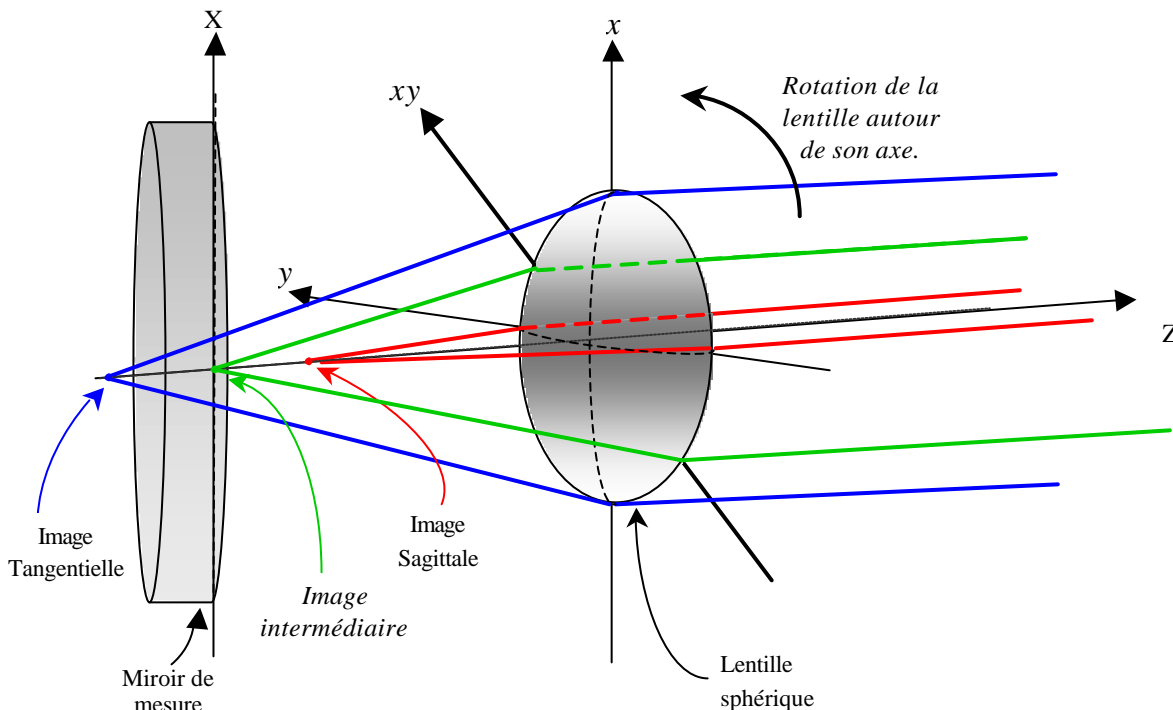


Figure 3.43 : Astigmatisme : points de focalisation suivant trois axes.

L'éclairement de la lentille dans le dispositif se fait suivant un seul axe (l'axe  $x$ ), alors dans le cas de la Figure 3.43, le point focal correspondant à la direction  $x$ , est en arrière du miroir. Par conséquent en sortie du dispositif d'interférométrie spectrale, nous observons le phénomène de défocalisation de type B. A présent si on fait tourner la lentille autour de son axe, de façon à ce que l'axe  $xy$  soit vertical, alors le point focal image est dans le plan du miroir, et nous observons des franges verticales non déformées. Enfin, si nous tournons la lentille pour que l'axe  $y$  soit vertical, alors nous enregistrons un interférogramme correspondant à une défocalisation de type A, puisque que le point focal image est en avant du miroir.

Il existe une méthode pour détecter l'astigmatisme d'une lentille, il suffit de faire tourner la lentille sur son axe. Si cette rotation induit une modification du système de franges, et plus précisément si on observe successivement des interférogrammes de type défocalisation A ou B, alors on est en présence d'astigmatisme (Figure 3.44).

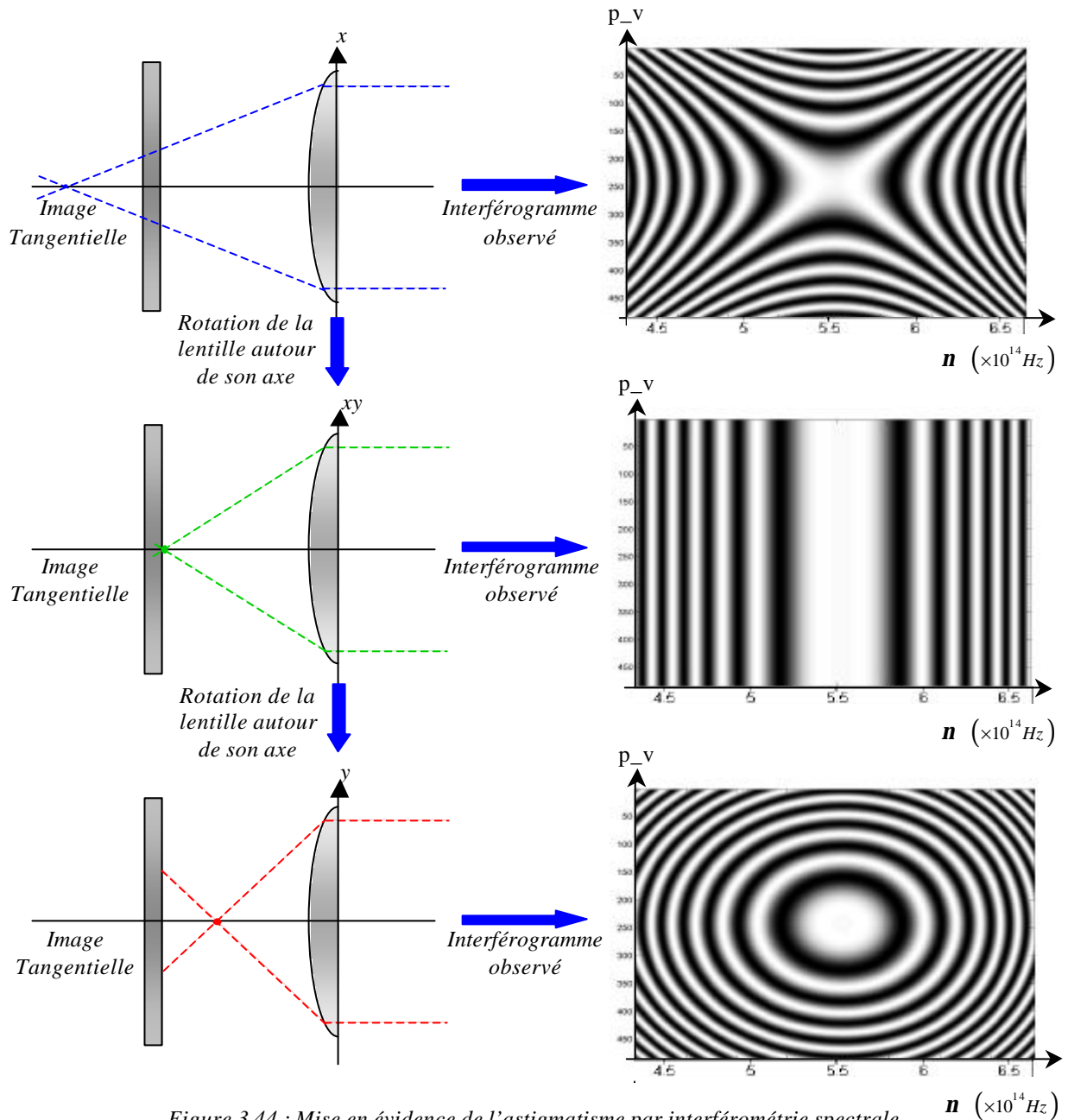


Figure 3.44 : Mise en évidence de l'astigmatisme par interférométrie spectrale.

La mise en évidence de l'astigmatisme d'une lentille par interférométrie spectrale nécessite donc une rotation de la lentille autour de son axe de révolution. Avec une seule acquisition, cette aberration est par conséquent indécélable avec notre dispositif expérimental. Enfin nous terminons cette étude des aberrations géométriques par la coma.

### La coma :

#### Approche phénoménologique :

Cette aberration produit sur les images une sorte de traînée conique dirigée vers le centre du champ. Ceci s'explique par le fait que les rayons qui passent par la périphérie de la lentille ne sont pas focalisés au même endroit que ceux qui passent près du centre (Figure 3.45).

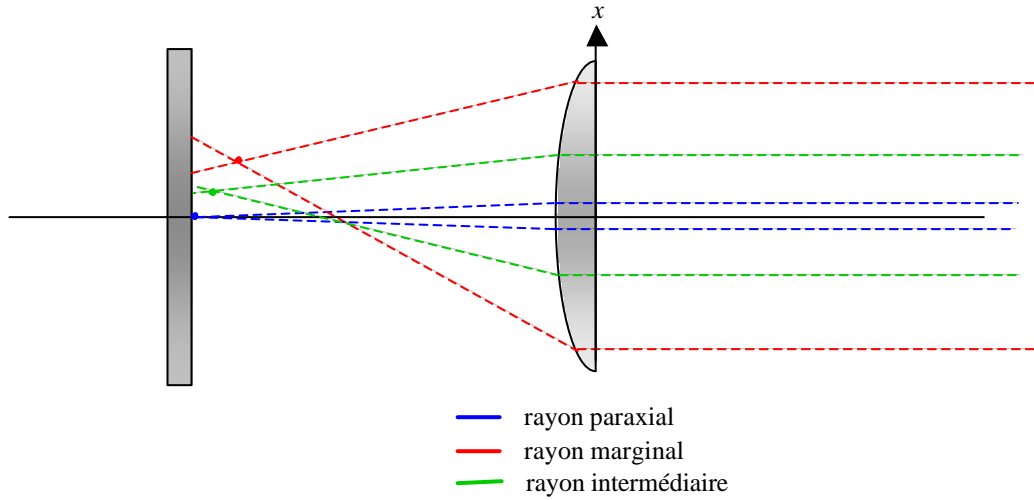


Figure 3.45 : La coma

Déformation du front d'onde dans le bras de mesure :

Nous n'entrons pas davantage dans le détail pour cette aberration, nous nous appuyons sur la forme spatiale du front d'onde donné par les polynômes de Zernike [9] pour déterminer l'allure du front d'onde suivant l'axe  $x$  (Figure 3.46).

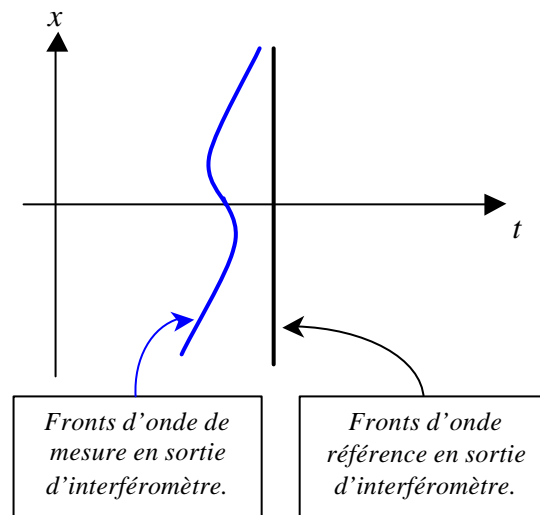


Figure 3.46 : La Coma : Forme du front d'onde.

Cette forme du front d'onde en sortie de l'interféromètre nous permet d'accéder aux variations de la phase en fonction de l'axe des fréquences et de l'axe spatial.

Phase :

Nous obtenons donc la phase en trois dimensions simulée sur la Figure 3.47.



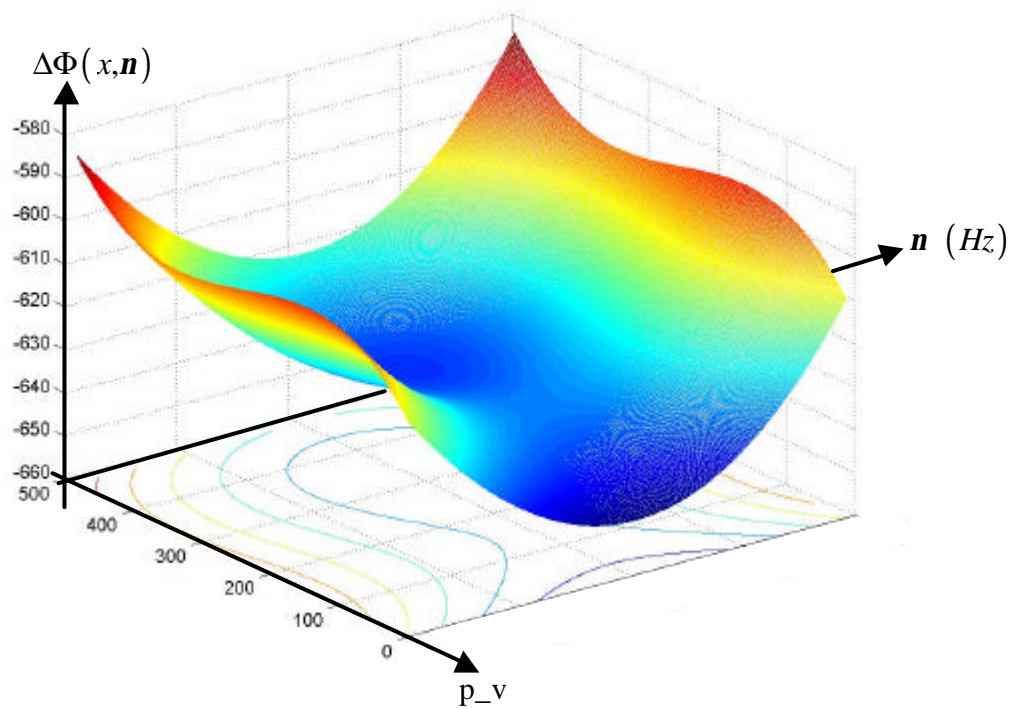


Figure 3.47 : La coma : Carte de phase 3D.

### Interférogramme :

De cette carte de phase nous déduisons l'interférogramme correspondant à l'aberration de la coma :

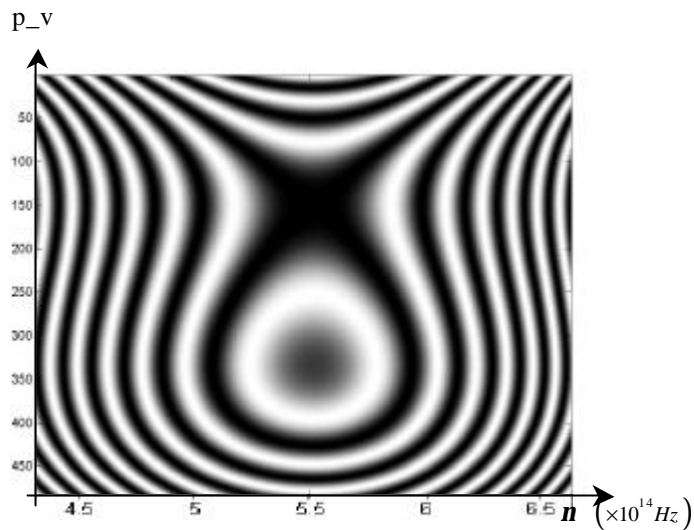


Figure 3.48 : La coma : Interférogramme simulé.

On remarque sur cet interférogramme simulé, une forme de franges en «comète », qui semble être caractéristique de cette aberration géométrique.



#### 3.4.2.4. Conclusion

Il faut bien garder à l'esprit que toutes les aberrations géométriques sont aussi entachées d'aberrations chromatiques. Cette méthode d'interférométrie spectrale est donc apte à discerner les aberrations chromatiques (*Figure 3.38*) ou des aberrations géométriques combinées aux aberrations chromatiques (*Figure 3.42*, *Figure 3.44*, et *Figure 3.48*).

Notre dispositif d'interférométrie spectrale permet donc la discrimination des différentes aberrations analysées précédemment. Cette analyse reste qualitative plutôt que quantitative. Ce travail mériterait donc, d'être approfondi en décrivant plus finement les déformations du front d'onde induites par chaque aberration géométrique.

Les modèles de phases alors établis permettraient de remonter aux valeurs des aberrations des différentes lentilles à tester. La méthode préconisée serait de décomposer le front d'onde expérimental en combinaison linéaire de fronts d'onde déformés avec le formalisme mathématique des sommes de Seidel [10].

Le traitement des franges spectrales est identique à celui présenté pour les franges a périodiques (transformée par ondelettes, méthode d'ajustement ou méthode de Fourier).

### 3.5. CONCLUSION

---

Finalement, nous avons défini dans ce chapitre un ensemble d'outils permettant de traiter les interférogrammes spectraux issus de notre dispositif expérimental. Ainsi, pour une étude profilométrique, nous optons pour un traitement par transformée de Fourier auquel on associe une méthode de décalage de phase (algorithme 7 points). Alors que l'analyse d'échantillons dispersifs conduit à des spectrogrammes à franges a périodiques pour lesquels un traitement en ondelettes associé à une méthode d'ajustement, est mieux indiqué.

Enfin nous avons établis quelques éléments d'une base de données permettant de relier la forme des interférogrammes aux types d'aberrations induites par la lentille étudiée.

Ces différentes approches numériques seront mises à profit lors du prochain chapitre, où nous montrons les résultats significatifs obtenus pendant ce travail de thèse.

# Bibliographie

- [1] **C. Dorrer, N. Belabas, J.P. Likforman, M. Joffre**  
“Spectral resolution and sampling issues in Fourier-transform spectral interferometry”  
J. Opt. Soc. Am. B **17**, 1795-1802 (2000).
- [2] **C. Dorrer**  
“Implementation of spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction with a simultaneously recorded reference interferogram”  
Opt. Lett. **24**, 1532-1534 (1999).
- [3] **B. V. Dorrio, J. L. Fernandez**  
“Phase evaluation methods in whole field optical measurement techniques”  
Meas. Sci. Technol. **10**, 33-55 (1999).
- [4] **P. Sandoz, H. Perrin, G. Tribillon, J. Calatroni, A. Guerrero, C. Sainz, R. Escalona**  
“Optical implementation of frequency domain analysis for white light interferometry”  
Proc. SPIE **2545**, 221-228, (1995).
- [5] **P. Sandoz, G. Tribillon, H. Perrin**  
“High-resolution profilometry by using calculation algorithms for spectroscopic analysis of white-light interferograms”  
J. Mod. Opt. **43**, 701–708 (1996).
- [6] **P. Sandoz, R. Devillers, A. Plata**  
“Unambiguous profilometry by fringe-order identification in white light phase-shifting interferometry”  
J. Mod. Opt. **44**, 519-534 (1997).
- [7] **Qian S.**  
“Discrete Gabor transform”  
IEEE. Transaction on signal processing, **41**, 2429-2438 (1993).
- [8] **Carrez M.**  
“Expertise des propriétés rhéologiques de biomatériaux par méthodes optiques : application au suivi de la maturité du fromage”  
Thèse, Université de Franche-Comté. (2000).
- [9] **Noll, R. J.**  
"Zernike polynomials and atmospheric turbulence."  
Journal of Optical Society of America **66**, 207-211 (1975).
- [10] **J.P.Pérez**  
"Optique géométrique et ondulatoire"  
Ed. Masson. (1984)



# *Chapitre 4 :*

## Résultats expérimentaux

---

<b>Chapitre 4. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.....</b>	<b>151</b>
4.1. INTRODUCTION .....	151
4.1.1. Description du dispositif .....	151
4.1.2. Étalonnage de l'interféromètre spectral.....	153
4.1.2.1 Etalonnage fréquentiel .....	154
4.1.2.2 Etalonnage dimensionnel.....	156
4.2. PROFILOMÉTRIE DE SURFACE.....	158
4.2.1. Première mesure.....	158
4.2.1.1 Échantillon : Miroir plan.....	158
4.2.1.2 Traitement numérique .....	159
4.2.1.3 Résultats.....	161
4.2.2. Deuxième mesure.....	162
4.2.2.1 Échantillon : Sabot.....	162
4.2.2.2 Traitement numérique .....	163
4.2.2.3 Résultats.....	165
4.2.3. Commentaire sur les résultats et la visibilité des franges .....	166
4.2.4. Conclusion .....	167
4.3. MESURES SUR DES MATÉRIAUX DISPERSIFS .....	168
4.3.1. Échantillon : lame de BK7.....	168
4.3.2. Traitement numérique .....	171
4.3.3. Résultats.....	173
4.4. ABERRATIONS : LENTILLES .....	176
4.4.1. Échantillon : Lentille cylindrique .....	176
4.4.1.1 Mesures .....	176
4.4.1.2 Traitement .....	178
4.4.2. Échantillon : Doublet achromatique .....	180
4.4.2.1 Mesures .....	180
4.4.2.2 Traitement .....	181
4.4.3. Échantillon : Lentille à gradient d'indice.....	183
4.4.3.1 Mesures .....	183
4.4.3.2 Traitement .....	184
4.4.4. Conclusion sur cette étude .....	185
4.5. CONCLUSION.....	186
BIBLIOGRAPHIE.....	187

## **Chapitre 4.**

# **RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX**

Les chapitres précédents ont montré l'aptitude de l'interférométrie spectrale à la caractérisation de matériaux optiques dispersifs, ainsi qu'à la métrologie de profil de surface. Les outils optiques et numériques sont à présent clairement définis, et leurs applications sur des modèles sont probantes. Le passage de la théorie à la pratique est une étape clef dans tout projet scientifique, ainsi les expériences d'interférométrie spectrale réalisées, sont exposées dans ce dernier chapitre.

Dans une première partie, la description du dispositif apporte des précisions sur les paramètres expérimentaux choisis. Ensuite, nous présentons les résultats obtenus sur des objets simples, s'inscrivant soit dans la problématique de la profilométrie de surface, soit dans celle de la mesure d'indice de réfraction. Ces résultats sont mis à profit pour ouvrir ce projet sur de nouvelles perspectives.

### ***4.1. INTRODUCTION***

---

#### **4.1.1. Description du dispositif**

Le dispositif expérimental mis en place pendant ce travail de thèse est représenté sur la *Figure 4.1*. La propagation de la lumière dans l'interféromètre spectral s'effectue suivant le cheminement suivant:

- Après son passage à travers une fente verticale, le faisceau de lumière blanche est collimaté par deux lentilles cylindriques  $L_1$  ( $f_1=60\text{mm}$ ) et  $L_2$  ( $f_2=200\text{mm}$ ), de façon à obtenir un segment lumineux vertical. L'analyse de l'objet s'effectue donc suivant une ligne verticale.
- Une fois la mise en forme de ce faisceau réalisée, celui-ci traverse l'interféromètre de Michelson. Le faisceau primaire est donc divisé par une lame séparatrice partiellement réfléchissante. Ainsi les deux faisceaux se propagent l'un dans le bras de référence, l'autre dans le bras objet.
- A l'issue de l'interféromètre, les deux faisceaux se superposent. Le segment lumineux résultant est alors redimensionné par passage à « travers » un système afocal composé de deux lentilles  $L_3$  ( $f_3=300\text{mm}$ ) et  $L_4$  ( $f_4=400\text{mm}$ ). Le faisceau est également filtré spatialement par l'intermédiaire d'une fente verticale disposée au foyer image de la lentille  $L_3$  (équivalent au foyer objet de la lentille  $L_4$ ).
- Puis, le faisceau est collecté par le système spectrométrique composé d'un réseau de 600 traits/mm, et d'une lentille cylindrique  $L_5$  ( $f_5=50\text{mm}$ ). Ce système permet de diffracter horizontalement chaque fréquence du spectre du faisceau, et ensuite de les focaliser sur chaque ligne verticale d'un capteur CCD de 484x782 pixels.
- Finalement, un spectre cannelé en 2D est observé. L'axe  $y$  de ce spectrogramme donne une représentation de la dimension verticale de l'échantillon testé, tandis que l'axe  $x$ , correspond à l'axe des fréquences.

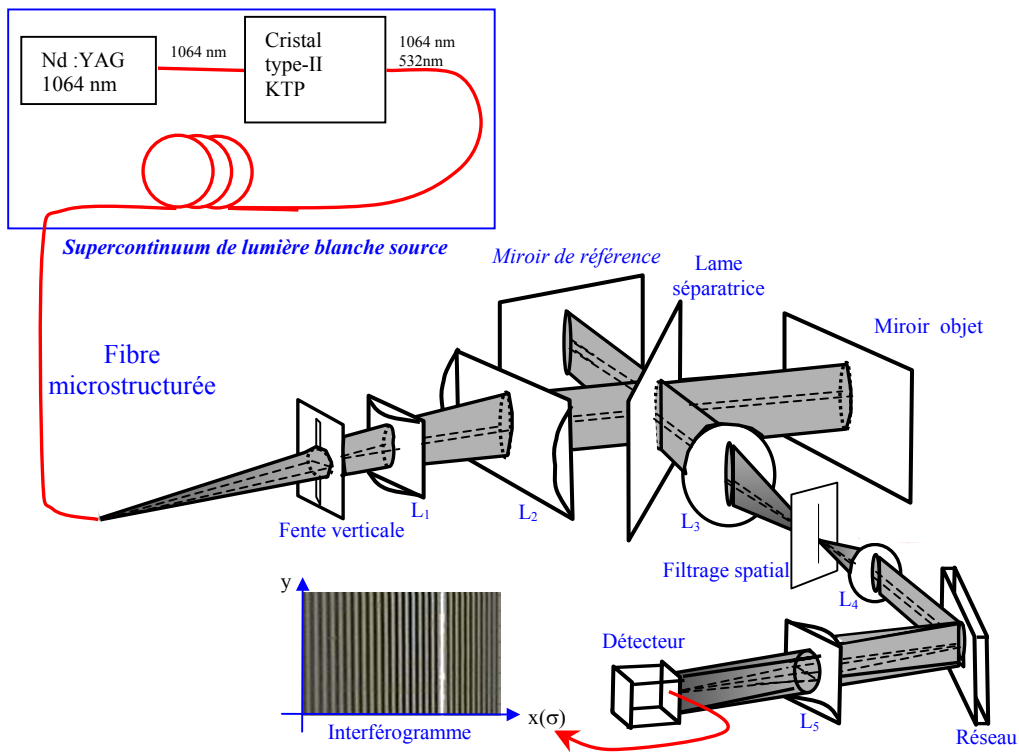


Figure 4.1 : Dispositif expérimental.

L'aspect novateur de notre système réside dans le couplage entre ce dispositif d'interférométrie spectrale et une source blanche qui émet un supercontinuum obtenu par effets non linéaires dans une fibre optique microstructurée [1, 2]. Nous avons utilisé deux versions de supercontinuum réalisées par le laboratoire Xlim. Toutes deux fonctionnent avec un Laser Nd :YAG délivrant des impulsions de  $600\text{ ps}$  à la longueur d'onde  $\lambda_p = 1064\text{ nm}$ .

- Pour la première version, le rayonnement du laser est doublé par un cristal non linéaire de KTP à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 532\text{ nm}$ . Les deux longueurs d'onde sont injectées dans la fibre optique microstructurée et génèrent, par effets non linéaires, un supercontinuum de lumière blanche. Le mélange des flux infrarouge ( $\lambda_p = 1064\text{ nm}$ ) et visible ( $\lambda_0 = 532\text{ nm}$ ) autorise un spectre à très large bande débutant dans le proche ultra-violet pour finir dans le proche infra-rouge. La Figure 4.2 représente ce spectre dans le domaine visible. La raie intense centrée sur la fréquence  $\nu_0 = 5.64 \times 10^{14}\text{ Hz}$ , correspond à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 532\text{ nm}$  obtenue à l'issue du doublage en fréquence.

- Pour la seconde version (qui nous est parvenue plus récemment), un spectre couvrant le même domaine spectral est généré par effets non linéaires à travers une fibre microstructurée, mais à partir d'une seule fréquence ( $\lambda_p = 1064\text{ nm}$ ). Par conséquent, la raie centrée sur la fréquence  $\nu_0 = 5.64 \times 10^{14}\text{ Hz}$  n'apparaît plus sur son spectre.

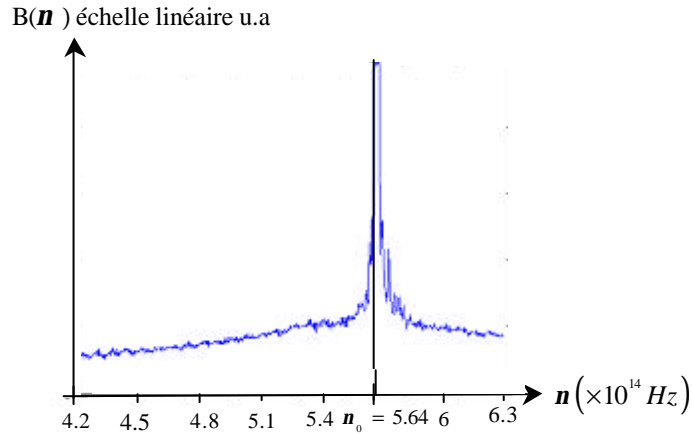


Figure 4.2 : Spectre issu de la fibre microstructurée dans le domaine visible.

La Figure 4.3 donne une illustration de la fibre micro-structurée et montre le rayonnement blanc qui en est issu, décomposé par un réseau de diffraction. Une telle source conjugue ainsi une grande cohérence spatiale, en raison du caractère unimodal de la fibre optique et une large bande spectrale.

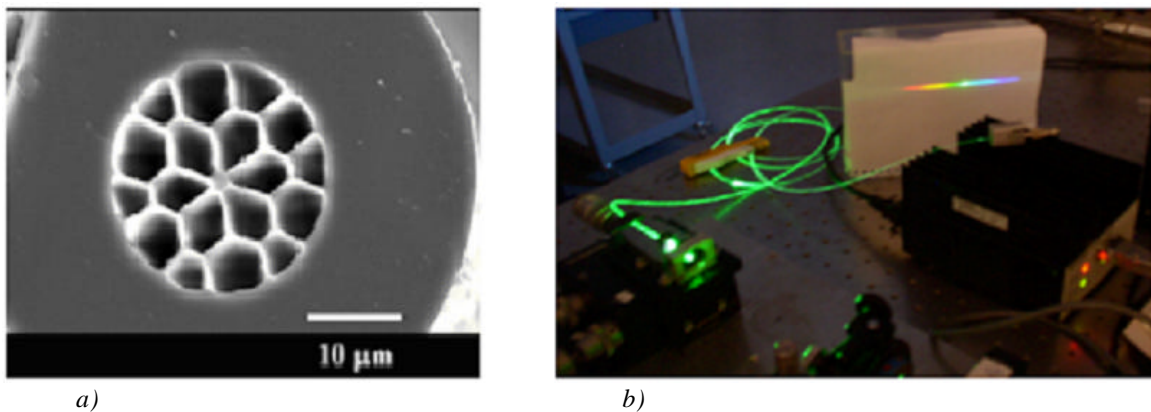


Figure 4.3 : a) Exemple de la fibre à cristal photonique ;  
b) Exemple de la source de lumière blanche par génération de supercontinuum

Nous disposons de cette source réalisée par le laboratoire Xlim à Limoges depuis peu de temps. Cependant nous avons effectué quelques tests qui laissent envisager de belles perspectives. Auparavant, la source utilisée était une lampe incandescente, tungstène-halogène, délivrant un spectre continu sur tout le domaine du visible, mais dont la cohérence spatiale ainsi que la densité de puissance n'autorisaient pas de mesures grands champs.

Chaque acquisition avec ce dispositif d'interférométrie spectrale, est précédé d'une étape indispensable d'étalonnage. Ainsi, avant de montrer les différentes mesures réalisées, nous expliquons l'étape d'étalonnage qui accompagne chaque acquisition d'interférométrie.

#### **4.1.2. Étalonnage de l'interféromètre spectral**

Que ce soit en profilométrie, ou pour réaliser des mesures d'indice, chaque acquisition doit être accompagnée d'une phase d'étalonnage. Celui-ci est sensible, et par conséquent il peut



varier d'une expérience à l'autre. Le dispositif est cependant suffisamment stable pour considérer qu'un étalonnage est valable pendant une journée.

Cet étalonnage consiste à déterminer :

- la correspondance entre chaque fréquence analysée, et sa position sur l'axe horizontal du capteur CCD (étalonnage fréquentiel),
- et la relation entre la position verticale dans le plan de l'objet et dans le plan du capteur CCD (étalonnage dimensionnel).

Nous illustrons de manière générale, ces deux étalonnages dans cette section. Par la suite nous mettons entre parenthèses cette étape, pour ne montrer que les interférogrammes représentés dans l'espace des variables spatiales et fréquentielles.

#### 4.1.2.1 Etalonnage fréquentiel

Pour réaliser cet étalonnage, nous disposons de douze filtres interférentiels s'échelonnant dans le domaine du visible ( $400nm$ ,  $450nm$ ,  $500nm$ ,  $550nm$ ,  $600nm$ ,  $632.8nm$ ,  $650nm$ ,  $670nm$ ,  $700nm$ ,  $730nm$ ,  $760nm$ , et  $790nm$ ). Ces filtres sont insérés dans le dispositif, soit en amont, soit en aval de l'interféromètre de Michelson. Ainsi, une fine bande spectrale est sélectionnée par le filtre, et analysée par le spectroscopie. Ceci se traduit dans le plan du capteur CCD, par l'illumination d'une bande verticale alors que les autres pixels du capteur ne reçoivent aucun signal.

De façon à déterminer la correspondance pixel-fréquence, la position du pixel est évaluée par détection du maximum d'intensité. Cette étape est exécutée pour chaque filtre, offrant ainsi à chacune des fréquences analysées, une position unique. Des exemples d'images visualisées pendant l'étalonnage sont représentées sur la *Figure 4.4* :

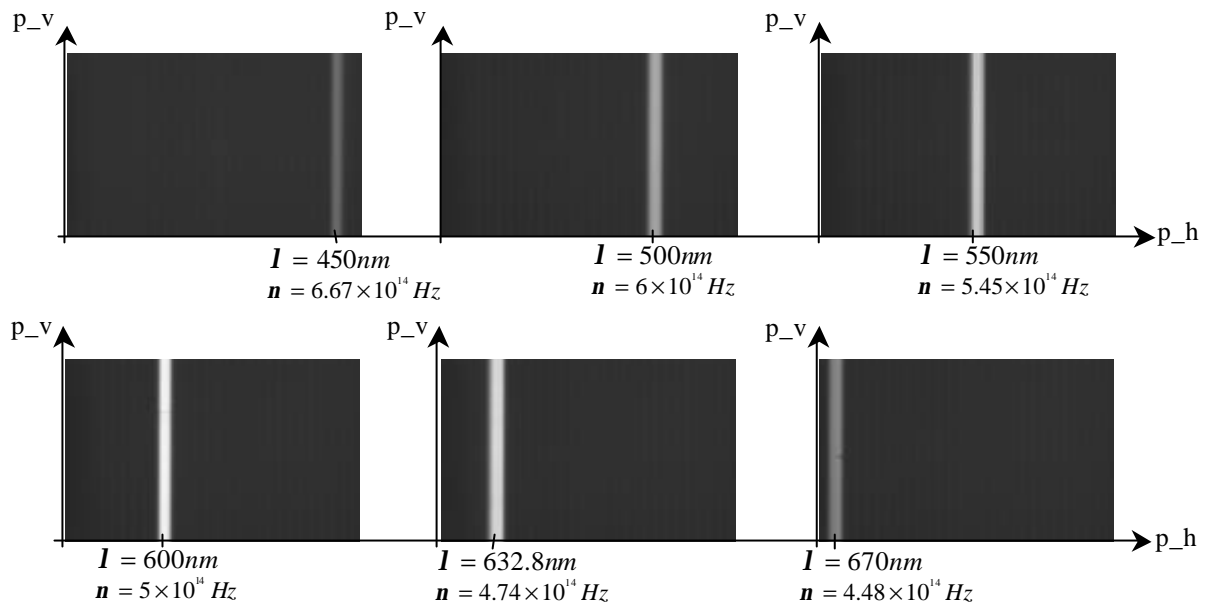


Figure 4.4 : Etalonnage fréquentiel : images.

*Remarque : Lors de l'étalonnage, l'interféromètre doit être déséquilibré, de façon à ne pas observer de franges sur la bande spectrale filtrée. La présence de franges fausserait la détection du maximum d'intensité.*

Une coupe suivant une ligne horizontale des images obtenues lors de la phase d'étalonnage fréquentiel, permet une détection du maximum d'intensité, et à fortiori, de la position du pixel associé. Pour l'étalonnage présenté sur la *Figure 4.4*, seules sept fréquences parmi notre gamme de filtres interférentiels sont analysables par notre spectroscopie (celui pour la longueur d'onde de  $650nm$  n'a pas été représenté). La *Figure 4.5* montre les coupes des six images précédentes.

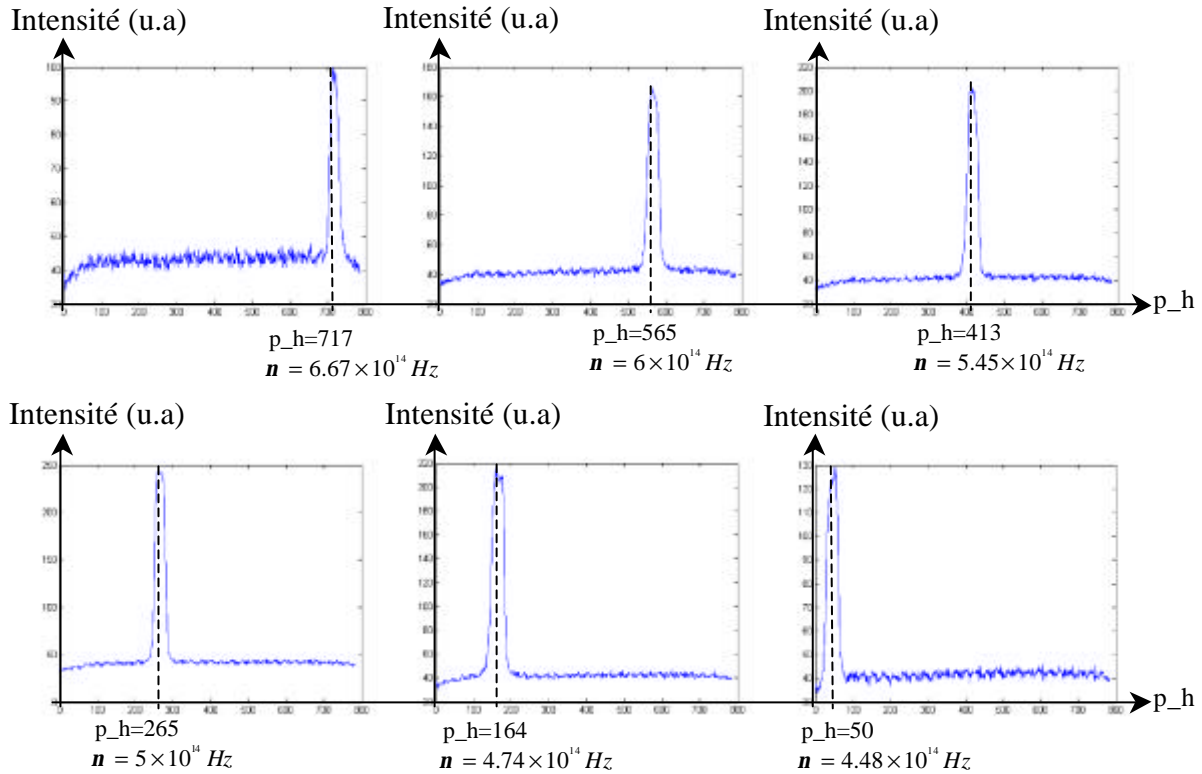


Figure 4.5 : Etalonnage fréquentiel : coupe suivant une ligne horizontale.

La courbe d'étalonnage fréquentiel (*Figure 4.6*) se détermine en ajustant une courbe de tendance sur les sept couples de points (fréquences, positions du pixel), obtenus expérimentalement.

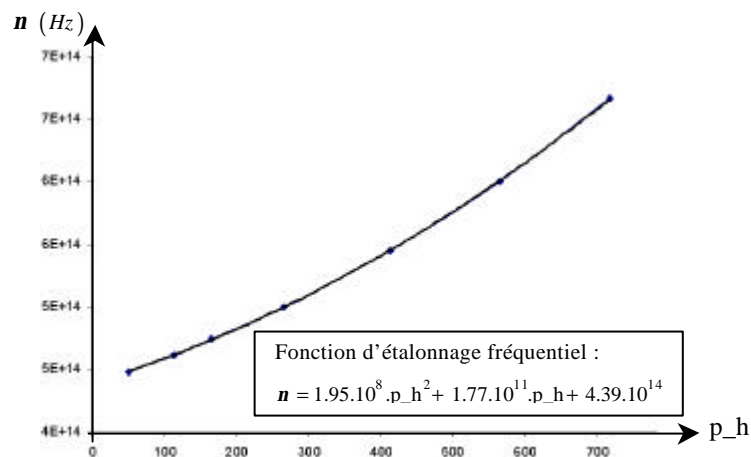


Figure 4.6 : Courbe d'étalonnage fréquentiel.

Afin de compléter cette phase d'étalonnage, nous devons réaliser l'étalonnage dimensionnel de notre système d'acquisition.

#### 4.1.2.2 Etalonnage dimensionnel

Le but de cet étalonnage est de connaître la relation entre la position verticale dans le plan de l'objet et dans le plan du capteur CCD. Pour réaliser celui-ci, nous avons placé dans le plan de l'échantillon, un filtre spatial qui coupe une partie du faisceau. Ce filtre est fixé sur une platine de translation qui se déplace verticalement (*Figure 4.7*).

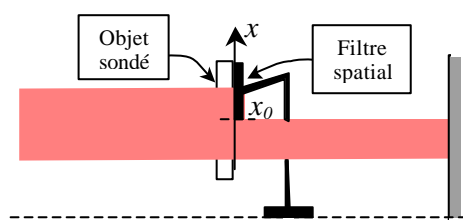


Figure 4.7 : Filtrage spatial dans le bras de mesure.

Le déplacement de ce filtre dans le plan de l'objet, va se traduire par une bande horizontale de pixels non éclairés dans le plan du capteur CCD. La première ligne de pixels éteints, correspond à la position  $x_0$ , de l'arête inférieure du filtre dans le plan de l'objet sondé. Les images obtenues sont représentées sur la *Figure 4.8*.

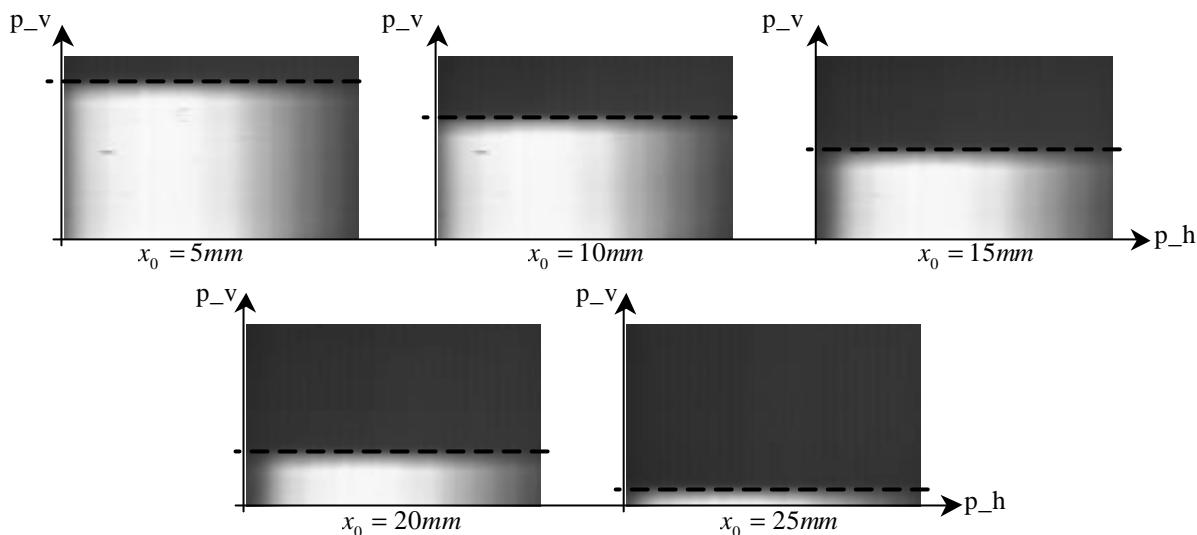


Figure 4.8 : Etalonnage dimensionnel : images enregistrées pour  $x_0 = 5, 10, 15, 20$  et  $25\text{ mm}$ .

La correspondance entre le numéro du pixel vertical, et la position  $x$  du filtre spatial s'effectue par analyse d'une coupe suivant une ligne verticale de l'image recueillie par le détecteur. Sur la *Figure 4.9*, nous avons réalisé cette coupe en intensité pour chacune des cinq images précédentes. La détection de la transition pixel éteint, pixel éclairé, se fait par recherche du point d'inflexion de la courbe d'intensité obtenue.

*Remarque : De la même façon que pour l'étalonnage fréquentiel, l'interféromètre doit être suffisamment déséquilibré, afin d'éviter les erreurs dues à la présence de franges d'interférences.*

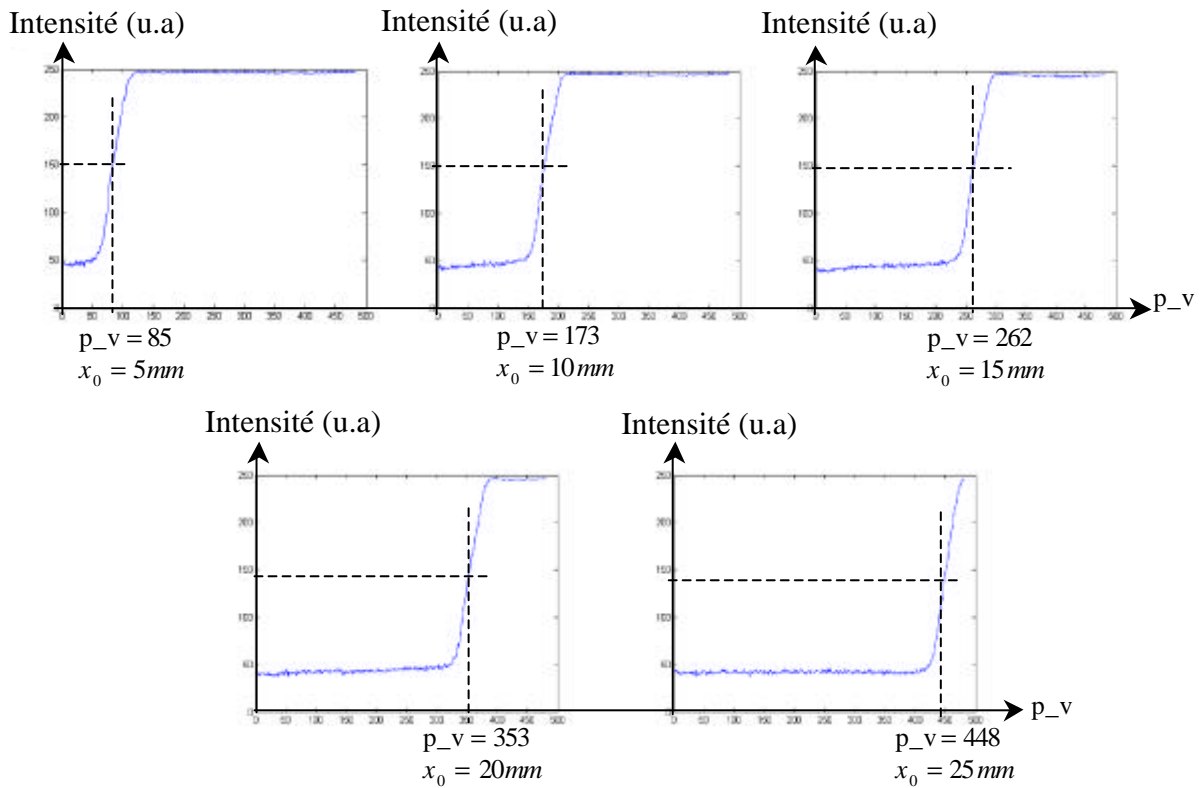


Figure 4.9 : Etalonnage dimensionnel : coupe suivant une ligne verticale pour  $x_0 = 5, 10, 15, 20$  et  $25\text{ mm}$ .

De façon analogue à la courbe d'étalonnage en fréquence, la courbe d'étalonnage dimensionnel (Figure 4.10) se détermine en ajustant une courbe de tendance sur les couples de points (position du filtre spatial, position du pixel) obtenus expérimentalement. Bien évidemment, cet étalonnage peut être effectué sur un plus grand nombre de points.

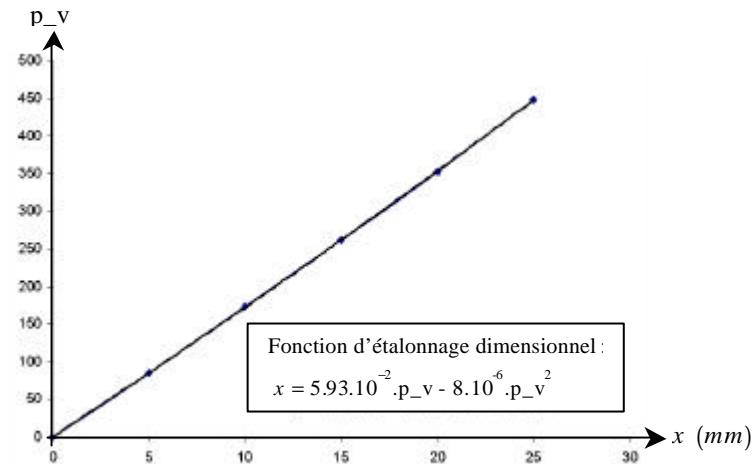


Figure 4.10 : Courbe d'étalonnage dimensionnel.

La courbe d'étalonnage dimensionnel est quasiment linéaire, ceci montre que notre dispositif présente peu d'aberrations géométriques. Le dispositif étant calibré, nous pouvons commencer une campagne de mesures.

Dans le prochain paragraphe nous exposons les résultats obtenus en profilométrie, avec le dispositif d'interférométrie spectrale. L'analyse des résultats mène à une discussion sur l'importance de la source dans le cadre de mesures interférométriques.

## 4.2. PROFILOMÉTRIE DE SURFACE

De façon à illustrer l'aptitude à reconstituer le profil d'un objet suivant une ligne par interférométrie spectrale, nous présenterons dans ce paragraphe deux tests. Ces tests ont été effectués avec deux sources différentes :

- une source tungstène-halogène,
- et le supercontinuum de lumière blanche.

Chaque acquisition sera suivie d'un traitement numérique approprié permettant d'extraire l'information. Nous organiserons cette partie, en distinguant chacune de ces deux étapes.

### 4.2.1. Première mesure

#### 4.2.1.1 Échantillon : Miroir plan

L'interférométrie spectrale dédiée à des mesures profilométriques est basée sur l'observation et l'acquisition de spectres cannelés périodiques. Le premier test a été réalisé sur le miroir de mesure de notre interféromètre de Michelson. L'objet sondé est donc un miroir plan, qui conserve une planéité de  $1/20$ , sur toute sa surface. Cet objet a un fort coefficient de réflexion, ce qui contribue à une bonne visibilité des franges spectrales, et ce qui favorise la mesure de son profil. Ainsi les interférogrammes enregistrés sont les suivants. L'acquisition du premier a été réalisée avec une source tungstène halogène (*Figure 4.11.a*), tandis que le second a été effectué avec la première version de supercontinuum de lumière blanche (*Figure 4.11.b*) présenté en première partie de ce chapitre.

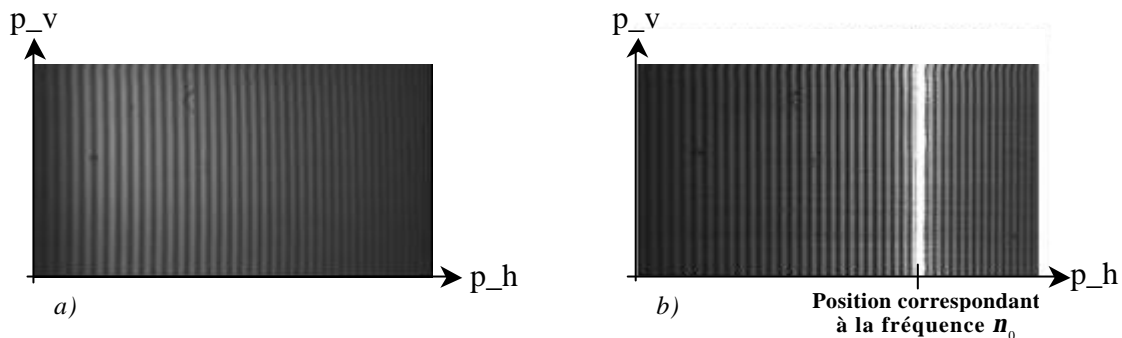


Figure 4.11 : Interférogrammes enregistrés en configuration profilométrie avec un miroir plan à  $1/20$  :  
a) avec une source blanche tungstène-halogène ; b) avec le supercontinuum de lumière blanche.

Le décalage du miroir de mesure pour réaliser ces deux interférogrammes étant le même, il est possible de comparer leurs fonctions de visibilité respectives. Par contre, la ligne du miroir inspectée pour ces deux acquisitions est différente, par conséquent, la confrontation des deux profils obtenus n'est pas possible.

Par ailleurs, nous constatons sur l'interférogramme enregistré avec le supercontinuum de lumière blanche une raie intense centrée sur la fréquence  $\omega_0$ . Cette raie correspond, comme nous l'avons mentionné dans la partie précédente, à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 532\text{nm}$  obtenue à l'issue du doublage en fréquence par un cristal non linéaire de KTP. Le traitement numérique appliqué à l'interférogramme devra donc permettre la suppression de cette raie, tout en conservant le signal d'intensité lié au phénomène d'interférences.

Les interférogrammes directement observés dans le plan du capteur CCD doivent être traités de façon à prendre en compte la phase d'étalonnage qui a précédé l'acquisition et à les exploiter afin d'en retirer le profil suivant une ligne. Ce traitement est présenté dans la section suivante.

#### 4.2.1.2 Traitement numérique

Dans cette partie, nous traitons en parallèle les interférogrammes représentés sur les *Figure 4.11.a* et *Figure 4.11.b*. Pour une mesure profilométrique, ce traitement, tel qu'il a été expliqué dans le *chapitre 3* (§ 3.2), donne accès à la phase absolue du spectrogramme.

##### Pré-traitement : Prise en considération de l'étalonnage en fréquence et filtrage

L'acquisition des interférogrammes des *Figure 4.11.a* et *Figure 4.11.b*, s'accompagne de l'étalonnage décrit auparavant (§ 4.1.2), ainsi que de l'enregistrement du fond continu de chaque interférogramme.

*Remarque : L'acquisition du fond continu s'effectue lorsque l'interféromètre est déséquilibré. La répartition d'intensité recueillie correspond alors à la somme des intensités des bras de référence et de mesure (sans les modulations d'intensités induites par le phénomène d'interférences).*

En prenant en compte l'étalonnage, les franges des interférogrammes calibrés (*Figure 4.12.a* et *Figure 4.12.b*) deviennent périodiques. Ensuite, nous divisons l'interférogramme par son fond continu et nous appliquons un filtre médian. Ce traitement permet de lisser l'intensité sur toute la bande spectrale qui oscille autour d'une valeur moyenne (*Figure 4.12.c* et *Figure 4.12.d*). De plus dans le cas du spectrogramme réalisé avec le supercontinuum de lumière blanche, le pic d'intensité centré sur  $\omega_0$  apparaît nettement atténué.

Ce pré-traitement, permet d'éliminer une partie du bruit. Finalement nous obtenons des spectrogrammes dont les franges sont périodiques et dont l'intensité fluctue entre  $-1$  et  $+1$ .

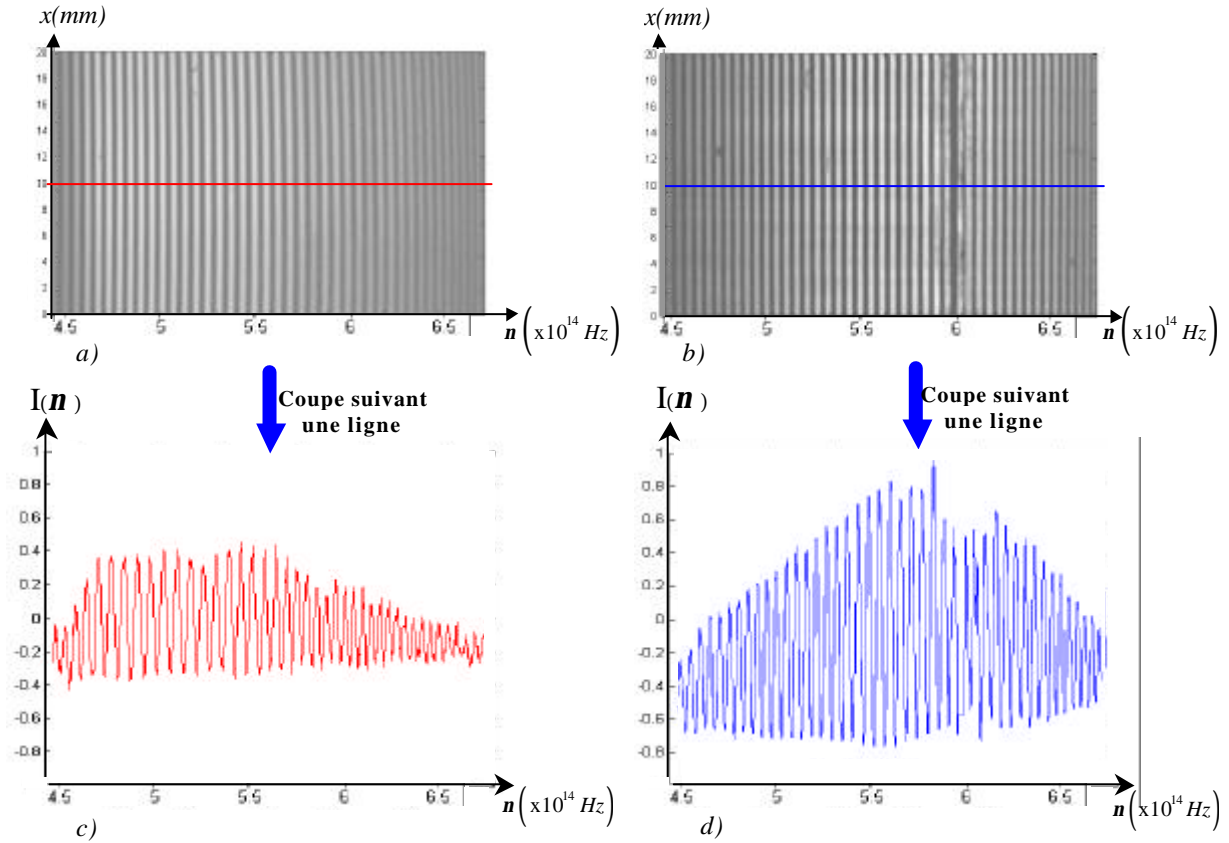


Figure 4.12 : Interférogrammes obtenus, avec un miroir plan à  $1/20$ , après application du pré-traitement :  
 a) avec une source blanche tungstène-halogène ; b) avec le supercontinuum de lumière blanche ;  
 c) coupe suivant une ligne de l'interférogramme a) ; d) coupe suivant une ligne de l'interférogramme b).

Les Figure 4.12.c et Figure 4.12.d nous permettent de faire une étude sur la fonction de visibilité des franges. Cette analyse apparaît dans le *paragraphe 4.2.3*. La recherche du profil du miroir plan est réalisée à partir de l'interférogramme Figure 4.12.b.

L'étalonnage et le filtrage appliqués à l'interférogramme directement observé dans le plan du capteur CCD constituent un pré-traitement nécessaire avant d'aborder les calculs de phase.

#### Etape 1 : calcul de la phase par l'algorithme 7 points

A présent, nous appliquons l'algorithme 7 points présenté dans le *chapitre 3* sur l'interférogramme de la Figure 4.12.b. En premier lieu, nous calculons sa transformée de Fourier. Dans l'espace de Fourier, nous recherchons la position du pic d'inter-corrélation pour chaque ligne de l'interférogramme. La Figure 4.13 est un zoom centré sur ce pic d'inter-corrélation.

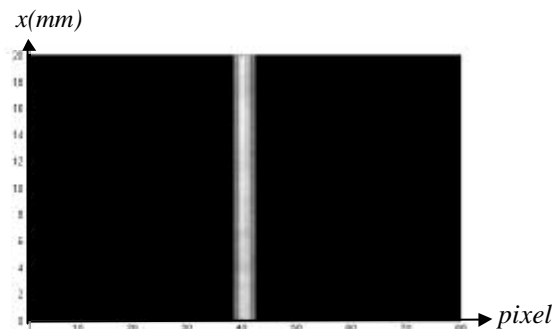


Figure 4.13: Pic d'inter-corrélation : avec le supercontinuum de lumière blanche .

Nous accédons à la phase non déroulée après application de l'algorithme 7 points (*Figure 4.14.a*). Le déroulement, ainsi que le recalage de phase, sont ensuite exécutés de façon à obtenir la carte de phase représentée sur la *Figure 4.14.c*.

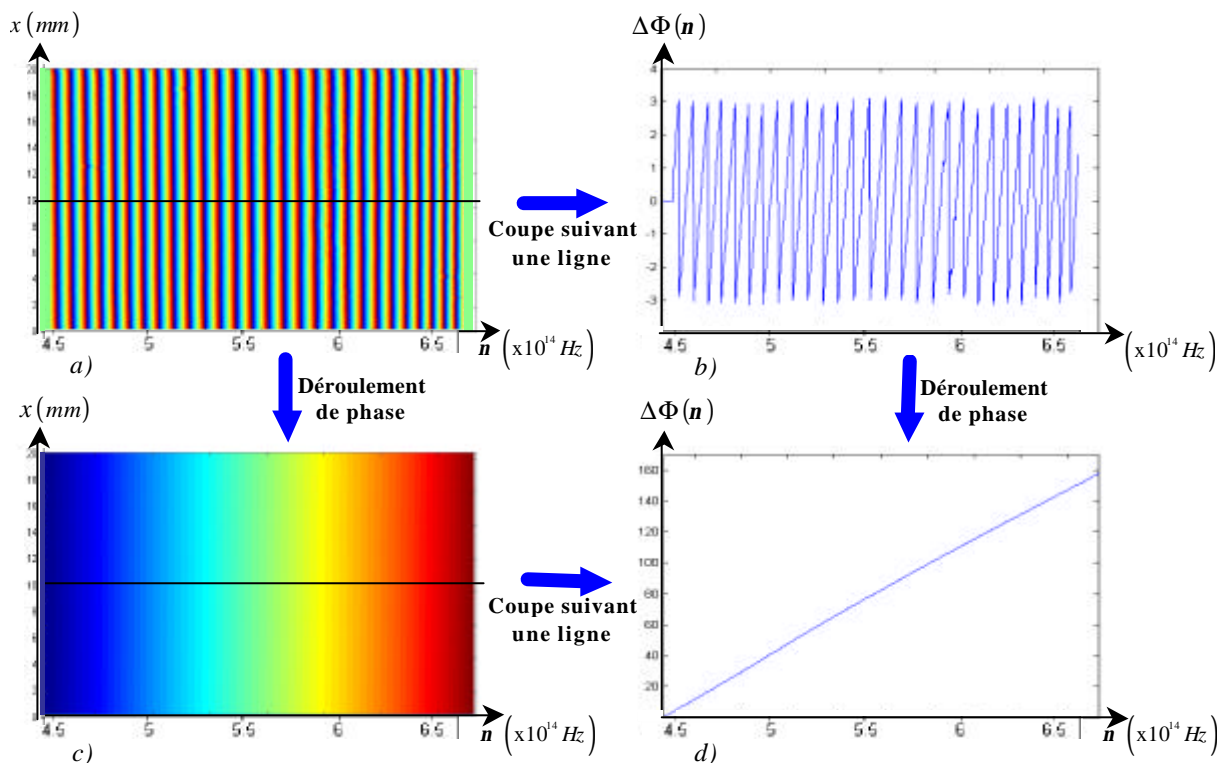


Figure 4.14 : Calcul de la phase avec l'algorithme 7 points :  
 a) carte de phase non déroulée ; b) carte de phase non déroulée suivant une ligne ;  
 c) carte de phase déroulée ; d) carte de phase déroulée suivant une ligne.

A partir de la carte de phase déroulée, nous calculons le profil du miroir de mesure. La reconstruction de celui-ci fait l'objet du paragraphe suivant et repose sur le fait que la phase spectrale est linéaire (*Figure 4.14.d*), comme l'indiquait l'étude théorique menée lors du *chapitre 3*.

### 4.2.1.3 Résultats

Pour déterminer le profil de cet objet, deux approches sont envisageables :

- soit, nous calculons pour chaque ligne la pente de la phase spectrale,
- soit, nous déterminons le profil pour chaque fréquence puis nous calculons une moyenne sur toute la bande spectrale étudiée.

La première option, décrite dans le *chapitre 3* est mise en œuvre pour déterminer le profil du miroir de mesure.

Nous calculons la pente de la phase, pour chacune des lignes de la carte de phase représentée sur la *Figure 4.14.c*. Nous accédons ensuite au profil du miroir de mesure par la relation (3.3.) (cf. *chapitre 3*). Celui-ci est représenté sur la *Figure 4.15*.



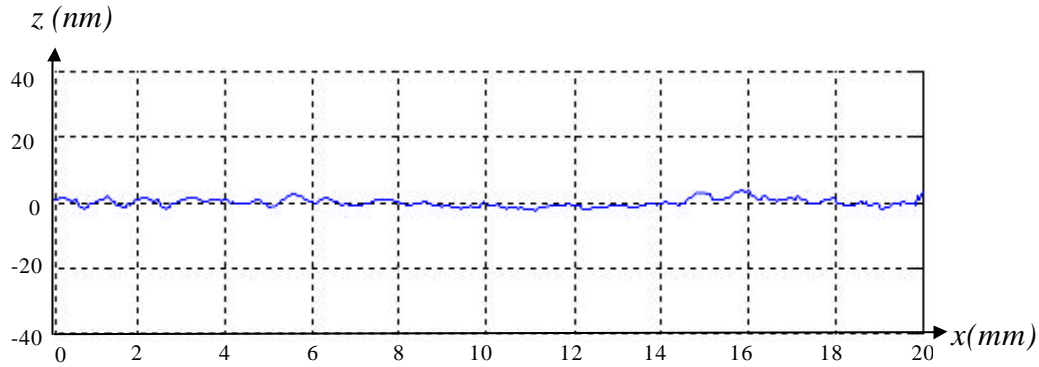


Figure 4.15 : Profil sur une ligne du miroir de mesure.

Sur ce profil, nous mesurons un écart pic-vallée de  $7nm$ . Nous évaluons également l'erreur sur cette mesure ou bruit de mesure à  $1nm$ . La planéité de surface de ce miroir est de  $1/20$ , selon les données constructeur, et la mesure que nous venons d'effectuer est en accord avec celle-ci.

La résolution spatiale le long de l'axe  $x$ , dépend du système optique mis en place. Les conditions expérimentales établies lors de cette mesure permettent d'atteindre une résolution spatiale de  $40\mu m$  sur une hauteur observée de  $20mm$ .

A présent, nous étudions un deuxième objet.

## 4.2.2. Deuxième mesure

### 4.2.2.1 Échantillon : Sabot

La mesure profilométrique décrite ici, s'applique sur un petit miroir dont les dimensions sont données sur la Figure 4.16.

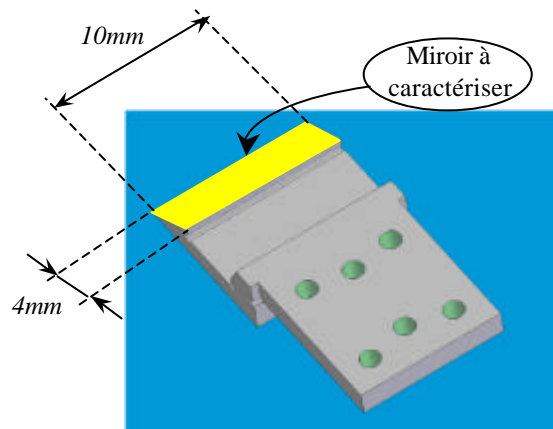


Figure 4.16 : Objet à caractériser : sabot en 3D.

Cet échantillon composé de deux miroirs est utilisé sur l'une des expériences du groupe Instrumentation et Micro-systèmes Optiques du laboratoire TSI. Ce test a été réalisé de façon à confronter les résultats obtenus aux spécifications données par le constructeur. Les résultats obtenus autorisent la validation ou non de la méthode de fabrication de ces sabots.

L'acquisition d'un interférogramme avec un tel objet s'avère beaucoup plus difficile qu'avec le miroir plan présenté précédemment, notamment à cause de sa rugosité de surface.

L'obtention de franges d'interférences avec la source tungstène-halogène atteint d'ailleurs ses limites. La divergence du faisceau réfléchi ne permet pas de retrouver un système de franges en sortie du dispositif. Par contre, l'utilisation du continuum de lumière blanche trouve sur cette mesure tout son intérêt, puisque la visualisation dans le plan du capteur CCD d'un interférogramme devient possible (*Figure 4.17*).

Ainsi, nous ne montrons pour cette mesure, qu'un interférogramme obtenu avec le supercontinuum de lumière blanche.

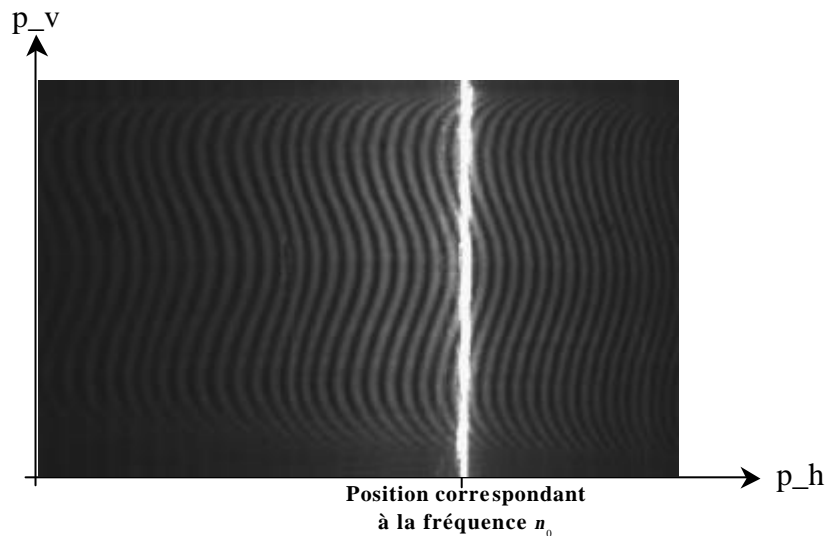


Figure 4.17 : Interférogramme acquis avec le miroir décrit sur la figure 4.16.

Cet interférogramme présente une perte de visibilité importante sur les bords. En réalité celle-ci n'est pas critique. Cette impression visuelle est accentuée par le manque d'intensité lumineuse pour les hautes et les basses fréquences. Cependant une prise en compte du fond continu dans notre traitement, donne accès à un signal exploitable. Cette partie de l'étude est traitée dans le paragraphe suivant.

#### 4.2.2.2 Traitement numérique

De la même façon que pour l'analyse profilométrique du miroir de mesure, nous traitons l'interférogramme obtenu avec l'objet. Les différentes étapes du traitement ont largement été développées précédemment. Par conséquent, nous ne présentons que les figures essentielles issues de ce traitement. Cependant, nous utilisons un traitement légèrement différent de celui expliqué lors du *chapitre 3* pour reconstruire le profil de l'objet. Afin d'utiliser convenablement celui-ci, le déroulement de la phase s'effectue uniquement suivant l'axe  $x$  (*Figure 4.19.c*).

Ainsi, sur les *Figure 4.18* et *Figure 4.19* nous avons respectivement représenté :

- l'interférogramme après étalonnage et application du filtre médian,
- la carte de phase déroulée suivant l'axe des fréquences, la carte de phase déroulée suivant l'axe  $x$ , accompagnées de leurs coupes respectives.

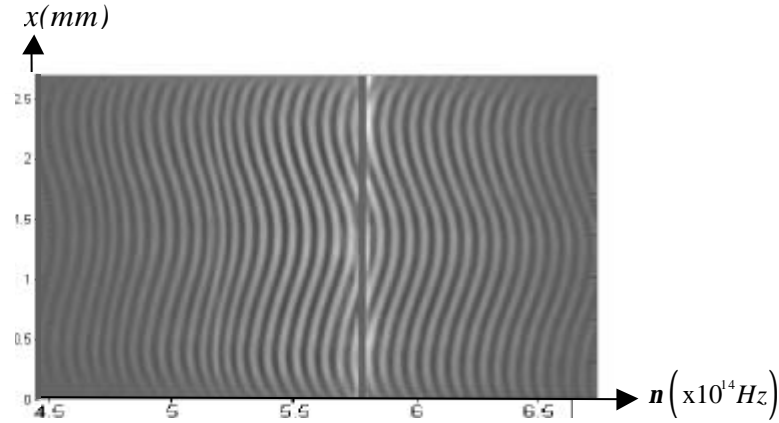
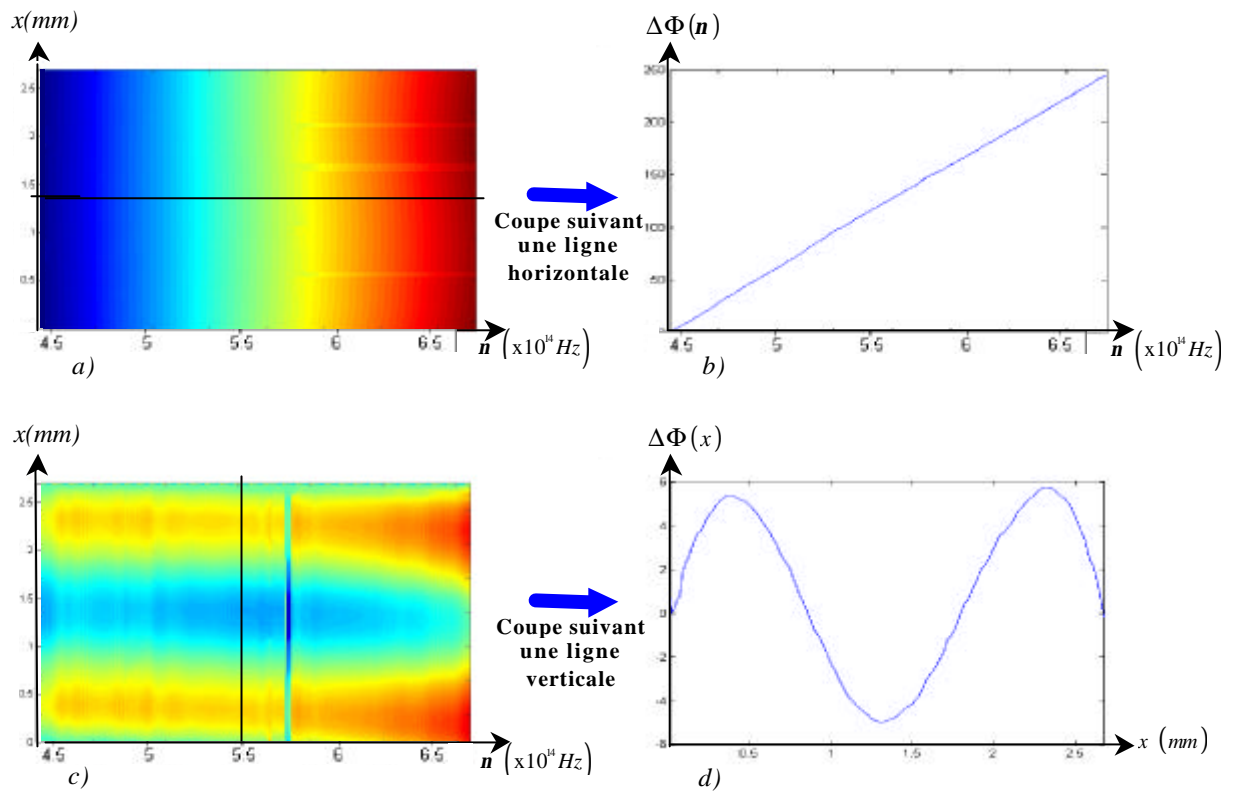


Figure 4.18 : Interférogramme après pré-traitement.


 Figure 4.19 : a) carte de phase déroulée suivant l'axe des fréquences ; b) phase en fonction de la fréquence ; c) carte de phase déroulée suivant l'axe  $x$  ; d) phase en fonction de la position  $x$  sur l'objet.

De la même façon que pour l'analyse réalisée sur le miroir de mesure, nous obtenons une phase spectrale linéaire (Figure 4.19.b) en accord avec la théorie. Ceci démontre également la fiabilité de notre étalonnage spectral. Cependant, le profil du miroir analysé dans cette section sera calculé à partir de l'information donnée par les Figure 4.19.c et Figure 4.19.d et non pas à partir de la pente de la phase.

L'extraction de la phase avec l'algorithme 7 points est par conséquent achevée. L'étape suivante consiste à calculer le profil de cet objet.

### 4.2.2.3 Résultats

De façon à ne pas se limiter à une seule technique pour calculer le profil d'un objet, nous expliquons dans ce paragraphe une nouvelle méthode. Celle-ci se distingue de celle utilisée pour calculer le profil du miroir de mesure (§ 4.2.1.3 Résultats) par l'axe selon lequel nous étudions la phase.

De façon analogue à la méthode étudiée dans le *chapitre 3*, nous avons extrait la phase spatiale pour chaque fréquence de l'interférogramme. Finalement, nous appliquons un algorithme d'interférométrie spatiale monochromatique à toutes les fréquences d'un interférogramme spectral.

Pour chaque fréquence, nous accédons au profil de l'objet. Afin de se convaincre du bien fondé de cette méthode, nous rappelons l'expression de la phase spatiale pour une fréquence  $n_i$  quelconque. Cette relation est déduite de l'équation (3.2.) établie dans le *chapitre 3*.

$$\Delta\Phi(x) = \frac{4pn_i}{c} \cdot (d_0 + z(x))$$

$$\Leftrightarrow z(x) = \frac{c}{4pn_i} \cdot \Delta\Phi(x) - d_0 \quad (4.1)$$

Puis une moyenne sur toutes les fréquences est réalisée afin d'améliorer la précision de la mesure du profil :

$$\Leftrightarrow z(x) = \frac{\sum_i \left\{ \frac{c}{4pn_i} \cdot \Delta\Phi(x) - d_0 \right\}}{\Delta i} \quad (4.2)$$

où :  $\Delta i$  est le nombre de fréquences ou de lignes verticales analysables par l'algorithme 7 points.

Nous appliquons donc cette technique à la carte de phase spatiale représentée sur la *Figure 4.19.c*. Sur cette carte de phase, il faut noter qu'une bande autour de la fréquence  $n_0$  est inexploitable. Par conséquent, nous occulterons les résultats issus de cette bande spectrale, lors du moyennage par l'équation 4.2.

À l'issue de cette procédure, nous obtenons le profil du sabot (cf. *Figure 4.20*).

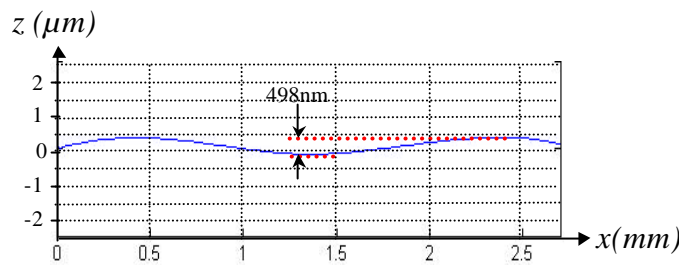


Figure 4.20 : Profil sur une ligne du miroir appelé « sabot ».

Le sabot que nous étudions est un miroir rectangulaire de dimension  $4mm \times 10mm$ . Nous avons procédé à la mesure du profil suivant le petit coté, soit sur  $4mm$ . Cependant, la première constatation expérimentale montre que le phénomène d'interférences n'est pas observable sur les bords de cet échantillon. En effet, une trop forte pente sur certaines zones de l'échantillon est à l'origine d'une forte déflexion du faisceau réfléchi. Dans ces conditions, il est difficile de superposer spatialement les faisceaux de référence et de mesure. Ainsi les conditions spatiales d'interférences ne sont pas réalisables sur la totalité du faisceau lumineux, d'où la perte d'information sur les bords de l'échantillon. Finalement, nous accédons à un système de franges spectrales sur une portion de l'échantillon équivalente à  $2.7mm$ .

Sur ce profil (*Figure 4.20*), nous évaluons l'écart pic-vallée à  $498nm$  et le bruit de mesure à  $20nm$ . Ce miroir est donc de très faible qualité pour une utilisation sur un banc de mesure optique. Notons que pour cette expérience, la résolution spatiale sur l'axe  $x$  est de  $18\mu m$ .

L'excellente précision atteinte, malgré le manque de signal autour de la raie spectrale de la source ( $n_0 = 5.64 \times 10^{14} Hz$ ), montre la robustesse de l'algorithme utilisé. Cette technique est donc adaptée aux échantillons absorbant certaines plages de longueurs d'onde. Nous pourrions pousser un peu plus loin l'analyse en associant au profil de l'objet une analyse spectrométrique (détermination du spectre d'absorption de l'échantillon), puisque l'interférométrie spectrale donne une mesure d'intensité pour chaque fréquence analysée.

Ces deux mesures font apparaître l'influence de la source sur les résultats obtenus. Le prochain paragraphe fera l'objet d'une discussion sur l'importance du choix de la source dans un dispositif d'interférométrie spectrale.

### **4.2.3. Commentaire sur les résultats et la visibilité des franges**

Dans l'une ou l'autre des mesures profilométriques effectuées, la source apparaît comme un élément déterminant de notre dispositif d'interférométrie spectrale. Chacune de ces mesures montre de façon différente, l'importance de la cohérence spatiale de la source utilisée.

Revenons sur la mesure du profil du sabot : avec la source tungstène-halogène, classiquement utilisée en interférométrie spectrale, l'obtention de franges est impossible, alors qu'avec le supercontinuum, un système de franges contrastées et par conséquent exploitables est enregistré (*Figure 4.17*). Ce constat nous amène à quantifier l'amélioration apportée par le supercontinuum par rapport à la source tungstène-halogène, par le biais d'une étude sur la fonction de visibilité des franges.

De façon théorique, la distribution d'intensité  $I(x, \mathbf{n})$ , dans le plan du capteur CCD dépend de la fréquence  $\mathbf{n}$  considérée ainsi que du retard optique  $t(x)$  entre les deux bras de l'interféromètre.

$$\boxed{I(x, \mathbf{n}) = I_0(x, \mathbf{n}) \cdot (1 + V(x, \mathbf{n}) \cdot \cos(\Delta\Phi(t(x), \mathbf{n})))} \quad (4.3)$$

où:  $I_0(x, \mathbf{n}) = I_1(x, \mathbf{n}) + I_2(x, \mathbf{n})$  est la distribution d'intensité correspondant au fond continu,  
 $I_1(x, \mathbf{n})$  et  $I_2(x, \mathbf{n})$  sont les intensités dans chaque bras de l'interféromètre,  
 $V(x, \mathbf{n})$  est la fonction de visibilité des franges,

et  $\Delta\Phi(\mathbf{t}(x), \mathbf{n})$  est la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre.

La visibilité des franges d'interférences dépend de la cohérence spatiale et temporelle de la source. Avec le supercontinuum de lumière blanche, la visibilité des franges est uniquement limitée par la dimension éclairée du réseau de diffraction qui conditionne la résolution du spectromètre (cf. *chapitre 2*). Cette limitation existe aussi avec une source tungstène-halogène qui présente également une large bande spectrale.

L'avantage principal du supercontinuum est sa cohérence spatiale due au caractère unimodal de la fibre optique qui autorise une haute densité spectrale d'énergie. Ce qui n'est pas le cas de la source tungstène-halogène. Cette propriété nous autorise par conséquent à sonder des objets de grandes tailles. Cette source présente donc des performances en parfaite adéquation avec notre dispositif d'interférométrie spectrale.

Les mesures effectuées sur le miroir de mesure nous permettent de comparer, les fonctions de visibilité des franges pour les deux sources utilisées. Pour ce faire, nous nous basons sur les fluctuations d'intensités relevées sur les *Figure 4.12.c* et *Figure 4.12.d*, issues des deux interférogrammes filtrés. Ces deux interférogrammes ont été enregistrés avec le même retard optique  $\mathbf{t}(x)$ , de sorte que ce paramètre influe de façon identique sur la visibilité des franges. Ainsi, les deux fonctions de visibilité représentées sur la *Figure 4.21*, sont comparées.

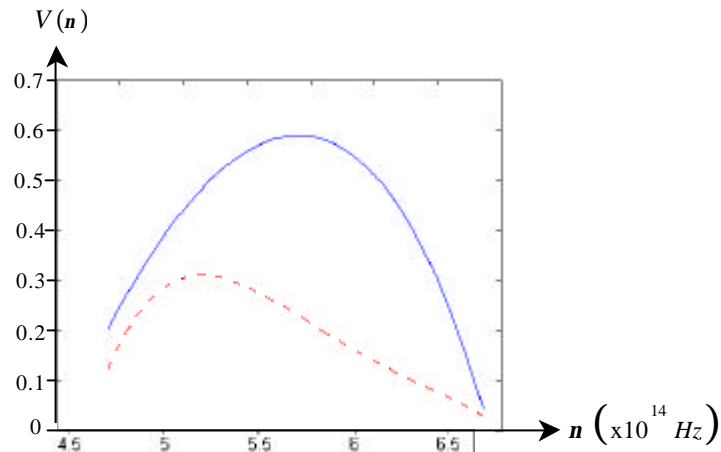


Figure 4.21 : Fonction de visibilité des franges avec une source tungstène-halogène en traits discontinus, et avec un supercontinuum de lumière blanche en traits continus.

Nous constatons que la visibilité des franges atteint 0.6 pour le supercontinuum, alors que pour la source tungstène-halogène, elle ne dépasse pas 0.3. Ces courbes démontrent la forte dépendance entre la fonction de visibilité des franges et la cohérence spatiale de la source.

#### **4.2.4. Conclusion**

Les résultats obtenus en profilométrie confirment les potentialités remarquables de notre dispositif. Deux mesures profilométriques de hautes résolutions ont été accomplies sur des échantillons présentant des dimensions et des topographies bien différentes. Pour ces deux mesures, nous obtenons des résultats très convaincants avec des précisions nanométriques.

Ces résultats ont fait l'objet d'une publication [3], dont la principale nouveauté provient de l'apport du continuum de lumière blanche par rapport aux autres sources utilisées en

interférométrie spectrale. L'apport de cette source à un dispositif d'interférométrie spectrale a donc été démontré sans équivoque. Le seul inconvénient de la première génération de source résulte de la raie très intense centrée autour de la fréquence  $n_0$ .

La dernière version de la source, non utilisée pour réaliser les mesures profilométriques, le sera pour les mesures sur les matériaux dispersifs ainsi que sur les lentilles, comme le présentent les paragraphes suivants.

### ***4.3. MESURES SUR DES MATÉRIAUX DISPERSIFS***

---

Ce paragraphe présente des résultats significatifs de l'interférométrie spectrale pour la mesure d'indice de matériaux dispersifs homogènes. Le but n'est pas d'analyser une profusion d'échantillons, mais d'illustrer les techniques numériques sur la base d'un interférogramme représentatif. Nous n'analysons par conséquent qu'un seul échantillon. Les simulations réalisées dans le *chapitre 3* ont montré toute la difficulté pour déterminer avec précision le profil d'indice d'un matériau à partir d'une acquisition d'interférométrie spectrale. Cette partie constitue donc une démonstration de principe sur la mesure d'indice.

Nous présentons plusieurs interférogrammes expérimentaux issus du dispositif d'interférométrie spectrale, obtenus pour une lame de verre de BK7, puis nous mettons en œuvre les traitements décrits dans le *chapitre 3*, afin d'extraire l'information visée.

#### **4.3.1. Échantillon : Lame de BK7**

La caractérisation d'un échantillon homogène se présente comme une étape incontournable de ce travail de thèse. Elle permet de tester notre dispositif, ainsi que les techniques numériques établies, sur des objets simples. Elle s'inscrit tout naturellement en préambule d'une étude plus périlleuse, celle des gradients d'indices.

La lame de BK7 insérée dans le bras de mesure de l'interféromètre a une épaisseur connue de  $2390\mu m$ , mesurée au pied à coulisse dont la précision de mesure est micrométrique. Nous distinguerons les acquisitions d'interférogrammes (*Figure 4.22* et *Figure 4.23*) selon :

- la position du miroir de mesure,
- et la source utilisée.

Nous présentons dans les figures qui suivent six interférogrammes pour trois positions du miroir de mesure et avec les deux sources utilisées :

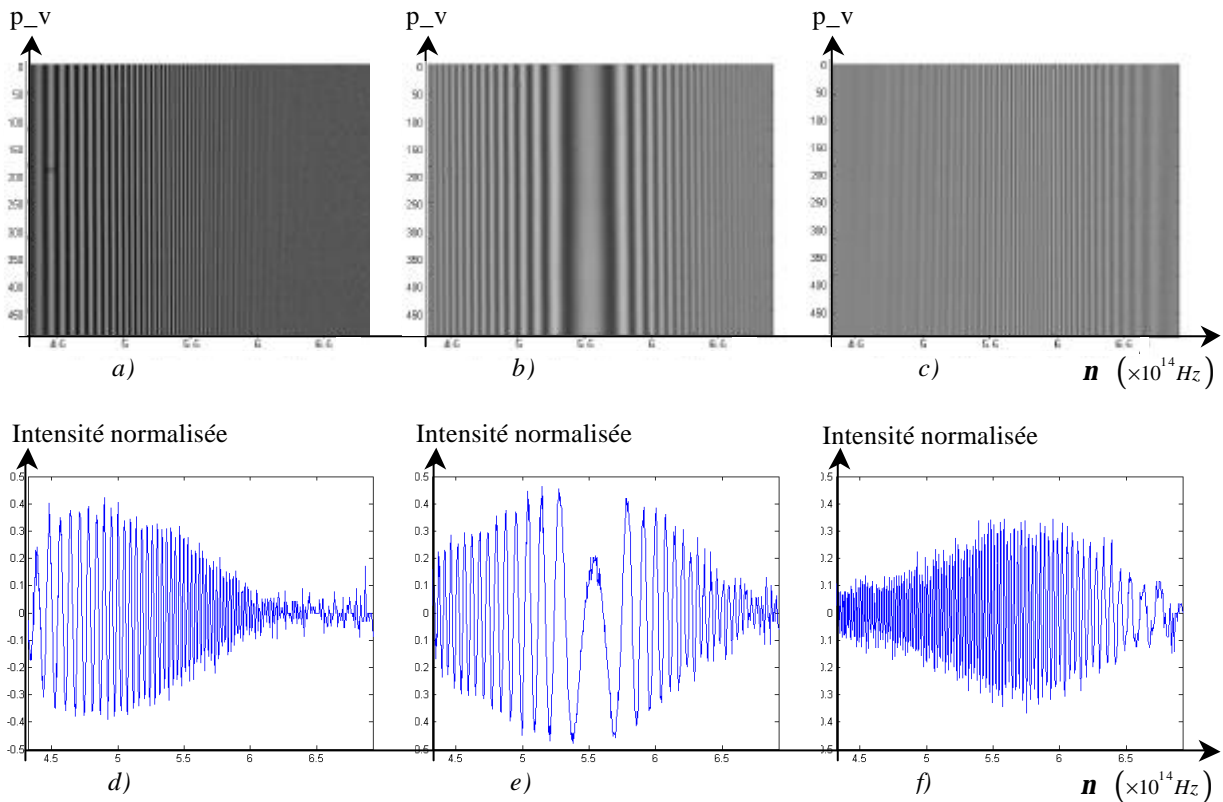
- la source tungstène-halogène (*Figure 4.22*),
- la nouvelle génération de continuum de lumière blanche (*Figure 4.23*).

Cette nouvelle source présente l'intérêt de générer un spectre à très large bande à partir de la seule longueur d'onde  $I_p = 1064nm$  délivrée par le Laser Nd :YAG. La raie à  $I_0 = 532nm$  est alors inexistante par rapport à la génération précédente, ce qui allège le traitement numérique sur les interférogrammes. De plus, elle autorise une mesure pour des longueurs d'onde plus élevées, et par conséquent le réseau diffracte sur une bande spectrale plus étendue (cf. *chapitre 2*). La bande spectrale analysée est :  $[3.75.10^{14} Hz - 5.6.10^{14} Hz]$ , soit en longueurs

d'onde :  $[535nm-800nm]$  et la résolution spectrale est de :  $0.68nm$ . Les spectrogrammes corrigés en fréquence, proposés pour les deux sources, ne couvrent donc pas le même intervalle spectral.

Nous ne traiterons qu'un seul des six interférogrammes (pré-traités) représentés sur les *Figure 4.22* et *Figure 4.23*, cependant l'intérêt de ces figures réside dans la possibilité :

- de comparer la visibilité des franges en fonction de la source utilisée,
- et de vérifier l'évolution des figures d'interférences spectrales en fonction de la position du miroir.



*Figure 4.22 : Interférogrammes spectraux réalisés avec la source tungstène-halogène et leurs coupes suivant une ligne horizontale (après étalonnage et division par le fond continu) : a) et d) pour  $d_{01} = -1230\mu m$  ; b) et e) pour  $d_{02} = -1280\mu m$  ; c) et f) pour  $d_{03} = -1340\mu m$  .*



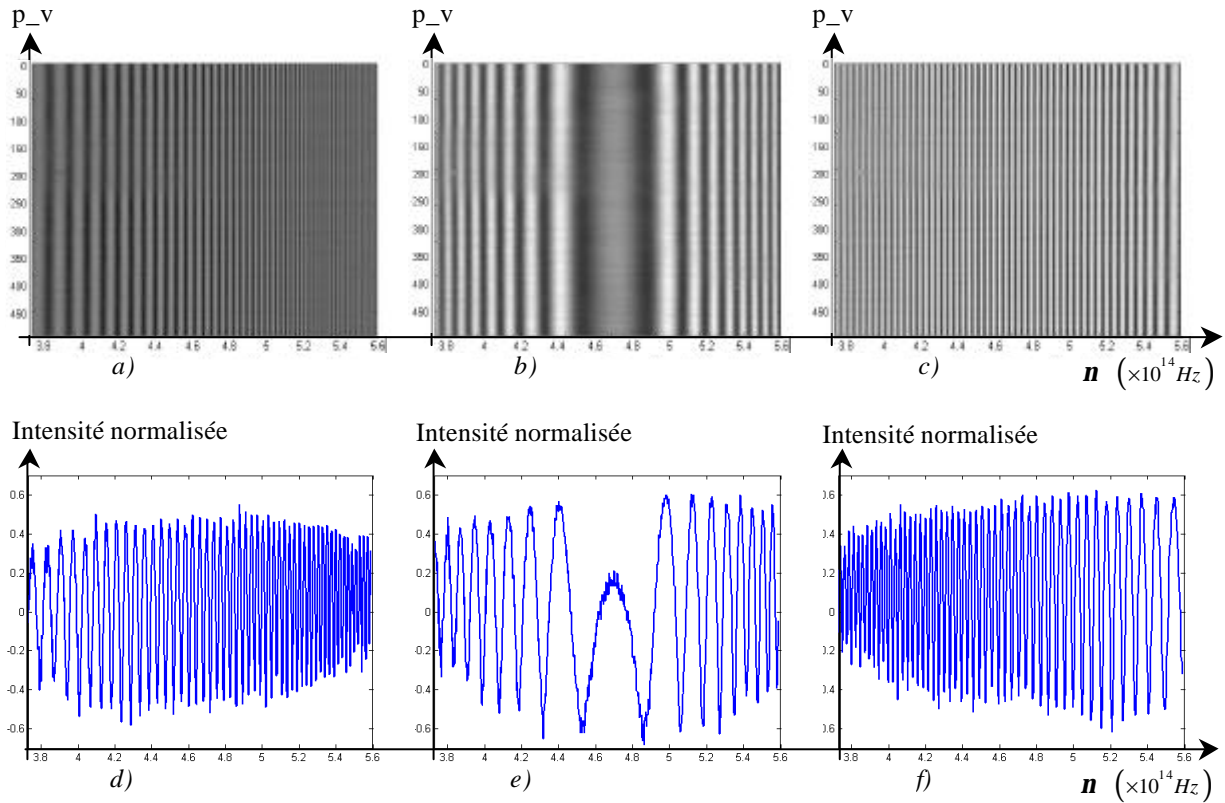


Figure 4.23 : Interférogrammes spectraux réalisés avec la nouvelle génération de continuum de lumière blanche, et leurs coupes suivant une ligne horizontale (après étalonnage et division par le fond continu) :  
 a) et d) pour  $d_{01} = -1220\mu\text{m}$  ; b) et e) pour  $d_{02} = -1260\mu\text{m}$  ; c) et f) pour  $d_{03} = -1300\mu\text{m}$  .

L'évolution des figures d'interférences en fonction de la position du miroir de mesure (Figure 4.22 et Figure 4.23) mettent en évidence le bon accord entre l'expérience et la simulation. On observe :

- pour  $d_0 = d_{01}$ , des franges qui se resserrent vers les hautes fréquences,
- pour  $d_0 = d_{02}$ , une frange étendue autour de laquelle les franges se resserrent,
- pour  $d_0 = d_{03}$ , des franges qui s'écartent vers les hautes fréquences,

Cette observation expérimentale conforte donc le modèle de la phase établi dans le chapitre 3.

Par ailleurs, les intensités normalisées représentées sur les Figure 4.22 d'une part, et Figure 4.23 d'autre part, confirment la discussion du paragraphe 4.2.3, sur la visibilité des franges.

En effet, avec la source tungstène-halogène, les franges d'interférences ne sont visibles que sur une partie de la bande spectrale étudiée (Figure 4.22.d, Figure 4.22.e et Figure 4.22.f). Avec cette source, le spectrogramme le plus favorable pour être soumis à l'étude est celui de la Figure 4.22.e. Celui-ci présente des franges suffisamment contrastées pour être analysé sur l'intervalle suivant :  $[4.4 \times 10^{14} \text{ Hz} - 6.7 \times 10^{14} \text{ Hz}]$  (en longueur d'onde :  $[450 \text{ nm} - 680 \text{ nm}]$ ). Cependant, la dérivée de la phase de ce signal s'annule sur la bande spectrale considérée, et son analyse requiert un traitement numérique supplémentaire susceptible d'induire une perte de précision sur la mesure (cf. chapitre 3, § 3.3.3.2).

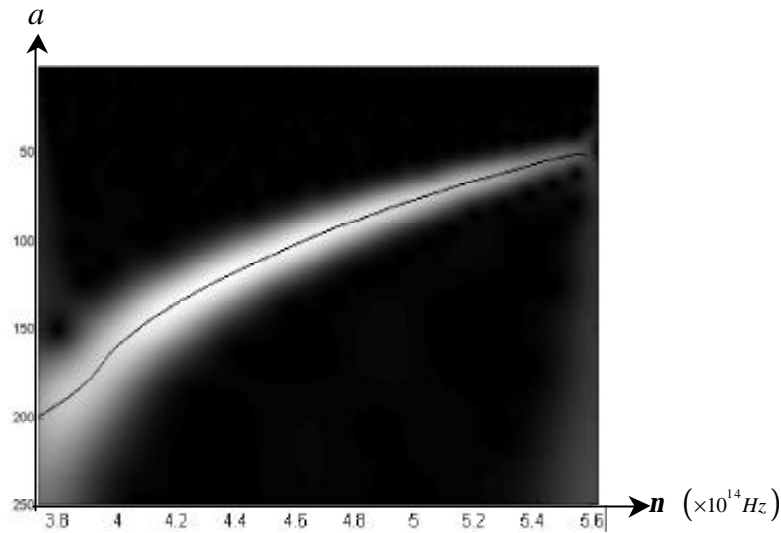
Avec la nouvelle génération de continuum de lumière blanche, l'amélioration de la visibilité est sans équivoque. Les franges sont discernables sur toute la bande spectrale analysée ( $[3.75 \times 10^{14} \text{ Hz} - 5.6 \times 10^{14} \text{ Hz}]$  ou  $[535 \text{ nm} - 800 \text{ nm}]$ ) et ceci, pour les trois positions du miroir de mesure. Ainsi l'analyse de l'échantillon et le calcul de son indice peuvent être réalisés à partir des trois spectrogrammes de la *Figure 4.23*. Cependant, nous choisissons de travailler à partir de celui de la *Figure 4.23.d*, dont les franges sont bien résolues, et dont la phase est croissante, car c'est avec ce type d'interférogramme que la transformée en ondelettes est la plus performante (cf. *chapitre 3*, § 3.3.3.2).

Dans la suite de ce travail, nous traitons cet interférogramme afin de calculer l'indice de groupe et de réfraction du matériau composant la lame de verre sondée (BK7).

### **4.3.2. Traitement numérique**

Nous appliquons le traitement numérique établi dans le chapitre 3, reposant sur la transformée en ondelettes. Ce traitement nous permet d'accéder à la phase suivant une ligne de l'interférogramme.

La première étape consiste à déterminer le scalogramme représentant l'interférogramme de la *Figure 4.23.d*. Ce scalogramme est obtenu par convolution entre une matrice composée d'une famille d'ondelettes convenablement choisie, et une ligne de l'interférogramme. Puis, la recherche du maximum d'énergie pour chaque colonne du scalogramme, nous indique la fréquence locale en chaque point de la ligne du spectrogramme. Sur la *Figure 4.24* est représenté le scalogramme correspondant à l'interférogramme de la *Figure 4.23.d*, sur lequel nous apposons son arête.



*Figure 4.24 : Scalogramme issu de l'interférogramme expérimental, avec son arête.*

Lors de l'étape suivante, nous déterminons la phase le long de l'arête, qui est également la phase du signal analysé. Sur la *Figure 4.25.a*, l'arête est superposée à la carte de phase. La phase le long de l'arête est alors comprise entre  $-p$  et  $p$  (*Figure 4.25.b*). Nous accédons à la phase spectrale relative du signal, par déroulement de phase (*Figure 4.25.c*).

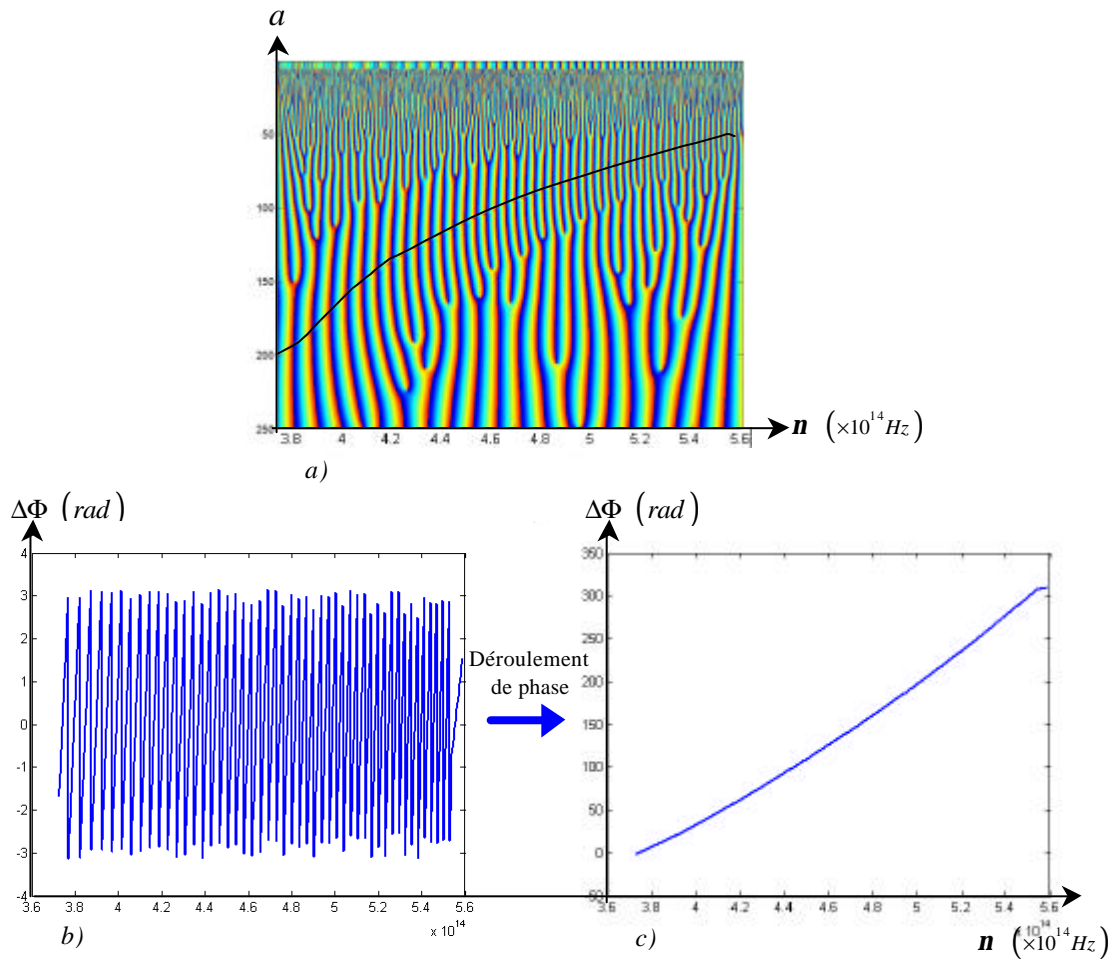


Figure 4.25 : a) Carte de phase et arête de la transformée en ondelettes appliquée à l'interférogramme expérimental ; b) Phase non déroulée le long de l'arête ; c) Phase déroulée le long de l'arête.

Le traitement par transformée en ondelettes est achevé, cependant, nous observons sur la Figure 4.25.c, une discontinuité de la phase pour les fréquences supérieures à  $5.53 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ , non conforme à la théorie. De façon à corriger ce type d'erreur, nous allons appliquer le traitement par ajustement de la courbe d'intensité défini lors du chapitre 3.

Nous approximations donc la phase calculée avec le traitement par transformée en ondelettes, par un polynôme d'ordre cinq, dont les coefficients sont placés en paramètres d'entrée dans notre fonction d'ajustement. Puis, le programme recherche les nouveaux paramètres optimisant l'approximation de la courbe d'intensité d'une ligne de l'interférogramme.

*Remarque : Cette étape est réalisée de façon automatique et reste très rapide (quelques secondes).*

La fonction ajustée et la courbe expérimentale sont représentées sur un même graphique (Figure 4.26).

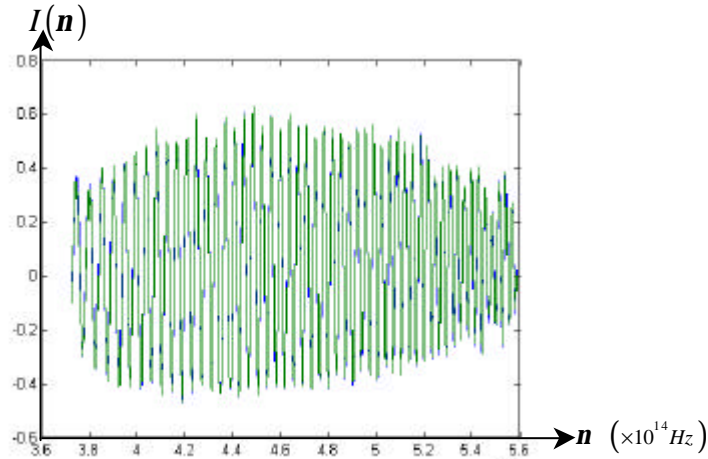


Figure 4.26 : Courbe expérimentale (bleu) avec la courbe modélisée par ajustement (vert).

*Remarque : La superposition quasiment parfaite des courbes expérimentale et modélisée démontre la qualité de cette technique sur des interférogrammes expérimentaux.*

La courbe d'intensité, étant bien modélisée, nous récupérons les nouveaux paramètres calculés et nous établissons la nouvelle courbe de phase (Figure 4.27).

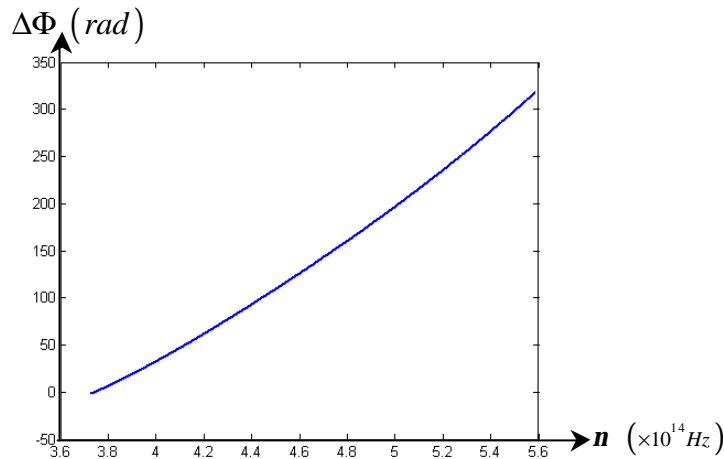


Figure 4.27 : Phase spectrale du signal calculée par la méthode d'ajustement.

*Remarque : La phase spectrale établie par la méthode d'ajustement est continue sur toute la bande spectrale analysée. L'erreur survenue suite au traitement par ondelettes est par conséquent corrigée.*

La phase spectrale contient des informations relatives aux propriétés de l'objet sondé, qu'il nous faut à présent extraire.

### **4.3.3. Résultats**

Le but de cette mesure réalisée par interférométrie spectrale, est la détermination de l'indice de réfraction du matériau sondé, cependant nous avons remarqué dans le *chapitre 3*, que cette information n'est pas immédiate. La seule information à laquelle nous avons accès à partir d'une seule acquisition est l'indice de groupe. Celui-ci se calcule à partir de l'équation (3.19.), du chapitre précédent, qui fait intervenir la dérivée de la phase (Figure 4.28).

*Remarque : Les valeurs du décalage du miroir  $d_0$ , et de l'épaisseur du verre  $e$ , sont connues avec des précisions micrométriques, qui induisent une précision sur la mesure de l'indice de groupe de  $10^{-3}$ .*

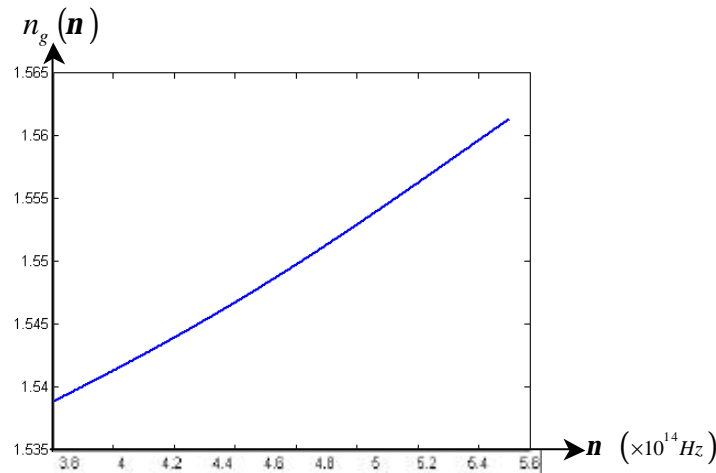


Figure 4.28 : Indice de groupe du matériau composant l'objet sondé (BK7).

Nous recherchons à présent la loi de dispersion de l'échantillon sous test. Pour ce faire nous avons expérimenté la méthode basée sur l'acquisition d'un interférogramme lorsque l'objet sondé subit une rotation (cf. *chapitre 3*, § 3.3.5.2). Cependant, le manque de précision sur la mesure de l'angle de rotation, ainsi que sur le déplacement du miroir de mesure engendre des erreurs importantes sur la mesure de l'indice de réfraction. Ces résultats ne sont pas montrés puisqu'ils ne revêtent pas de réel intérêt.

Cependant, comme nous l'avons évoqué dans le *chapitre 3*, la connaissance de l'indice de réfraction pour une fréquence est suffisante afin d'établir la loi de dispersion sur toute la bande spectrale analysée. Nous disposons d'un ellipsomètre spectroscopique, installé au sein des plates-formes technologiques du Pôle Optique Rhône-Alpes (P.O.R.A) par le laboratoire Dispositifs et Instrumentations en Optoélectronique et Microondes (D.I.O.M). Une mesure de l'indice de réfraction a été effectuée par ellipsométrie sur la même bande spectrale que celle explorée avec notre dispositif d'interférométrie spectrale. Nous recalons la phase spectrale sur la fréquence  $n=4.9.10^{14}$  Hz et déterminons la loi de dispersion du verre testé.

*Remarque : La précision de mesure sur l'indice de réfraction avec l'ellipsomètre est de  $5.10^{-3}$ , ce qui est limitatif par rapport aux objectifs fixés, et par rapport à la précision théorique de mesure de notre dispositif.*

Les lois de dispersion déterminées par ellipsométrie (avec son incertitude) et par interférométrie spectrale sont présentées sur la *Figure 4.29*.

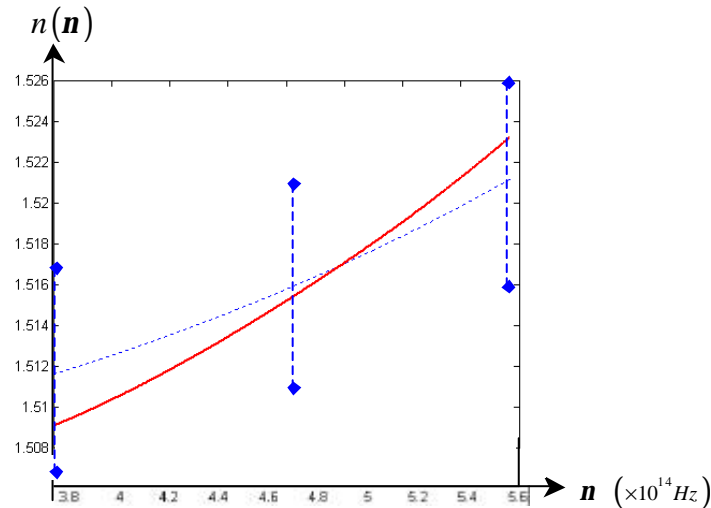


Figure 4.29 : Loi de dispersion du BK7 déterminée par ellipsométrie (.....) et par interférométrie spectrale (—)

La courbe de dispersion obtenue par interférométrie spectrale, après recalage, appartient à l'intervalle délimité par l'incertitude de mesure avec l'ellipsomètre sur toute la bande spectrale analysée. Cependant il existe encore 47 solutions par interférométrie spectrale, qui sont cohérentes avec la mesure ellipsométrique, dont les deux courbes de dispersion extrêmes représentées sur la Figure 4.30.

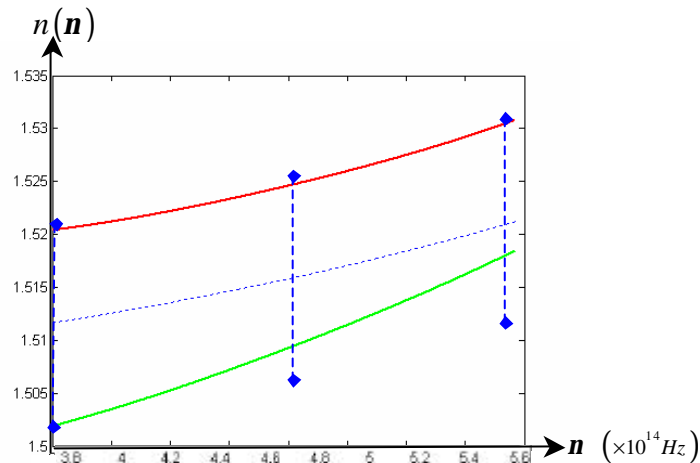


Figure 4.30 : Deux courbes de dispersion extrêmes obtenues par interférométrie spectrale, et appartenant à l'intervalle d'incertitude relatif à la mesure ellipsométrique.

Il est difficile d'interpréter d'avantage ce résultat, car la précision de l'ellipsométrie est insuffisante. Finalement, l'incapacité à restituer l'indice de réfraction avec une seule acquisition en interférométrie spectrale rend la détermination de gradient d'indice délicate dans la configuration actuelle du dispositif. Cependant, la mesure relative des gradients d'indice doit être accessible, et, la mesure relative de la dispersion présente une bonne résolution. De plus, un recalage à une longueur d'onde avec un dispositif présentant une meilleure précision que celle de l'ellipsomètre, rendrait possible la mesure absolue de l'indice sur toute la bande spectrale analysée.

Toutefois ces travaux trouvent une application intéressante dans le domaine de la caractérisation des aberrations de composants optiques. Cette évolution de notre étude est en

adéquation avec le projet initial dont le but est le contrôle des fonctions optiques de composants, conformément aux attentes du constructeur.

## 4.4. ABERRATIONS : LENTILLES

Cette partie est consacrée à l'étude qualitative par interférométrie spectrale des aberrations de lentilles [4]. Nous analysons trois lentilles différentes : une lentille cylindrique, un doublet achromatique, et une lentille à gradient d'indice.

### 4.4.1. Échantillon : Lentille cylindrique

#### 4.4.1.1 Mesures

L'analyse d'une lentille cylindrique par notre dispositif présente l'intérêt de dissocier les effets, de dispersion et de focalisation, liés aux deux axes de la lentille. Cette étude intervient comme un échelon à gravir pour mieux appréhender les figures d'interférences observées avec une lentille sphérique.

L'emplacement et l'orientation de la lentille cylindrique dans le bras de mesure sont très importants pour l'obtention de franges d'interférences. Ainsi, les interférogrammes que nous présentons dans cette partie sont enregistrés après insertion d'une lentille cylindrique dans l'interféromètre, de telle sorte que le miroir de mesure coïncide avec le plan focal moyen image de la lentille (*Figure 4.31*).

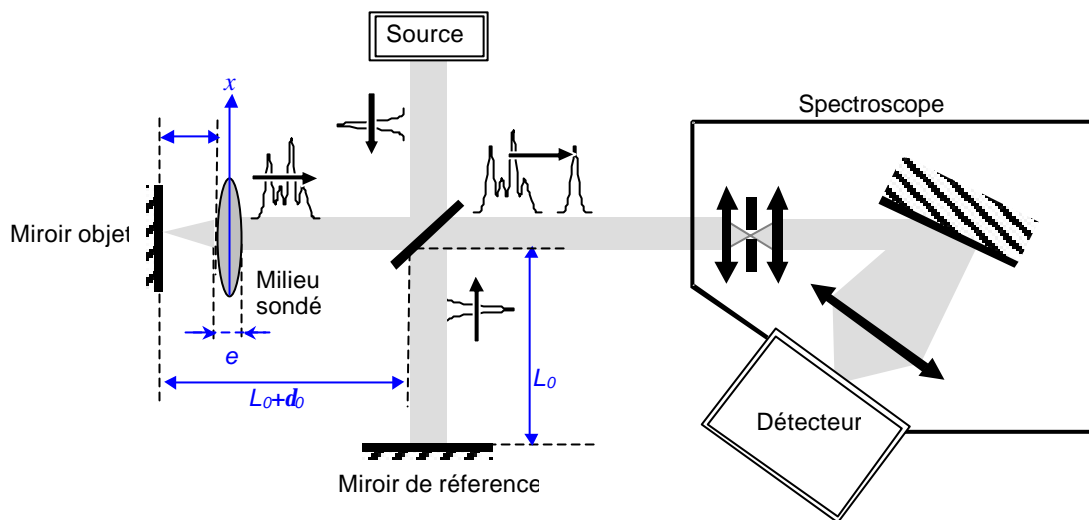


Figure 4.31 : Interféromètre de Michelson : cas où le milieu sondé est une lentille cylindrique.

Les caractéristiques principales de la lentille cylindrique étudiée sont les suivantes :

- largeur : 50mm,
- hauteur : 60mm,
- et distance focale : 200mm.

Cette lentille est orientée de telle sorte que le segment incident lumineux soit :

- perpendiculaire à sa courbure (*Figure 4.32*),
- ou suivant sa courbure (*Figure 4.33*).

Ces deux configurations permettent de dissocier l'effet de chacun des axes de la lentille cylindrique. De plus, afin de vérifier l'effet de la défocalisation modélisé dans le *chapitre 3*, nous faisons varier la distance entre la lentille cylindrique et le miroir ( $d_{M-L}$ ), de façon à ce que celle-ci soit :

- inférieure à la distance focale (*Figure 4.33.a*),
- supérieure à la distance focale (*Figure 4.33.b*),
- ou égale à la distance focale (*Figure 4.33.c*).

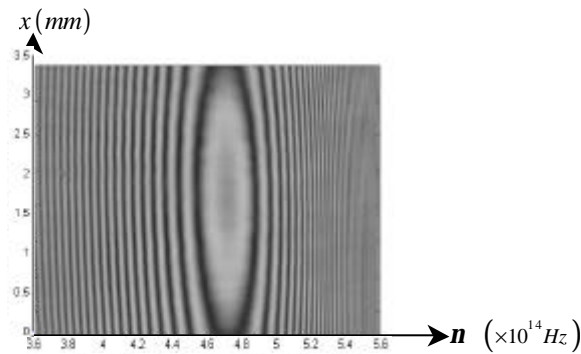


Figure 4.32 : Interférogramme spectral réalisé avec une lentille cylindrique « verticale ».

*Discussion sur la Figure 4.32 :*

Lorsque le faisceau incident est perpendiculaire à la courbure de la lentille, aucune modification des figures d'interférences n'est observée par variation de la distance miroir-lentille ( $d_{M-L}$ ). Dans cette configuration, la phase spatiale est quasiment invariante, puisque l'épaisseur de la lentille suivant le segment éclairé est quasiment constante. La courbure des franges peut s'expliquer par :

- soit une variation d'indice sur la hauteur de la lentille,
- soit l'épaisseur de la lentille qui n'est pas constante sur sa hauteur,
- soit ces deux défauts cumulés.

Le seul effet observé par changement de la distance  $d_{M-L}$ , est une perte de visibilité des franges. Effectivement, plus le miroir objet est éloigné du plan focal, plus le faisceau de mesure s'élargit en sortie d'interféromètre, tandis que le faisceau de référence, collimaté, garde sa finesse initiale. La superposition des deux faisceaux en sortie d'interféromètre n'est plus totale, d'où une cohérence spatiale partielle qui engendre une perte de visibilité.

Lorsque le segment lumineux incident suit la courbure de la lentille cylindrique nous observons les interférogrammes de la *Figure 4.33* :



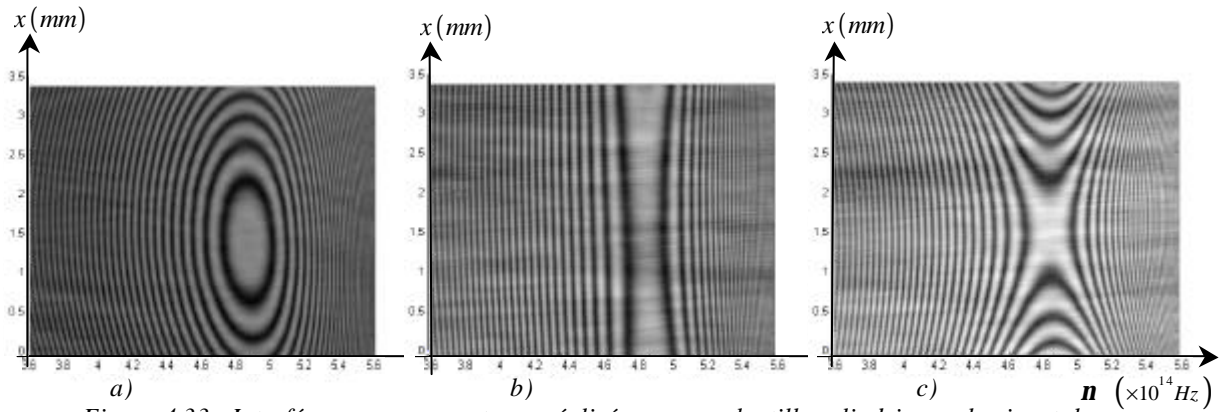


Figure 4.33 : Interférogrammes spectraux réalisés avec une lentille cylindrique « horizontale » :

a) pour  $d_{M-L} < f$  ; b) pour  $d_{M-L} = f$  ; c) pour  $d_{M-L} > f$  .

Discussion sur les Figure 4.33 :

Les deux Figure 4.33.a et Figure 4.33.c valident l'étude théorique réalisée dans le chapitre 3 (§ 3.4.2.1). Lorsque la distance  $d_{M-L}$  est inférieure à la distance focale de la lentille, on observe des franges à contours fermés (Figure 4.33.a) et lorsque cette distance est supérieure à la distance focale de la lentille étudiée, on observe des franges à contours ouverts (Figure 4.33.c). Ces figures d'interférences ont sensiblement le même aspect que celles modélisées dans le chapitre 3, confirmant ainsi l'effet de la défocalisation sur le système de franges.

Le traitement de ces interférogrammes fait l'objet du paragraphe suivant.

#### 4.4.1.2 Traitement

Dans ce paragraphe, nous approfondissons l'analyse du spectrogramme de la Figure 4.33.b. Une simple observation de celui-ci semble indiquer une courbure des franges caractéristique du chromatisme (cf. chapitre 3). Pour le confirmer, nous déterminons la carte de phase par traitement numérique. Il suffit pour cela, d'appliquer les techniques décrites dans le chapitre 3 à chacune des lignes de l'interférogramme. Nous parvenons alors à la carte de phase de la Figure 4.34.a. Afin de vérifier la validité du traitement sur la phase, nous représentons également l'interférogramme correspondant au cosinus de cette phase (Figure 4.34.b).

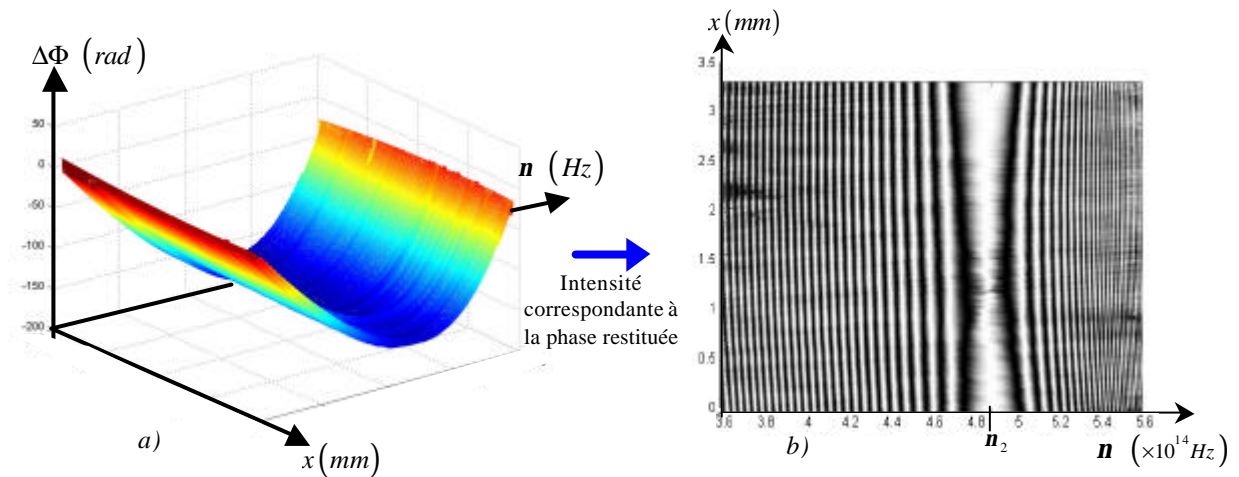


Figure 4.34 : a) Phase calculée par traitement numérique ; b) Intensité reconstituée par traitement numérique.

La phase (*Figure 4.34.a*) est correctement restituée puisque l'interférogramme reconstruit à partir de celle-ci (*Figure 4.34.b*) est apparemment similaire à l'interférogramme expérimental (*Figure 4.33.b*). La phase spatiale est extraite de la carte de phase, pour trois fréquences  $n_1$ ,  $n_2$ , et  $n_3$ , telles que :

- $n_2$  est la fréquence de la frange centrale (*Figure 4.34.b*),
- $n_1 < n_2$ ,
- et  $n_3 > n_2$ .

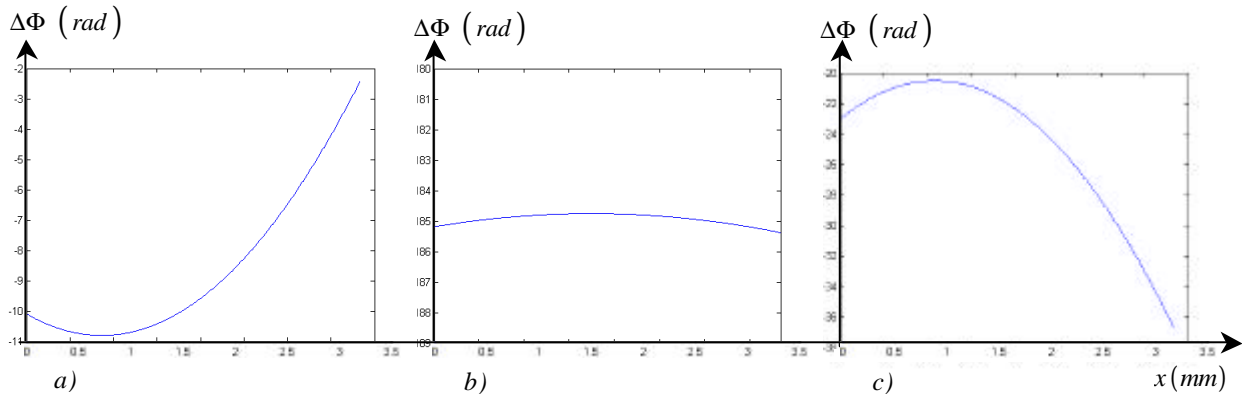


Figure 4.35 : Phase spatiale : a) pour la fréquence  $n_1 = 3.73.10^{14} \text{ Hz}$  ; b) pour la fréquence  $n_2 = 4.73.10^{14} \text{ Hz}$  ; c) pour la fréquence  $n_3 = 5.55.10^{14} \text{ Hz}$ .

*Remarque : Un lissage a été réalisé sur les courbes de la Figure 4.35.*

La *Figure 4.35*, montre un changement de courbure de la phase spatiale, autour de la fréquence  $n_2 = 4.73.10^{14} \text{ Hz}$ . Ce changement est caractéristique de la présence d'aberrations chromatiques (cf. *Figure 3.35* du chapitre 3).

De plus, en observant plus attentivement l'interférogramme expérimental de la *Figure 4.33.b*, Nous notons un rétrécissement de la frange centrale autour du pixel  $p_v = 300$ , induit par des aberrations géométriques de type sphéricité et/ou coma. Cependant, la phase varie considérablement en fonction de la coordonnée spatiale analysée, en effet, la différence d'amplitude est de 17 rad sur la *Figure 4.35.c*, ce qui correspond à un écart du front d'onde par rapport au front d'onde idéal plan de  $1.35\lambda$  (pour  $\lambda = 540 \text{ nm}$ ) sur une hauteur de lentille étudiée de  $3.3 \text{ mm}$  (soit 7% de son ouverture totale) codée sur 484 pixels, par conséquent, la résolution spatiale sur la mesure est de  $14 \mu\text{m}$ .

La possibilité d'identifier directement sur l'interférogramme spectral, à la fois les aberrations géométriques et chromatiques, est un résultat intéressant qui nous mène à l'étude de deux nouveaux échantillons.

## 4.4.2. Échantillon : Doublet achromatique

### 4.4.2.1 Mesures

La lentille étudiée est un doublet achromatique de  $17\text{mm}$  de diamètre et d'une distance focale de  $45\text{mm}$ . Tout comme pour la lentille cylindrique, afin d'obtenir des franges d'interférences avec notre dispositif, nous devons placer le doublet achromatique de telle sorte que le miroir de mesure soit dans le plan focal image de la lentille (Figure 4.31).

Ainsi le segment lumineux collimaté, en entrée de l'interféromètre, traverse le doublet, et converge en un point sur le miroir de mesure.

De façon similaire aux acquisitions réalisées avec la lentille cylindrique, nous positionnons le doublet de telle sorte que :

- $d_{M-L} > f$  ,
- $d_{M-L} = f$  ,
- $d_{M-L} < f$  .

Ces résultats sont représentés sur la Figure 4.36.

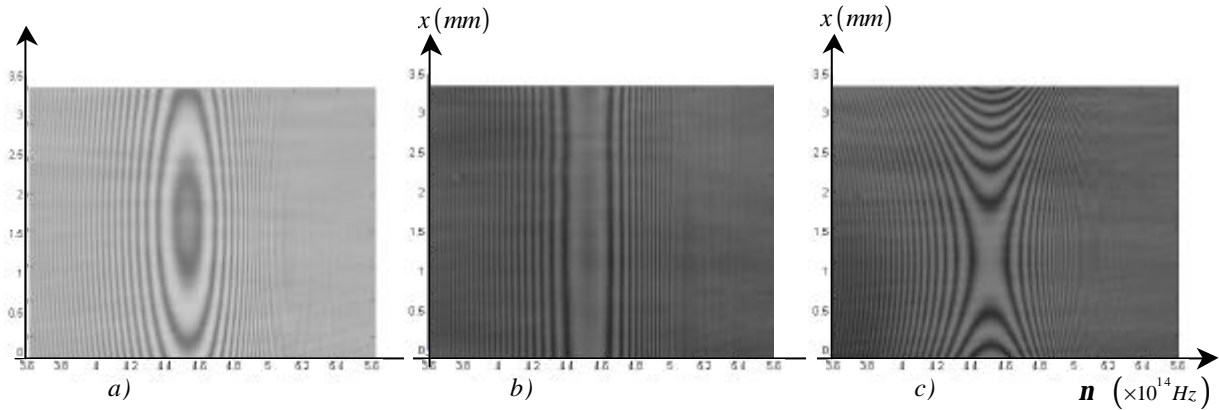


Figure 4.36 : Interférogrammes spectraux réalisés avec un doublet achromatique :

a) pour  $d_{M-L} < f$  ; b) pour  $d_{M-L} = f$  ; c) pour  $d_{M-L} > f$  .

#### Discussion sur la Figure 4.36

Après observation des interférogrammes obtenus avec le doublet achromatique, nous constatons que l'effet de défocalisation de type A (Figure 4.36.c) et de type B (Figure 4.36.a) sur les franges d'interférences, reste conforme à l'étude théorique réalisée dans le chapitre 3. De plus, l'interférogramme, acquis lorsque le plan focal du doublet achromatique coïncide avec le plan du miroir de mesure (Figure 4.36.b), est composé de franges qui semblent quasiment parallèles et verticales, ce qui laisse prévoir que la lentille ne présente pas un chromatisme important sur la bande spectrale et sur la hauteur analysées.

De la même façon que pour l'analyse de la lentille cylindrique, nous traitons un seul interférogramme, celui de la Figure 4.36.b.

#### 4.4.2.2 Traitement

Nous déterminons la carte de phase par traitement numérique afin d'évaluer les variations de la phase spatiale.

*Remarque : Les franges ne sont plus discernables au delà de la fréquence  $n = 5.3.10^{14} \text{ Hz}$ . Par conséquent le traitement sera inefficace au delà de cette fréquence.*

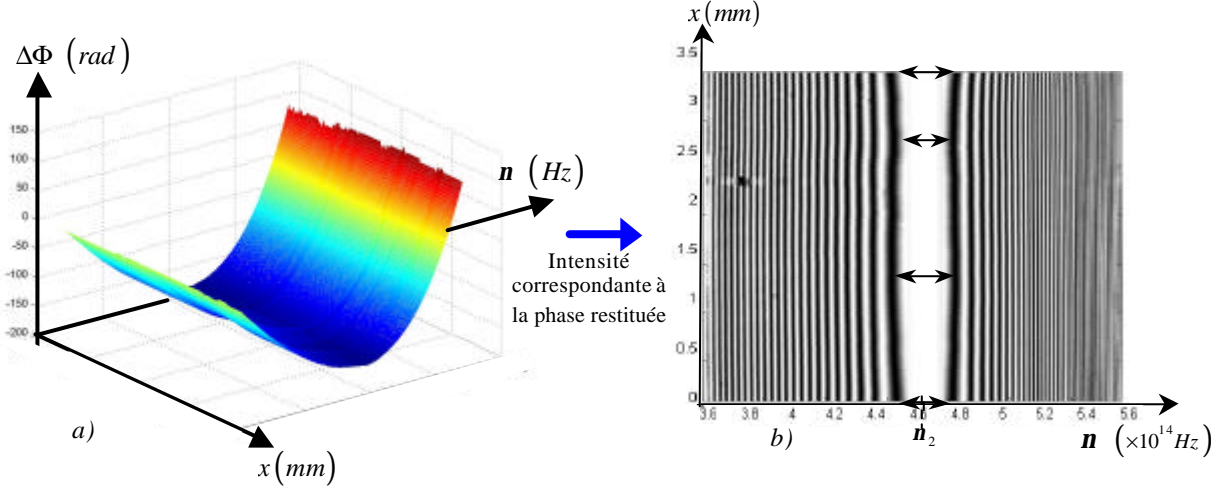


Figure 4.37 : a) Phase calculée par traitement numérique ; b) Intensité reconstruite par traitement numérique.

Selon l'interférogramme reconstruit après traitement numérique (Figure 4.37.b), nous considérons que le traitement est encore performant. Cependant comme nous venons de le remarquer, à partir de la fréquence  $n = 5.3.10^{14} \text{ Hz}$ , l'information sur la phase est inexploitable. Par conséquent, les trois phases spatiales sont extraites de la carte de phase (Figure 4.37.a), pour trois fréquences appartenant à l'intervalle :  $[4.72.10^{14} \text{ Hz} - 5.3.10^{14} \text{ Hz}]$ .

De la même façon que pour l'étude précédente, nous choisissons trois fréquences :

- $n_1 = 3.73.10^{14} \text{ Hz}$ ,
- $n_2 = 4.62.10^{14} \text{ Hz}$  où,  $n_2$  est la fréquence de la frange centrale (Figure 4.37.b),
- $n_3 = 5.2.10^{14} \text{ Hz}$ .

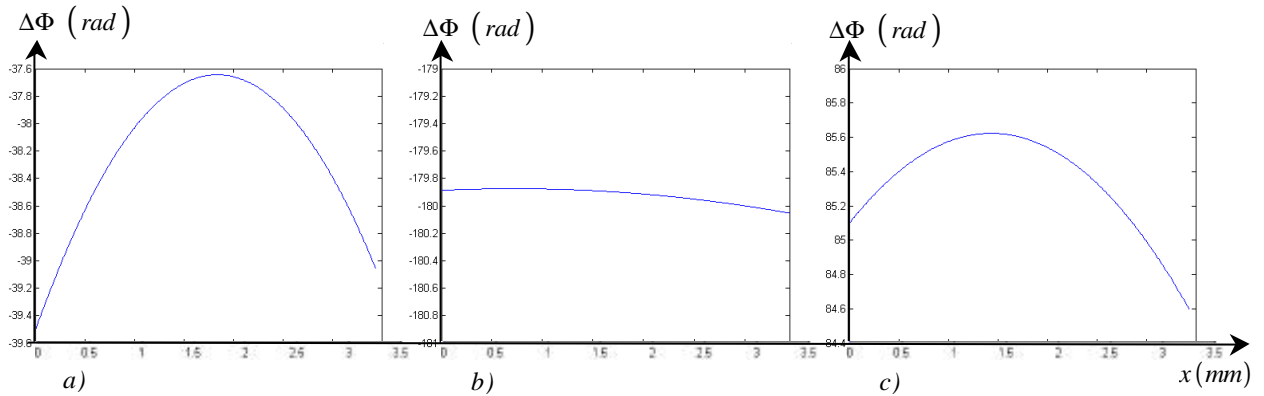


Figure 4.38 : Phase spatiale : a) pour la fréquence  $n_1 = 3.73.10^{14} \text{ Hz}$  ; b) pour la fréquence  $n_2 = 4.73.10^{14} \text{ Hz}$  ; c) pour la fréquence  $n_3 = 5.55.10^{14} \text{ Hz}$ .

*Remarque : Un lissage a été réalisé sur les courbes présentées ci-dessus.*

La Figure 4.38 montre une courbure de la phase spatiale différente en fonction de la fréquence analysée. Ceci démontre la présence de chromatisme sur l'objet sondé. Cependant le chromatisme de cette lentille est bien plus faible que celui de la lentille cylindrique (Figure 4.35). En effet, pour le doublet achromatique, la courbure de la phase spatiale varie plus faiblement avec la fréquence, que celle observée avec la lentille cylindrique. Ce résultat semble conforme puisque la fonction de base du doublet achromatique est de réduire les aberrations chromatiques. De plus, la courbure de la phase spatiale est positive pour les trois fréquences analysées, ceci démontre que les points focaux pour ces trois fréquences se situent en avant du miroir (dans la configuration expérimentale établie lors de l'enregistrement du spectrogramme de la Figure 4.36.b).

Les modulations de la phase spatiale, sont interprétées comme de la défocalisation de type A (cf. chapitre 3). Cependant, une observation un peu plus fine nous indique un rétrécissement de la frange centrale autour des pixels  $p_v = 100$  et  $p_v = 483$  et un élargissement autour des pixels  $p_v = 1$  et  $p_v = 300$  (Figure 4.36.b et Figure 4.37.b). Cette géométrie variable de la frange centrale ne peut être imputée qu'au seul effet d'une défocalisation, puisque cette dernière se manifeste par un rétrécissement ou un élargissement de la frange centrale autour d'une seule position. Par conséquent, le doublet achromatique étudié ici présente des aberrations géométriques qui perturbent le front d'onde. La différence d'amplitude de la phase spatiale pour les trois fréquences considérées n'excède pas 1.9 rad (Figure 4.38.a), ce qui correspond à un écart du front d'onde par rapport au front d'onde idéal plan de  $0.15\lambda$  (pour  $\lambda = 800nm$ ) sur la partie observée de la lentille (3.3mm soit 20% de l'ouverture totale). Il est difficile d'identifier quelles aberrations géométriques sont à l'origine de cette perturbation du front d'onde. Nous pouvons cependant affirmer que les déformations du front d'onde ne sont pas uniquement dues à une aberration de sphéricité, car le maximum de la phase spatiale ne se situe pas à la même coordonnée spatiale pour les trois fréquences analysées (Figure 4.38.a, Figure 4.38.b et Figure 4.38.c).

Des mesures complémentaires avec un interféromètre ZYGO (Interféromètre de type Fizeau à décalage de phase) ont confirmé une aberration de sphéricité de la lentille (écart de  $0.21\lambda$  rms et de  $0.99\lambda$  crête à crête sur toute la surface de la lentille) (Figure 4.39).

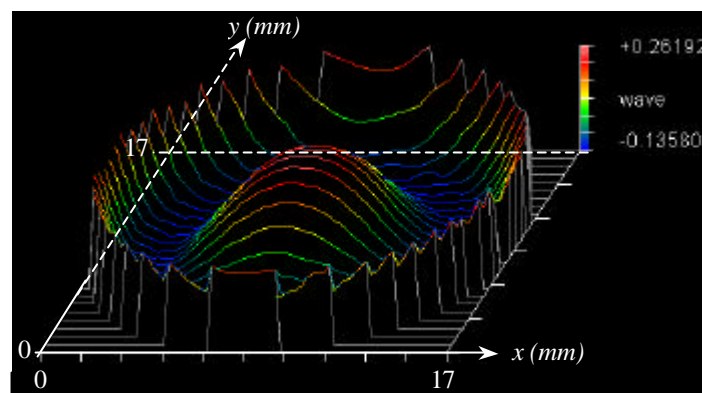


Figure 4.39 : Mesure des aberrations géométriques du doublet achromatique avec un interféromètre ZYGO.

Cette étude des aberrations se poursuit avec un dernier échantillon, une lentille à gradient d'indice.

### 4.4.3. Échantillon : Lentille à gradient d'indice

#### 4.4.3.1 Mesures

Afin de finaliser ce travail, nous étudions une lentille à gradient d'indice. Le projet initial proposait de caractériser le gradient d'indice de ce type de lentille. Cependant, les difficultés entrevues lors de l'analyse d'un échantillon homogène (§ 4.3), nous ont amené dans un premier temps à faire évoluer ce projet vers une caractérisation des aberrations. Les résultats obtenus sur les précédents échantillons sont convaincants. Néanmoins, il est important de montrer la faisabilité d'une étude sur des objets plus complexes que ceux analysés jusqu'alors, telles que les lentilles à gradient d'indice.

La lentille à gradient d'indice étudiée est une lentille à gradient axial, de 30mm de diamètre et d'une distance focale de 30mm. Cette lentille est positionnée dans le bras de mesure de l'interféromètre et la première information notable provient de la possibilité d'observer des franges d'interférences, ce qui ne semblait pas immédiat avec une source conventionnelle telle que la lampe halogène. Nous effectuons donc les mêmes mesures que pour les deux échantillons précédents, c'est-à-dire trois mesures pour différentes positions de la lentille par rapport au miroir objet. Les trois interférogrammes correspondants sont reportés ci-dessous.

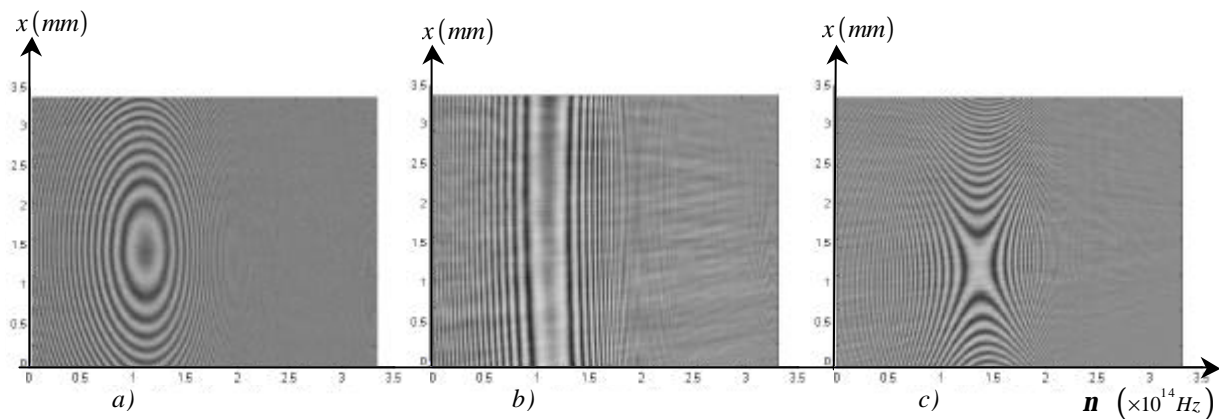


Figure 4.40 : Interférogrammes spectraux réalisés avec une lentille à gradient d'indice :

a) pour  $d_{M-L} < f$  ; b) pour  $d_{M-L} = f$  ; c) pour  $d_{M-L} > f$  .

#### Discussion sur les Figure 4.40

Tout comme pour les études précédentes, l'effet de la défocalisation sur les franges observées en sortie de notre dispositif d'interférométrie spectrale, est clairement identifiable sur les Figure 4.40.a et Figure 4.40.c. De plus la courbure des franges sur la Figure 4.40.b laisse supposer la présence de chromatisme.

Ces figures sont similaires à celles observées avec les lentilles précédemment étudiées et nous les traitons identiquement afin d'extraire des informations sur les aberrations de la lentille à gradient d'indice.



#### 4.4.3.2 Traitement

La carte de phase ainsi que la figure d'intensité restituée par traitement numérique, correspondant à la Figure 4.40.b, sont représentées sur la Figure 4.41.

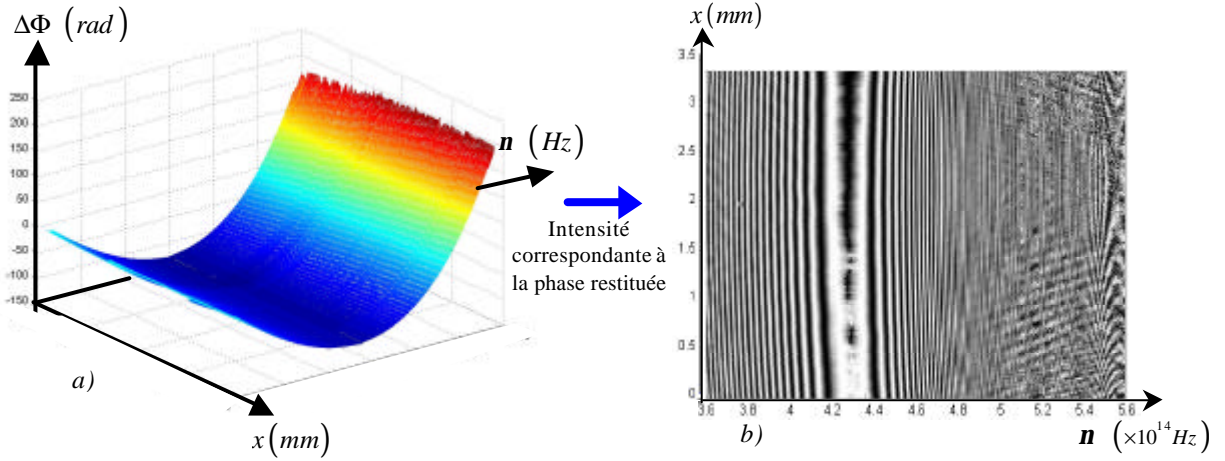


Figure 4.41 : a) Phase calculée par traitement numérique ; b) Intensité reconstituée par traitement numérique.

*Remarque :* Pour cet interférogramme tout comme pour celui obtenu avec le doublet achromatique, les franges ne peuvent pas être résolues par notre dispositif d'acquisition pour les fréquences supérieures à  $n = 4.75.10^{14} \text{ Hz}$ .

De façon similaire à ce qui a été effectué lors de l'étude des deux autres lentilles, nous recherchons la phase spatiale pour trois fréquences.

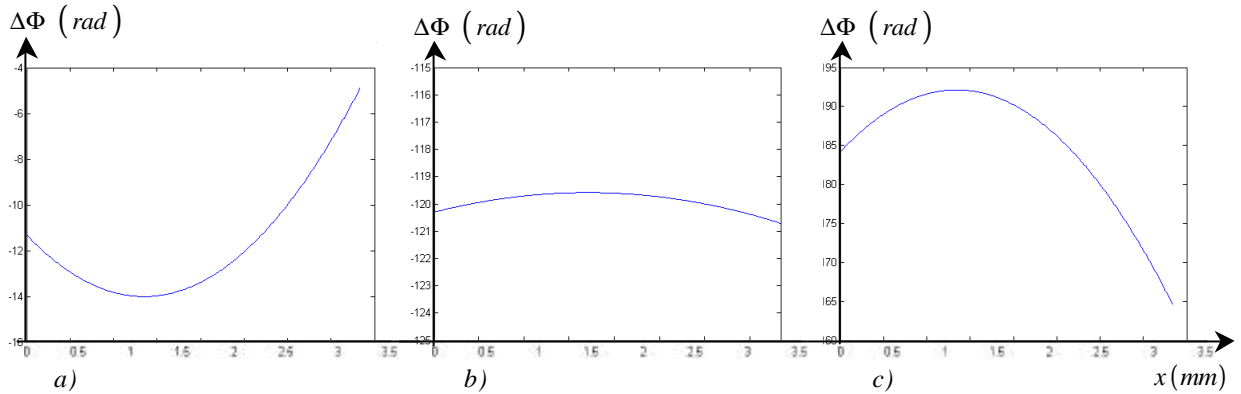


Figure 4.42 : Phase spatiale : a) pour la fréquence  $n_1 = 3.73.10^{14} \text{ Hz}$  ; b) pour la fréquence  $n_2 = 4.23.10^{14} \text{ Hz}$  ; c) pour la fréquence  $n_3 = 4.96.10^{14} \text{ Hz}$ .

*Remarque :* Un lissage a été réalisé sur les courbes présentées ci-dessus.

Nous constatons un changement de courbure de la phase spatiale en fonction de la fréquence analysée, ce qui atteste la présence de chromatisme. De plus si nous analysons la variation de la phase spatiale nous estimons que la déformation maximale du front d'onde lors du passage à travers la lentille à gradient d'indice (sur une hauteur de  $3.3\text{mm}$  soit 11% de son ouverture totale) correspond à un déphasage de 27 rad (Figure 4.42.c) équivalent à un écart par rapport

au front d'onde idéal de  $2.15\lambda$  (pour  $\lambda = 600nm$ ). La lentille à gradient d'indice étudiée est par conséquent de qualité très médiocre. Les images à l'interféromètre ZYGO montrent effectivement que les aberrations sont tellement importantes qu'elles ne sont pas mesurables.

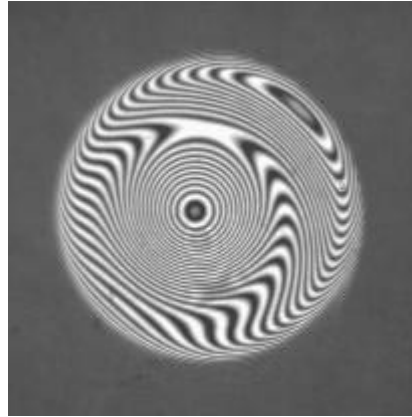


Figure 4.43 : Interférogramme spatial obtenu avec le ZYGO, pour la caractérisation des aberrations géométriques de la lentille à gradient d'indice (diamètre analysé : 30 mm).

#### 4.4.4. Conclusion sur cette étude

Afin d'illustrer d'avantage la caractérisation des aberrations par interférométrie spectrale, nous avons procédé à l'acquisition de deux nouveaux interférogrammes pour le doublet achromatique (Figure 4.44.a), et pour la lentille à gradient d'indice (Figure 4.44.b), sur des champs plus importants. Le champ analysé pour le doublet achromatique est de 17mm, tandis que celui pour la lentille à gradient d'indice est de 20mm.

Remarque : l'interférogramme de la Figure 4.44.b a été réalisé avec l'ancienne génération de supercontinuum.

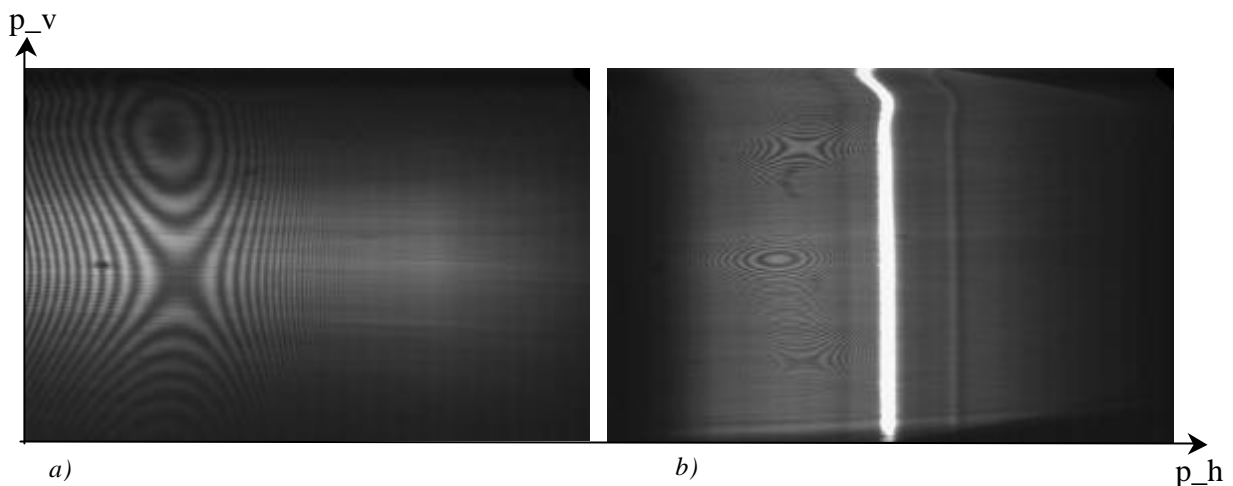


Figure 4.44 : a) Interférogramme spectral réalisé avec le doublet achromatique sur un champ de 17mm ;  
b) Interférogramme spectral réalisé avec une lentille à gradient d'indice sur un champ de 20mm.

Avec le supercontinuum de lumière blanche, la mesure d'aberrations en interférométrie spectrale sur un grand champ est possible. Les spectrogrammes relevés en sortie de notre dispositif sont en accord avec les figures d'interférences modélisées dans le chapitre 3. En effet, une simple observation de l'interférogramme de la Figure 4.44.a indique des



aberrations de sphéricité et de coma. Enfin le spectrogramme de la *Figure 4.44.b* montre la présence d'un fort chromatisme associé à des aberrations de sphéricité importantes combinées à d'autres aberrations géométriques.

Nous venons d'exposer plusieurs résultats montrant la capacité de l'interférométrie spectrale à identifier les aberrations géométriques et chromatiques. La quantification de ces aberrations est sans doute accessible, en étudiant plus finement l'évolution de la phase spatiale. Ce point entrevu lors de l'analyse des phases spatiales obtenues avec les différentes lentilles étudiées, mériterait d'être approfondi. Ce domaine de l'interférométrie spectrale présente un intérêt pour la caractérisation de composants optiques comparé aux autres instruments tels que :

- le Shack Hartmann qui échantillonne le front d'onde ce qui rend cette méthode en théorie moins précise,
- le ZYGO qui fonctionne à une longueur d'onde et qui par conséquent ne révèle que les aberrations géométriques.

---

## 4.5. CONCLUSION

---

Les résultats exposés dans ce chapitre, mettent en évidence :

- le bon accord entre les mesures expérimentales et les modèles établis dans les *chapitres 2 et 3*,
- la pertinence des techniques numériques développées dans le *chapitre 3*,
- l'apport du supercontinuum de lumière blanche dans notre dispositif,
- et la sensibilité de l'interférométrie spectrale.

A l'issue de ce travail le banc d'instrumentation optique mis en place permet l'obtention des caractéristiques de dispersion ou de géométrie des composants testés. En outre ce dispositif d'interférométrie spectrale apparaît comme une technique profilométrique très performante, de précision nanométrique. Cependant un bémol vient se greffer à ces résultats, puisque l'incapacité de déterminer la loi de dispersion d'un verre homogène par interférométrie spectrale sans connaissance a priori du verre sondé, a été établie. Seul l'indice de groupe est accessible en une seule acquisition avec une précision théorique évaluée à  $10^{-5}$ . En effet, un positionnement du miroir réalisé avec une platine PZT (dont la précision est nanométrique), permettrait d'atteindre la précision théorique de  $10^{-5}$  sur la mesure de l'indice de groupe.

Enfin, les premiers résultats obtenus pour la caractérisation des aberrations géométriques et chromatiques laissent augurer des performances intéressantes pour le développement d'une métrologie fine des surfaces d'ondes. Les résultats exposés démontrent la possibilité d'identifier les aberrations géométriques et chromatiques par interférométrie spectrale. Afin d'aboutir à une caractérisation complète des aberrations, l'une des voies d'investigations serait la modélisation de la déformation du front d'onde sur la base des polynômes de Zernike (ou sur une autre base), et la détermination des coefficients de Zernike. Cette perspective semble réalisable compte tenu des résultats de cette thèse.

## *Bibliographie*

- [1] **P. Champert, V. Couderc, P. Leproux, S. Février, V. Tombelaine, L. Labonté, P. Roy, C. Froehly, P. Nérin**  
"White-light supercontinuum generation in normally dispersive optical fiber using original multi-wavelength pumping system"  
Opt. Express **12**, 4366-4371 (2004).  
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-12-19-4366>
- [2] **V. Tombelaine, C. Lesvigne, P. Leproux, L. Grossard, V. Couderc, J. Auguste, J. Blondy, G. Huss, P. Pioger**  
"Ultra wide band supercontinuum generation in air-silica holey fibers by SHG-induced modulation instabilities"  
Opt. Express **13**, 7399-7404 (2005).  
<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-13-19-7399>
- [3] **D. Reolon, M. Jacquot, I. Verrier, G. Brun, and C. Veillas**  
"Broadband supercontinuum interferometer for high-resolution profilometry"  
Opt. Express **14**, 128-137 (2006)  
<http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=oe-14-1-128>
- [4] **D. Malacara**  
"Optical shop testing"  
Ed. Wiley interscience (1978)



# *Conclusion générale*

---



## CONCLUSION GÉNÉRALE

Au terme de cette thèse, il convient d'établir un bilan sur l'ensemble de cette étude. L'objectif général qui incombait à ce travail consistait en la mise en place d'un banc d'instrumentation optique dédié à la caractérisation des composants optiques à gradient d'indice et des surfaces asphériques.

L'étude bibliographique réalisée dans le *chapitre 1*, la taille décimétrique des composants à caractériser, ainsi que la précision à atteindre (de l'ordre de  $10^{-4}$  sur la mesure d'indice, et une précision profilométrique nanométrique), nous ont amené à recourir, pour ces deux applications, à une méthode interférométrique en lumière polychromatique. L'avantage de l'expérience préconisée est de conjuguer la résolution de l'interférométrie avec une source à large spectre permettant d'explorer ainsi le comportement chromatique des composants.

En parallèle à l'étape de réalisation du dispositif optique, l'étude théorique de ses performances instrumentales a amené à un choix judicieux de chacun des éléments de l'interféromètre spectral (*chapitre 2*). La modélisation de l'interféromètre spectral a été réalisée avec un profil gaussien de la répartition spectrale de la source, ce qui n'est pas le cas pour le supercontinuum. Cependant, ceci ne modifie pas fondamentalement cette étude, et finalement l'intensité observée est modulée par la densité spectrale de la source qui est mesurable avec le dispositif établi. Les premiers essais concluants ont validé la technique mise en place et ont permis d'aborder les problématiques inhérentes à ce sujet de thèse.

L'information optique codée dans la périodicité des spectres cannelés enregistrés en sortie de l'interféromètre est convenablement restituée à partir d'outils de traitement numérique appropriés. Ainsi, un ensemble de méthodes numériques a permis le dépouillement des spectrogrammes expérimentaux. La validation des différentes approches numériques explorées, sur des interférogrammes simulés, et leur comparaison, nous ont conduit à en privilégier certaines en fonction de l'application visée (algorithme 7 points pour les interférogrammes enregistrés en profilométrie, et transformée en ondelettes pour les spectrogrammes obtenus avec des matériaux dispersifs) (*chapitre 3*). Toutefois, notons que l'approche par transformée en ondelettes donnerait des résultats tout à fait comparables à ceux obtenus par l'algorithme 7 points en profilométrie. Il existe un certain nombre de travaux dans la littérature qui comparent ces deux approches en interférométrie spatiale polychromatique. Remarquons aussi que l'approche par une méthode de Fourier directe a bien évidemment été envisagée dans un premier temps, mais elle s'est révélée beaucoup moins performante que l'approche par transformée en ondelettes et par l'algorithme 7 points sur l'extraction de la phase spectrale notamment concernant la sensibilité au bruit de mesure.

L'ensemble de ce travail demeure exploratoire et valide la faisabilité de la méthode sur quelques cas simples (miroirs ou composants réfractifs homogènes). Les résultats obtenus (*chapitre 4*) n'ont que partiellement répondu au cahier des charges initial qui englobait des mesures sur des surfaces asphériques et sur des composants à gradient d'indice. La poursuite de cette démarche relève en partie d'une évolution simultanée des axes stratégiques du Pôle Optique Rhône-Alpes et du Laboratoire TSI.

Dans le contexte Pôle Optique, la société Thalès Angénieux a rapidement maîtrisé le processus de fabrication des composants asphériques et s'est donc appropriée cette technologie en la dotant des outils de caractérisation associés. Dans un souci de mise en production rapide, le choix de Thalès Angénieux s'est finalement porté sur un dispositif de contrôle conventionnel de mesure de front d'onde de type Shack Hartmann qui ne répond sans doute pas intégralement au cahier des charges initial mais qui a le mérite d'être immédiatement opérationnel. En ce qui concerne les composants à gradient d'indice, le premier verrou technologique se situe au niveau de la fabrication des composants qui reste encore aujourd'hui mal maîtrisée. Ces deux axes du Pôle Optique sont donc actuellement en pleine évolution puisque la fabrication des asphériques ne relève plus aujourd'hui d'un processus de transfert technologique mais s'inscrit dans une véritable démarche de production industrielle et que la réalisation des composants à gradient d'indice souffre encore d'un manque de maturité.

Cependant, il est intéressant de mentionner les principaux résultats obtenus dans le cadre de cette étude et d'en dégager les perspectives.

Le travail de profilométrie a prouvé l'efficacité de l'interférométrie spectrale sur des objets de type miroir puisque les mesures atteignent une précision nanométrique. Une étude complémentaire sur des asphériques peut être envisagée si la demande industrielle se fait encore sentir.

Le travail sur les éléments dispersifs a montré l'aptitude de la méthode à déterminer la courbe de dispersion d'un matériau homogène, après recalage de l'indice à une longueur d'onde par une autre méthode de mesure (par exemple : réfractométrie à une longueur d'onde) ou par modification du montage (filtre pour sélectionner une longueur d'onde, et réseau utilisé en miroir). La précision de mesure est alors limitée par la technique utilisée pour mesurer l'épaisseur du matériau, ainsi que par la précision avec laquelle nous connaissons la position du miroir de mesure. Finalement, dans la configuration actuelle, la précision de notre dispositif pour une mesure d'indice de réfraction d'un milieu homogène est de  $10^{-3}$  mais n'a pas atteint ses limites. Pour un composant d'indice variable, la mesure nécessite un sondage du matériau sur une petite zone, bien inférieure à sa variation. Or plus le matériau est sondé sur un petit volume, moins la mesure d'indice est précise [1]. Cependant, nous pouvons envisager de déterminer de manière globale, la variation spectrale d'un tel composant. L'idée serait d'extraire le profil du gradient de dispersion (mesure relative) à partir de l'interférogramme. Comme nous l'avons préalablement souligné, la fabrication des composants à indice variable et contrôlé n'est à ce jour pas suffisamment aboutie pour permettre des tests pertinents et efficaces.

La caractérisation des composants optiques, comprend également l'étude de leurs aberrations. Nous avons proposé dans ce manuscrit, une approche qualitative démontrant l'aptitude de l'interférométrie spectrale à contrôler les aberrations géométrique et chromatique d'un système optique. Pour parfaire la simulation des aberrations des lentilles étudiées, une bibliothèque complète d'interférogrammes spectraux doit alors être établie suivant le type d'aberrations : sphérique, coma et astigmatisme. Ce travail pourrait alors être poursuivi afin d'extraire tous les coefficients des polynômes de Zernike d'un interférogramme issu d'une acquisition en le comparant colonne par colonne aux interférogrammes de la bibliothèque. Ce dispositif d'interférométrie spectrale, si le cheminement préconisé peut être mené à bien, conduirait à des mesures fines des aberrations de systèmes imageurs qui seraient complémentaires à celles utilisées en interférométrie monochromatique (ZYGO), puisqu'on

tiendrait compte de toutes les longueurs d'onde. Ce dispositif est donc prometteur pour de telles mesures.

Lors de toutes ces expériences, le couplage établi entre le supercontinuum de lumière blanche et l'interféromètre offre une très grande dynamique et un excellent contraste des franges. La grande cohérence spatiale de cette source et son importante densité de puissance due à une concentration des photons dans un seul mode favorisent l'obtention du phénomène d'interférences. Cependant, les applications visées dans le domaine du visible, ne nécessitent pas une répartition spectrale sur une bande aussi large que celle couverte par le supercontinuum (0.35 $\mu$ m-1.75 $\mu$ m). Les expériences décrites dans cette thèse et dans la poursuite de ce travail bénéficieraient d'une amélioration notable si la densité de puissance de la source ne se concentrait que sur la bande spectrale du visible. En effet, l'inspection de milieux complexes ou d'objets grands champs nécessite une forte densité spectrale, et toute amélioration de la source supercontinuum dans ce sens serait profitable dans le cadre d'une collaboration avec Xlim sur de nouveaux axes de recherche envisagés dans l'équipe du laboratoire LTSI concernée par l'instrumentation optique. Les expériences réalisées montre notamment que le signal optique enregistré, avec des lentilles et pour des champs centimétriques, était encore faible. Outre les améliorations de la source, le dispositif d'interférométrie spectrale peut bénéficier des considérables avancées technologiques au niveau des caméras 2D CCD et CMOS qui atteignent des résolutions remarquables de 4 Mégapixels avec des tailles de pixels inférieures à 5 $\mu$ m. Ainsi, le remplacement du modèle de base utilisé pour cette thèse par une caméra plus performante (résolution plus haute, taille des pixels plus faible, et cadence plus élevée), améliorerait le signal enregistré, au niveau de la largeur de la bande spectrale explorée, du rapport signal sur bruit et de la résolution du système de franges.

Cette équipe a progressivement orienté son activité vers les applications biophotoniques, et cette évolution s'est accompagnée aussi d'une inflexion sur les perspectives ouvertes par le travail de cette thèse. Ce dernier se positionne effectivement sous l'angle de la faisabilité sur certains sujets en déclin dans le laboratoire afin de mettre en perspective son apport tout à fait pertinent dans d'autres thèmes qui sont susceptibles de se développer.

En effet, les outils conceptuels de l'interférométrie spectrale et de l'instrumentation par optique de cohérence (OCT en anglais : Optical Coherence Tomography) sont fondamentalement identiques. Les informations recueillies par interférométrie spectrale sont codées dans le domaine spectral alors que la méthode d'OCT classique donne accès à des informations temporelles. En analysant un objet en réflexion, chaque partie de l'objet renvoie un écho optique analysé spectralement par notre dispositif. Par transformation de Fourier sur le spectrogramme, l'information révèle la trace de corrélation de l'écho issu de l'objet avec celui issu de la référence. Cette carte de corrélation  $(x,t)$  permet alors de réaliser une image suivant une tranche  $(x,z)$  de l'objet (puisque le temps de parcours  $t$  est lié à la distance  $z$  dans l'objet). Pour obtenir une image complète de notre objet, un balayage est effectué suivant l'autre dimension  $y$ . L'avantage de cette méthode par rapport à l'OCT temporelle est l'absence de modulation du bras de référence. En outre, les informations spectrales renseignent sur l'absorption de l'objet pour la plage spectrale étudiée et la reconstruction de l'objet est opérée avec une très bonne précision. De plus les outils numériques développés en interférométrie spectrale sont analogues à ceux utilisés en OCT, et pourront être mis à profit dans ce nouveau domaine. Notamment dans le cas d'échantillons peu diffusants comme la cornée, où une exploration fine est envisageable par extraction de la phase spectrale des figures d'interférences, contrairement aux approches standard qui ne considèrent qu'une



restitution des pics d'inter-corrélations temporelles. Ce travail peut également trouver une voie intéressante, pour l'étalonnage spectral d'un dispositif de FD-OCT par exemple. L'évaluation de la dispersion d'un dispositif est une étape importante qui détermine en partie la résolution de la mesure. La compensation numérique de la dispersion est un outil puissant qui peut être réalisé après prise en compte de l'étalonnage par interférométrie spectrale.

On peut par ailleurs noter, d'autres champs applicatifs voisins de ce travail de thèse, comme par exemple la caractérisation de matrices de microlentilles en vue de déterminer leurs aberrations chromatiques et géométriques, sachant que les technologies de fabrications de ces matrices arrivent à maturité et qu'elles sont intégrées sur de plus en plus de dispositifs de type massifs ou MOEMS (capteurs CMOS, Shack Hartmann, etc...).

# Bibliographie

- [1] **Luc Froehly**  
"Nouveaux matériaux à gradient d'indice pour l'optique : Etude des procédés de fabrication existants et développement de méthodes de caractérisation"  
Thèse de doctorat, Université J. Monnet Saint-Etienne (2000).



# *Annexes*

---



## Annexe I. ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DU POUVOIR DE RÉSOLUTION DU RÉSEAU DE DIFFRACTION

D'après l'équation (2.58) du chapitre 2, le pouvoir de résolution du réseau ne dépend que de deux paramètres :

- le pas du réseau  $\Lambda_0$ ,
- et la taille du faisceau dans le plan du réseau  $\Omega_0$ .

### Influence du paramètre $\Omega_0$ sur le pouvoir de résolution :

Nous allons étudier et observer le signal recueilli à l'ordre +1 sur le capteur CCD, de deux ondes diffractées de longueurs d'onde,  $\lambda_0 = 550nm$  et  $\lambda_1 = 550,2nm$ , en fonction du pas du réseau  $\Lambda_0$ .

Les données du système étudié sont les suivantes :

distance focale de la lentille :  $f_2 = 50mm$ ,

l'angle d'incidence :  $\theta_i = -\frac{p}{8} rad$ ,

ordre d'observation :  $m = 1$ ,

longueur d'onde centrale :  $\lambda_0 = 550nm$ ,

écart entre les deux longueurs d'onde étudiées :  $\Delta\lambda = 0,2nm$ ,

d'où :  $\lambda_1 = 550,2nm$  (deuxième longueur d'onde étudiée),

l'étendue spatiale du faisceau dans le plan du réseau est fixée à :  $\Omega_0 = 4mm$ ,

les périodes spatiales des réseaux utilisés pour faire chaque simulation sont :

pour la figure I.1.a :  $\Lambda_{01} = 4\mu m$  soit un réseau de 250 traits par mm,

pour la figure I.1.b :  $\Lambda_{02} = 2\mu m$  soit un réseau de 500 traits par mm,

pour la figure I.1.c :  $\Lambda_{03} = 1\mu m$  soit un réseau de 1000 traits par mm,

Dans les différents cas de la figure I.1, seule la période spatiale du réseau  $\Lambda_0$  varie. De plus nous considérerons que l'onde de longueur d'onde  $\lambda_0 = 550nm$ , est diffractée dans la direction d'angle  $\theta'_{moy}$ , de telle sorte que dans le plan du capteur nous avons :  $x(\lambda_0) = X_0 = 0$ . Ceci n'est pas vraiment le cas, mais cela permet d'avoir visuellement un ordre d'idée de la valeur de  $\Delta X_{12}$ .

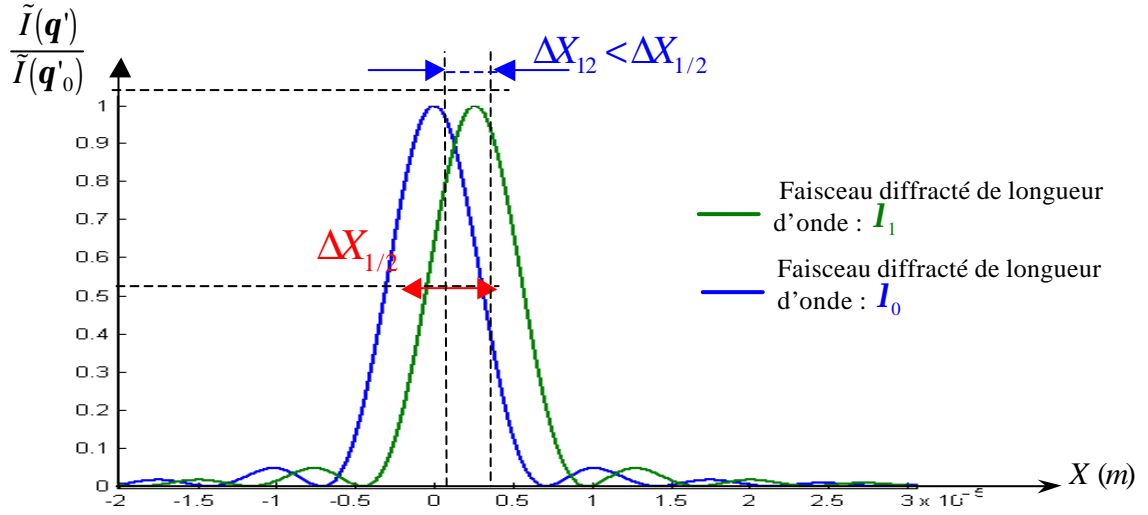


Figure I.1.a : Réseau de 250 traits par mm :  $\Lambda_{01} = 4\mu\text{m}$  (cas défavorable de détection).

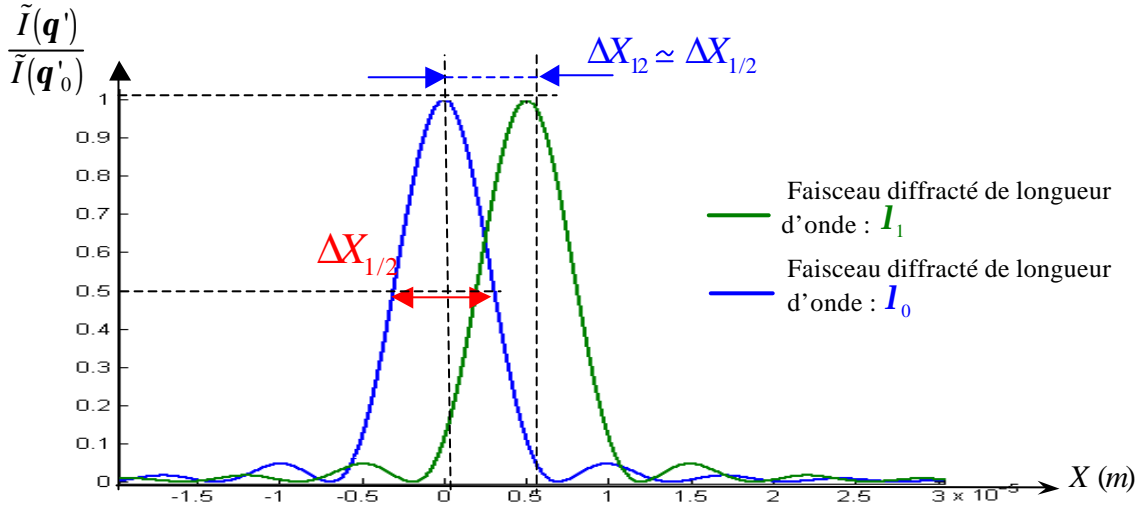


Figure I.1.b : Réseau de 500 traits par mm :  $\Lambda_{02} = 2\mu\text{m}$  (cas limite de détection).

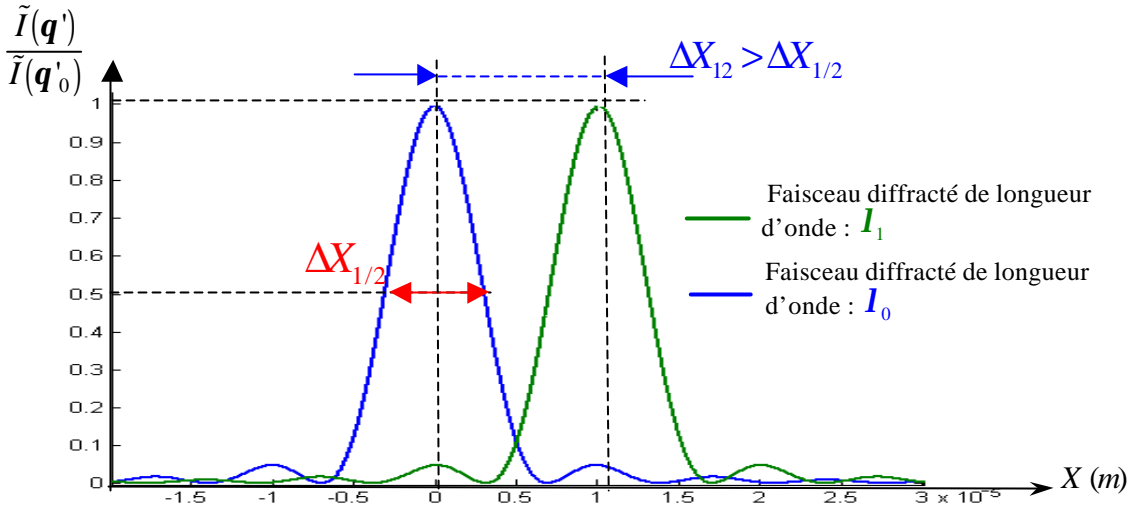


Figure I.1.c : Réseau de 1000 traits par mm :  $\Lambda_{03} = 1\mu\text{m}$  (cas favorable de détection).

Figure I.1: Pouvoir de résolution : Observation de deux pics de diffraction à l'ordre +1, en fonction du pas du réseau utilisé.

Les différents cas de la *figure I.1*, nous permettent d'observer l'influence du paramètre,  $\Lambda_0$ , sur le pouvoir de résolution.

On constate, sur la *figure I.1.a*, que le spectromètre ainsi configuré, n'est pas capable de discriminer les ondes diffractées, de longueurs d'onde,  $I_0$  et  $I_1$ . Sur la *figure I.1.b*, on atteint la limite de détection du système pour ces deux longueurs d'onde, alors que sur la *figure I.1.c*, le système permet de résoudre assez aisément ces deux longueurs d'onde.

Il est intéressant de noter que la largeur à mi-hauteur des pics de diffraction,  $\Delta X_{1/2}$ , ne varie pas avec le pas du réseau  $\Lambda_0$ , ce qui est confirmé par la *relation (2.55)* du *chapitre 2*. Seule, la distance,  $\Delta X_{12}$ , entre les deux pics augmente lorsque  $\Lambda_0$  diminue. Par conséquent, la largeur totale éclairée dans le plan du capteur,  $\Delta X$ , définie par la *relation (2.54)* du *chapitre 2*, varie de la même façon. Il faut donc que le pas du réseau soit choisi de façon à ce que la figure de diffraction ait une étendue spatiale égale à la largeur active du capteur.

Nous déterminerons un peu plus loin dans ce chapitre la relation entre la période spatiale du réseau et la dimension de la largeur active du capteur permettant d'optimiser la détection.

*Influence du paramètre  $O_0$ , sur le pouvoir de résolution :*

Reprenons les mêmes données que pour le spectromètre étudié précédemment, mais en fixant le pas du réseau à:  $\Lambda_{02} = 2\mu\text{m}$  ce qui équivaut à un réseau de 500 traits par mm et en faisant varier l'étendue spatiale du faisceau, de telle sorte que :

pour la *figure I.2.a* :  $\Omega_{01} = 2\text{mm}$ ,

pour la *figure I.2.b* :  $\Omega_{02} = 4\text{mm}$ ,

pour la *figure I.2.c* :  $\Omega_{03} = 8\text{mm}$ ,



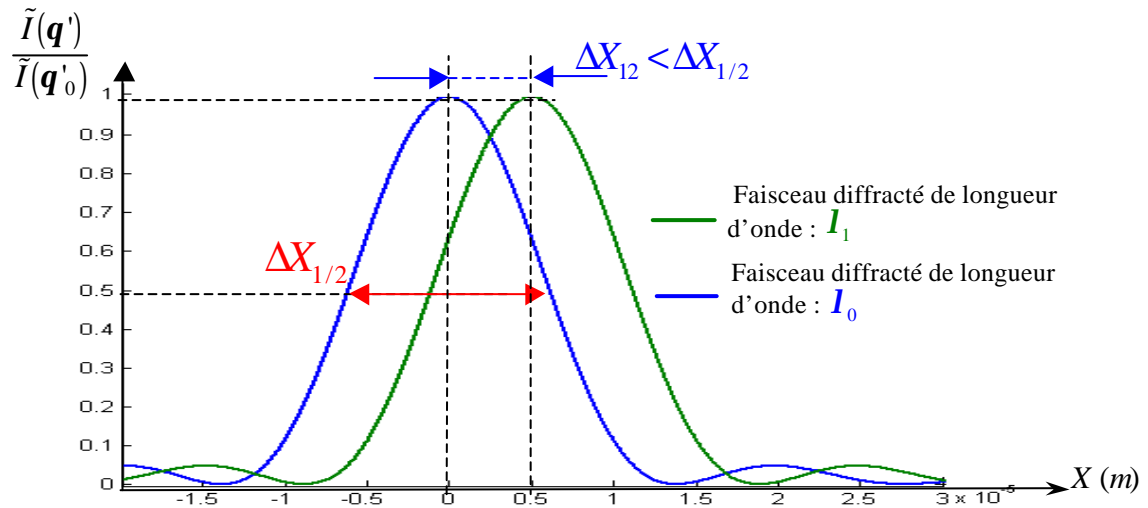


Figure I.2.a : Etendue spatiale du faisceau :  $\Omega_{01} = 2\text{mm}$  (cas défavorable de détection).

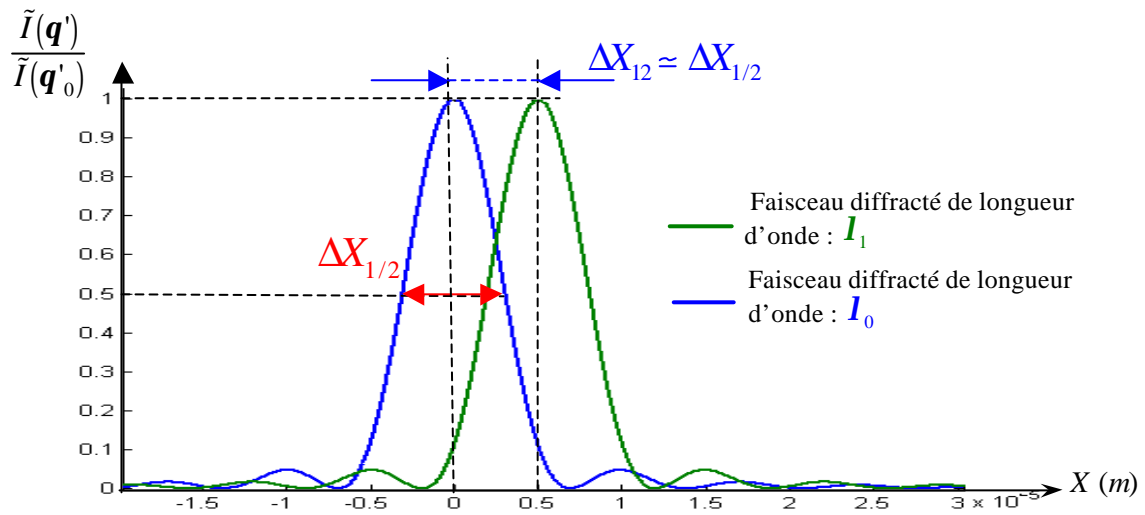


Figure I.2.b : Etendue spatiale du faisceau :  $\Omega_{02} = 4\text{mm}$  (cas limite de détection).

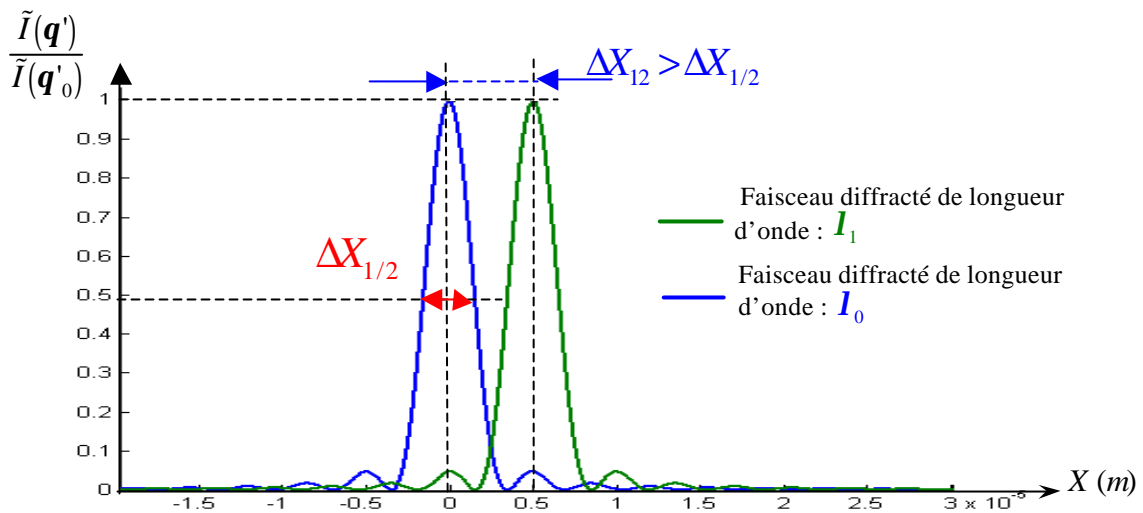


Figure I.2.c : Etendue spatiale du faisceau :  $\Omega_{02} = 8\text{mm}$  (cas favorable de détection).

Figure I.2 : Pouvoir de résolution : Observation de deux pics de diffraction à l'ordre +1, en fonction de l'étendue spatiale du faisceau à l'entrée du réseau.

Il apparaît donc, d'après les *figures 1.2*, que pour améliorer le pouvoir de résolution, ou la résolvançe du spectromètre, en utilisant un réseau de période spatiale  $\Lambda_0$  fixée, il suffit d'augmenter l'étendue spatiale  $\Omega_0$ , du faisceau dans le plan du réseau. Inversement à ce que nous avons pu constater avec l'étude du paramètre  $\Lambda_0$ , en faisant varier  $\Omega_0$ , la largeur à mi-hauteur  $\Delta X_{1/2}$  varie (cf. *relation (2.55) du chapitre 2*), tandis que la distance entre les pics  $\Delta X_{12}$  reste constante. Ainsi en augmentant l'étendue spatiale du faisceau à l'entrée du réseau, on améliore le pouvoir de résolution tout en gardant la même surface éclairée sur le capteur CCD.

Cependant, pour que le signal transmis en sortie de réseau soit correctement reconstitué par le capteur CCD, il faut éviter les problèmes de sous-échantillonnage. Nous aborderons cette notion dans la suite de ce chapitre, ce qui nous permettra d'établir une condition reliant, la largeur à mi-hauteur d'un pic de diffraction à la dimension d'un pixel du capteur CCD. Ce problème est donc directement lié à la valeur du paramètre  $\Omega_0$ .

*Remarque : Nous avons choisi les paramètres de telle sorte que le pouvoir de résolution, des spectromètres délivrant les signaux des figures 1.1.a et 1.2.a soient égaux, il en est de même pour les systèmes étudiés sur les figures 1.1.b et 1.2.b ainsi que pour ceux des figures 1.1.c et 1.2.c. Soient dans l'ordre,  $P.R_1$ ,  $P.R_2$  et  $P.R_3$ , ces trois pouvoirs de résolution.*

Par conséquent, nous avons vu avec les différents cas traités:

$$\begin{cases} P.R_1 < \frac{I_0}{I_1 - I_0} \\ P.R_2 \simeq \frac{I_0}{I_1 - I_0} \quad \text{avec: } \frac{I_0}{I_1 - I_0} = 2750. \\ P.R_3 > \frac{I_0}{I_1 - I_0} \end{cases}$$

De cette étude paramétrique, nous pouvons finalement conclure :

$$\boxed{\begin{cases} \Lambda_{03} < \Lambda_{02} < \Lambda_{01} \Leftrightarrow P.R_3 > P.R_2 > P.R_1 \\ \Omega_{03} > \Omega_{02} > \Omega_{01} \Leftrightarrow P.R_3 > P.R_2 > P.R_1 \end{cases}}$$

Nous avons également abordé les deux notions suivantes :

- le pas du réseau  $\Lambda_0$ , doit être choisi de façon à ce que le signal couvre exactement la largeur active de la caméra,
- et l'étendue spatiale du faisceau dans le plan du réseau  $\Omega_0$ , ne doit pas être trop grande, de façon à ce que les pics de diffraction ne soient trop fins et donc sous-échantillonnés par le capteur CCD.



## Annexe II. CALCUL DE PHASE:

### Echantillon homogène en incidence quelconque :

Nous allons généraliser le cas de l'échantillon en incidence normale effectué dans le *chapitre 3*. Nous considérons ici, la différence de phase entre deux ondes en sortie d'un interféromètre de Michelson dans le cas suivant (cf. *figure II.1*):

- Une lame de verre homogène d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n(\mathbf{n})$  est insérée dans le bras de mesure,
- celle-ci subit une rotation d'un angle  $\mathbf{q}_{rot}$ .

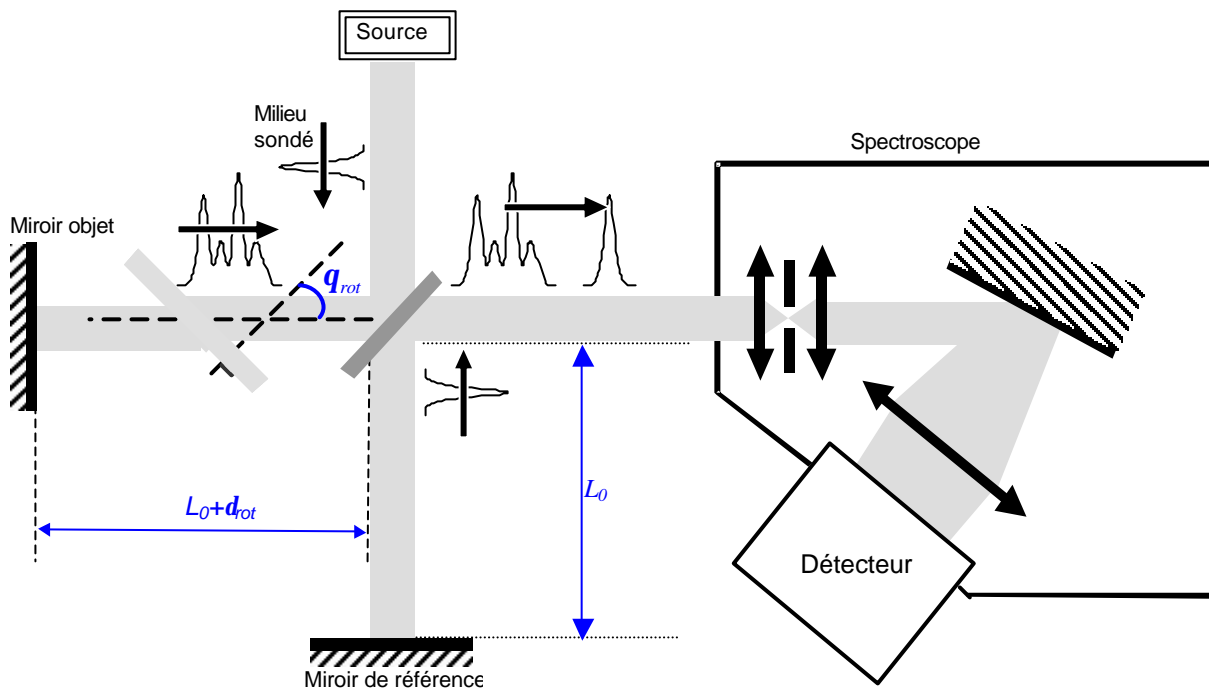
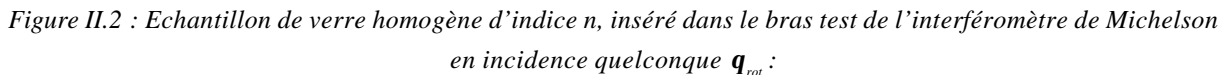


Figure II.1: Interféromètre de Michelson : cas où le milieu sondé est une lame de verre homogène d'épaisseur  $e$  tournée d'un angle  $\mathbf{q}_{rot}$ .

*Remarque :* le décalage du miroir lorsqu'un objet en rotation est inséré dans l'interféromètre, par rapport à sa position lors du contact optique sans objet dans l'interféromètre sera noté  $\mathbf{d}_{rot}$  (cf. *figure II.1*).

En effectuant un zoom sur le bras de mesure de cet interféromètre, nous obtenons la *figure II.2*, sur laquelle, nous observons l'effet de la rotation de la lame de verre, sur le trajet optique du train d'onde traversant celle-ci. Le trajet optique d'un rayon se propageant à travers un matériau homogène provient directement de la loi de Snell-Descartes.



- La relation de Descartes nous permet de déterminer la différence de trajet optique entre le train d'onde dans le bras de référence et celui dans le bras de mesure, ainsi que le terme de phase résultant.

relation de Descartes :

$$\begin{aligned}\sin(\mathbf{q}_i) &= n(\mathbf{n}) \sin(\mathbf{q}_t) \\ \Rightarrow \mathbf{q}_t &= \arcsin\left(\frac{\sin(\mathbf{q}_i)}{n(\mathbf{n})}\right) \\ \Rightarrow \cos(\mathbf{q}_t) &= \left(1 - \frac{\sin^2(\mathbf{q}_i)}{n^2(\mathbf{n})}\right)^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

Dans ces conditions, la lumière traverse, lors de l'aller dans le bras de mesure de l'interféromètre, une épaisseur de matière  $e_1$  et une épaisseur d'air  $e_2$ , telles que :

$$\begin{aligned}e_1 &= \frac{e}{\cos(\mathbf{q}_t)} \\ e_2 &= L_0 + \mathbf{d}_{rot} - e'_1 = L_0 + \mathbf{d}_{rot} - e_1 \cos(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_t)\end{aligned}$$

où :  $\mathbf{d}_{rot}$  est le décalage du miroir par rapport à sa position lors du contact optique avec aucun objet dans l'interféromètre (cf. *figure II.1*).

Le terme de phase noté  $\Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n})$  devient, en tenant compte de l'aller-retour dans chacun des bras de l'interféromètre :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n}) &= \frac{4p\mathbf{n}}{c} (e_2 + e_1 n(\mathbf{n}) - L_0) \\ \Leftrightarrow \Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n}) &= \frac{4p\mathbf{n}}{c} \left( \mathbf{d}_{rot} - e \frac{\cos(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_t)}{\cos(\mathbf{q}_t)} + e \frac{n(\mathbf{n})}{\cos(\mathbf{q}_t)} \right) \\ \Leftrightarrow \Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n}) &= \frac{4p\mathbf{n}}{c} \left( \mathbf{d}_{rot} + e \frac{\left( n(\mathbf{n}) - \cos\left( \mathbf{q}_i - \arcsin\left( \frac{\sin(\mathbf{q}_i)}{n(\mathbf{n})} \right) \right) \right)}{\left( 1 - \frac{\sin^2(\mathbf{q}_i)}{n^2(\mathbf{n})} \right)^{\frac{1}{2}}} \right) \\ \Leftrightarrow \Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n}) &= \frac{4p\mathbf{n}}{c} \left( \mathbf{d}_{rot} - n(\mathbf{n}) e \frac{\left( \cos\left( \mathbf{q}_i - \arcsin\left( \frac{\sin(\mathbf{q}_i)}{n(\mathbf{n})} \right) \right) - n(\mathbf{n}) \right)}{\left( n^2(\mathbf{n}) - \sin^2(\mathbf{q}_i) \right)^{\frac{1}{2}}} \right)\end{aligned}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow \Delta\Phi_{rot}(\mathbf{n}) = \frac{4p\mathbf{n}}{c} \left( \mathbf{d}_{rot} - \left( \frac{B(\mathbf{n})}{A(\mathbf{n})} \right) \right)} \quad (\text{II.1})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} A(\mathbf{n}) = \left( n^2(\mathbf{n}) - \sin^2(\mathbf{q}_i) \right)^{\frac{1}{2}} \\ B(\mathbf{n}) = n(\mathbf{n}) e \left( \cos \left( \mathbf{q}_i - \arcsin \left( \frac{\sin(\mathbf{q}_i)}{n(\mathbf{n})} \right) \right) - n(\mathbf{n}) \right) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

A présent nous allons déterminer la dérivée de cette expression car, expérimentalement, nous pouvons mesurer l'écart,  $\mathbf{d}_{rot}$ , entre la position du miroir test à vide, et celle qui correspond à la phase minimale pour un angle d'incidence  $\mathbf{q}_i$ . Rappelons que la phase est minimale, lorsque la dérivée de celle-ci s'annule. Nous observons alors sur l'interférogramme, une frange étendue autour de laquelle, les franges se resserrent.

Procédons par étapes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} &= n(\mathbf{n}) \left( \left( n^2(\mathbf{n}) - \sin^2(\mathbf{q}_i) \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \frac{\partial n(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} \\ \frac{\partial B(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} &= e \frac{\partial n(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} \left[ \cos \left( \mathbf{q}_i - \arcsin \left( \frac{\sin(\mathbf{q}_i)}{n(\mathbf{n})} \right) \right) - 2n(\mathbf{n}) - \sin(\mathbf{q}_i) \cdot \left( \left( n^2(\mathbf{n}) - \sin^2(\mathbf{q}_i) \right)^{-\frac{1}{2}} \right) \sin \left( \mathbf{q}_i - \arcsin \left( \frac{\sin(\mathbf{q}_i)}{n(\mathbf{n})} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \Delta \Phi_{rot}(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} = \frac{4p}{c} \left( \mathbf{d}_{rot} - \frac{B(\mathbf{n})}{A(\mathbf{n})} - \mathbf{n} \frac{A(\mathbf{n}) \frac{\partial B(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}} - B(\mathbf{n}) \frac{\partial A(\mathbf{n})}{\partial \mathbf{n}}}{A(\mathbf{n})^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \Phi_r(\mathbf{n}_0)}{\partial \mathbf{n}} &= 0 \\ \Leftrightarrow \mathbf{d}_{rot}(\mathbf{n}_0) &= \frac{B(\mathbf{n}_0)}{A(\mathbf{n}_0)} + \mathbf{n}_0 \frac{A(\mathbf{n}_0) \frac{\partial B(\mathbf{n}_0)}{\partial \mathbf{n}} - B(\mathbf{n}_0) \frac{\partial A(\mathbf{n}_0)}{\partial \mathbf{n}}}{A^2(\mathbf{n}_0)} \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Ce calcul a été effectué de façon à vérifier expérimentalement l'influence d'une rotation de l'échantillon sur l'aspect des franges d'interférences. De plus, ce type de mesure peut nous apporter de nouvelles informations utiles pour la détermination de l'indice de réfraction de l'échantillon. Quoi qu'il en soit, une vérification de notre dispositif avec des mesures en rotation ne peut qu'être bénéfique dans l'étape de validation de celui-ci.







---

## INTERFÉROMÉTRIE SPECTRALE POUR LA MESURE DE DISPERSION ET LA GÉOMÉTRIE DE SURFACE

---

**Résumé :** L'objectif de ce travail de thèse est l'élaboration d'un instrument de mesure optique dédié à la caractérisation de lentilles à gradient d'indice et d'asphériques de grandes dimensions. Pour parvenir à une caractérisation complète de la structure : variation spatiale de l'indice et de la topographie de surface, nous avons mis en place un banc d'interférométrie spectrale. Ce dispositif conduit à l'observation de spectres cannelés en lumière blanche (faible cohérence temporelle) porteurs d'une information de déphasage spectral entre les deux ondes qui interfèrent.

L'originalité de ce travail provient de l'utilisation d'une source supercontinuum de lumière blanche généré par pompage optique dans une fibre microstructurée. Cette source aux performances remarquables en termes de : largeur spectrale, de densité de puissance et de cohérence spatiale, permet d'analyser des composants peu étudiés jusqu'à présent.

L'exploitation des interférogrammes enregistrés nécessite la mise en place de traitements numériques adaptés. Ainsi les spectrogrammes périodiques associés aux mesures profilométriques sont traités par une méthode de décalage de phase 7 points, et les spectrogrammes non périodiques correspondant aux mesures de dispersion sont traités par une technique d'analyse simultanée temps-fréquence (transformée en ondelettes) couplée à une méthode d'ajustement de l'intensité par moindres carrés.

Les résultats expérimentaux mettent en évidence les différentes possibilités de l'interférométrie spectrale, la mesure de profil de surface avec une résolution nanométrique, la mesure de la variation spectrale de l'indice de groupe avec une résolution de  $10^{-3}$ , et la caractérisation simultanée des aberrations chromatiques et géométriques de systèmes imageurs.

---

### MOTS CLÉS

Interférométrie spectrale, spectres cannelés, profilométrie, dispersion, aberration, source supercontinuum, décalage de phase 7 points, transformée en ondelettes.

---

## SPECTROSCOPIC ANALYSIS OF WHITE LIGHT INTERFEROGRAMS FOR DISPERSIONS AND PROFILE MEASUREMENTS

---

**Abstract :** The aim of this PhD work is to build an optical system measurement for characterization of large fields graded index and aspherical lenses. To achieve a complete structure characterization (spatial variation of index and surface profile) we have developed a spectral interferometer. This set-up allows to observe white light channelled spectrum carrying spectral phase information.

One of the originality of this work comes from the use of a white light supercontinuum source generated in a single-mode microstructured fiber. This source offers exceptional performances as a broadband continuous spectrum, a high power density and a high spatial coherence which authorizes the study of rarely tested components.

The spectral interferograms need to be numerically treated in order to perform phase calculation. Profile measurements lead to periodic interferograms and are treated by a seven points algorithm phase calculation, while dispersion measurement leads to aperiodic interferograms and are treated by a simultaneous time-frequency analysis (wavelets transform) combined with a least square fitting method applied on the intensity curve.

The experimental results shows the various abilities of spectral interferometry as : nanometric resolution of profile determination, high resolution of group refractive index measurements ( $10^{-3}$ ), and simultaneous characterization of chromatic and geometrical aberrations of optical imaging systems.

---

### KEY WORDS

Spectral interferometry, channelled spectrum, profilometry, dispersion, aberration, supercontinuum source, seven points algorithm phase calculation, wavelets transform.